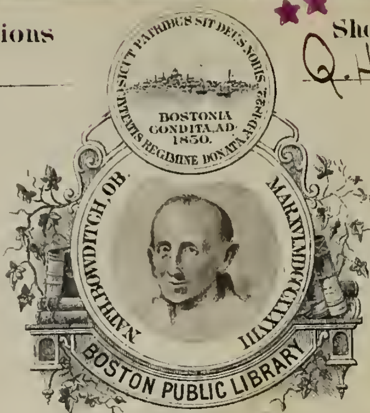




Accessions
Shelf No.
Q.402.22
SICUT PATRIBUS SIT DEUS NOBIS
BOSTONIA CONDITA AD 1630.
BOSTON PUBLIC LIBRARY
FROM THE
Bowditch Fund.
Rec'd

[illegible] bonorum [illegible] vigore [illegible] [illegible] quibuscumque [illegible] [illegible] valeant [illegible] debeant [illegible] [illegible] fuissent [illegible] [illegible]

[illegible] officiis [illegible] bonorum [illegible] debeant [illegible] [illegible] aliquod [illegible] quorum bona [illegible] [illegible] quolibet obligata [illegible] assignare [illegible] [illegible] simul [illegible] [illegible] quidem [illegible] [illegible] ignorantia [illegible] possit.

[illegible] in hoc [illegible] officio [illegible] [illegible] officium [illegible] ordinatis [illegible] [illegible]

[illegible] hoc [illegible] officii [illegible] [illegible]

C. [illegible]

- Hactenus de x^o minus ... [illegible]

Priores etc.

Providerunt ordinaverunt et deliberaverunt etc.

De nulla sententia que in posterum debitur per aliquem rectorem seu officialem artis florentinorum contra aliquem et a qua appellatum non fuit per sententiam minorem vel partis seu de qua appellatione notificatum non fuit dominis prioribus artium et vexillifero iustitie populi et comunis Florentie per ipsa sindicatum secundum formam ordinamentorum, editorum consiliis populi et comunis Florentie de mense ... 1370 valeat seu teneat seu executioni aliquam mandetur. Et si contingeret tempore ipsius late sententie nullum sindicatum constitutum esse per priores predictos secundum formam ordinamentorum disponentium de materia predicta extunc predicta cedant in favorem condempnati quorumcumque aliorum ordinamentorum seu vel predictam disponentium de dicta materia in favorem vel eiusdem et ad diminutionem vel detractionem aliorum etc.

non obstantibus in predictis etc.

Effectus balie notariorum bonorum rebellium de quo fit mentio in primo libro dominorum capitulo sub rubrica cxxxiiii; [illegible] not.

debet dictus notarius eligi a capitaneo et uno de sua familia

debet dictus notarius invenire bona condepnatorum et cessantium a factionibus et fictis bonorum

Si vero aliquis post inventionem et incorporationem per eum factam de bonis venerit ad defensionem non debet audiri nisi faciat depositum de flor. aur. ... Et si inveniret in ea fictitia faciat depositum invenire in ... Et potest pro fama et secrete recipere probatores quod inventa sit fictitia et sufficiunt ad hec tres testes de fama. Illo ... de similibus in ... et similes dispositione

non habet locum dictum depositum circa defensionem bonorum cessantium | libro domini potestatis sub rubrica de inveniendo bonis condepnatorum ... et quid probentur inventa fictitia ... depositum ...

debet expellere dictus notarius filios et alios cessantium debentium .

dictus notarius habet arbitrium torquendi et capiendi cessantes predictos et cessantes [illegible] celantes bona comunis | mentis ... xxviii ... predat ... certo deposito ... qui venit ... bonorum ... iustitie ...

Non potest ab eius sententiis appellari vel contra eas supplicari

debet dictus ... notarii ... ut ...

laboratores possunt cogi ad respondendum defendentibus

debet exigere affictus et redditus comunis flor. et potest de eis finem facere

Si debitor exbapniti vel cessantis a factionibus compareret coram dicto officiali ante requisitionem ... factam potest solvere tres quartos debiti et alia quarta pars sibi remictitur

debet devastare bona in ...

debent assignari multa mulieribus et multa circa hec que remota sunt seu non instant

non potest dictus officialis recipere petitores pro extrahendo bona de comuni sine licentia generalis consilii et aliis solempnitatibus

Tenetur notarius positis bonis finitis et incorporatis describere in quodam libro in camera armorum

debet procedere ad executionem predictorum ad petitionem nullibus requirentis summarie etc. et ... et terminare etc.

potest hedificari s. p. casolaribus bonorum rebellium in ... consensu dicti officii bonorum rebellium

offitium bonorum rebellium vacante capitaneo pertinet ad executorem

Circa b

Circa baliam officialium turris habetur in primo libro capitulo rubrica 225 de electione et offitio officialium turris

rebellium

debent dicti offitiales reduci facere et in comune facere tenementa bona condempnatorum et exbapnitorum et cessantium a factionibus ... et

possunt dicta bona locare et reddit[us] exigere et facere tenementa in comuni | nota in reformatione ... 1399 ... percipiunt bona ...

possunt cogere ... ad accipiendum bona ad affictum et dare fideiussores. Et circa electionem notarii et ... notarii

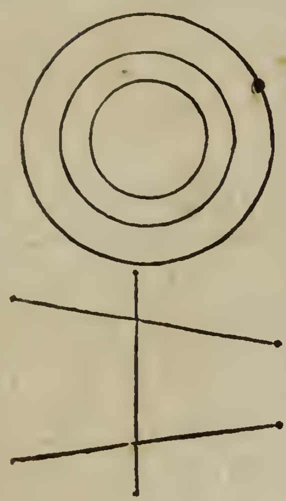
tenentur dicti notarii ostendere acta cuilibet petenti

Si quis occupaverit partes exbapnitorum comprehenditur in libro v. sub rubrica 206 in dicto libro

Preclarissimus liber elementorum Euclidis perspicacissimi: in artem Geometrie incipit quã foelicissime:

Punctus est cuius ps nõ est. ¶ Linea est lõgitudo sine latitudine cui⁹ quidẽ extremitates sũt duo pũcta. ¶ Linea recta ẽ ab vno pũcto ad aliũ breuissima extẽsio i extremitates suas vtrũq3 eoꝝ recipiens. ¶ Supficies ẽ q̃ lõgitudinẽ ⁊ latitudinẽ tm̃ h3: cui⁹ termi quidẽ sũt linee. ¶ Supficies plana ẽ ab vna linea ad aliã extẽsio i extremitates suas recipiẽs ¶ Angulus planus ẽ duarũ linearũ alternus ꝯtactus: quaꝝ expãsio ẽ sup supficiẽ applicatioq3 nõ directa. ¶ Quãdo aũt angulum ꝯtinẽt due linee recte rectiline⁹ angulus noiaẗ. ¶ Qñ recta linea sup rectã steterit duoq3 anguli vtrobiq3 fuerit eq̃les: eoꝝ vterq3 rect⁹ erit ¶ Lineaq3 linee supstãs ei cui supstat ppendicularis vocaẗ. ¶ Angulus vo qui recto maior ẽ obtusus diciẗ. ¶ Angul⁹ vo minor recto acut⁹ appellaẗ. ¶ Termin⁹ ẽ qd vniuscuiusq3 finis ẽ. ¶ Figura ẽ q̃ t̃mino vl' termĩs ꝯtineẗ. ¶ Circul⁹ ẽ figura plana vna q̃dem linea ꝯtẽta: q̃ circũferentia noiaẗ: in cui⁹ medio pũct⁹ ẽ: a quo oẽs linee recte ad circũferẽtiã exeũtes sibiĩuicẽ sut equales. Et hic quidẽ pũct⁹ cẽtrũ circuli dr̃. ¶ Diameter circuli ẽ linea recta que sup ei⁹ centꝝ trãsiens extremitatesq3 suas circũferẽtie applicans circulũ i duo media diuidit. ¶ Semicirculus ẽ figura plana diametro circuli ⁊ medietate circũferentie ꝯtenta. ¶ Portio circuli ẽ figura plana recta linea ⁊ parte circũferẽtie ꝯtẽta: semicirculo quidẽ aut maior aut minor. ¶ Rectilinee figure sũt q̃ rectis lineis cõtineẗ quarũ quedã trilatere q̃ trib⁹ rectis lineis: quedã quadrilatere q̃ q̃tuor rectis lineis. q̃dã mltilatere que pluribus q3 quatuor rectis lineis contineẗ. ¶ Figurarũ trilaterarũ: alia est triangulus hñs tria latera equalia. Alia triangulus duo hñs eq̃lia latera. Alia triangulus triũ inequalium laterũ. Haꝝ iterũ alia est orthogoniũ: vnũ .s. rectum angulum habens. Alia ẽ ambligonium aliquem obtusum angulum habens. Alia est oxigonium: in qua tres anguli sunt acuti. ¶ Figurarũ autẽ quadrilateraꝝ Alia est q̃dratum quod est equilaterũ atq3 rectangulũ. Alia est tetragon⁹ long⁹: q̃ est figura rectangula: sed equilatera non est. Alia est helmuaym: que est equilatera: sed rectangula non est.

De principijs p se notis: ⁊ pmo de diffinitionibus earundem.



¶ Alia est similis helmuaym que opposita latera habet equalia atqʒ oppositos angulos equales: idẽ tamen nec rectis angulis nec equis lateribus cõtinet: Preter has autẽ oẽs quadrilatere figure helmua/riphe nominantur. ¶ Equidistantes linee sunt que in eadem superfi/cie collocate atqʒ in alterutram partem ꝑtracte non conueniunt etiã si in infinitum protrahantur.

Petitiones sunt quinqʒ: ¶ A quolibet pũcto in quemlibet punctum rectã lineã ducere atqʒ lineã definitã in cõtinuũ rectũqʒ quãtũlibet protrahere. ¶ Super centrũ quodli/bet quãtumlibet occupando spacium circuluʒ designare. ¶ Omnes rectos angulos sibiinuicem esse equales: ¶ Si linea recta sup duas lineas rectas ceciderit duoqʒ anguli ex vna par/te duob⁹ rectis angulis minores fuerint istas duas lineas in eãdẽ ptẽ ꝑtractas ꝓculdubio ꝯiũctiũ irẽ. ¶ Duas lineas rectas supficiẽ nul/lam concludere.

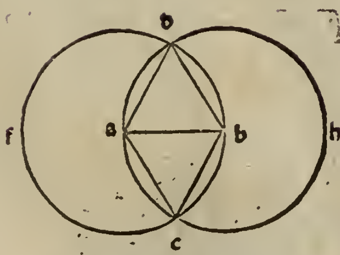
Communes animi ꝯceptiones sunt hee: ¶ Que vni ⁊ eidẽ sunt equalia ⁊ sibiĩuicẽ sunt equalia: ¶ Et si equalib⁹ equa lia addant̃ tota quoqʒ fiẽt equalia. ¶ Et si ab equalib⁹ eq̃lia auferant̃ que relinquũt̃ erũt equalia. ¶ Et si ab ineq̃libus equalia demas q̃ relinquũt̃ erũt ineq̃lia. ¶ Et si ineq̃/libus equalia addas ipsa quoqʒ fiẽt inequalia. ¶ Si fuerint due res vni equales ipse sibiĩuicem erũt equales. ¶ Si fuerint due res quaꝝ vtraqʒ vni⁹ eiusdeʒ fuerit dimidiũ vtraqʒ erit equalis alteri. ¶ Si ali/qua res alicui superponat̃ appliceťqʒ ei nec excedat altera alterã: ille sibiĩuicẽ erunt eq̃les. ¶ Omne totum ẽ maius sua pte.

Sciendũ est aũt ꝙ preter has animi cõceptiões: siue cões scias mul/tas alias que numero sunt incõprehensibiles pretermisit Euclides: quarũ hec est vna. ¶ Si due quantitates equales ad quãlibet tertiã eiusdem generis cõparentur simul erunt ambe illa tertia aut eque maiores: aut eque minores: aut simul equales. ¶ Itẽ alia Quanta est aliqua quantitas ad quãlibet aliam eiusdẽ generis tantã esse quãlibet tertiã ad aliquam quartã eiusdem generis in quantitatib⁹ continuis: hoc vniuersaliter ve/rum est siue antecedentes maiores fuerint consequentibus siue minores. magnitu do enim decrescit in infinitũ. in numeris aũt non sic: sed si fuerit primus submul/tiplex secundi: erit quilibet tertius eque submultiplex alicui⁹ quarti: quoniã nume rus crescit in infinitũ: sicut magnitudo in infinitum minuitur.

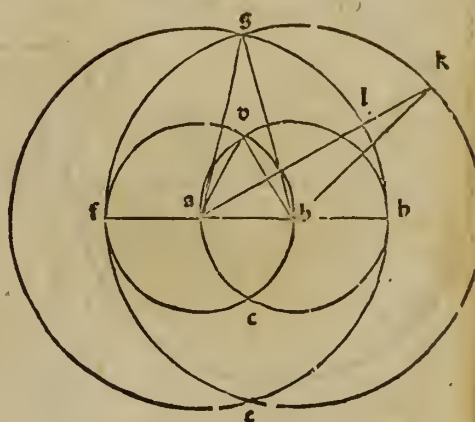
Propositio prima.

Triangulum equilaterum supra datam lineam rectam col locare.

¶ Esto data linea recta. a. b. volo super ipsam triangulũ equilaterũ cõstituere super alterã eius extremitatẽ. s. in puncto a. ponam pedẽ circini immobilem: ⁊ alterũ pedem mobilem extendam vsqʒ ad. b. ⁊ describã ſm quantitatem ipsius linee date per secũdam petitionẽ circulũ. c. b. d. f.



rurſus alterā eius extremitatem.ſ.punctū b.faciam centrū: ⁊ per eandem petitio nem ⁊ ſm eiuſdem quantitatem lineabo circulum c.a.d.b.qui circuli interſecabūt ſe in duobus punctis:que ſint.c.d.⁊ alteram duarū ſectionum:ſicut ſectionem.d. continuabo cum ambabus extremitatibus date linee protractis lineis.d.a.d.b. per primā petitionem: quia ergo a puncto a.qđ eſt centrum circuli.c.b.d. ꝓtra/ cte ſunt linee a.d.⁊ a.b.vſq; ad eius circūferentiam ipſe erunt equales per diffini tionem circuli. Similiter quoq;: quia a puncto b.quod eſt centrum circuli.c.a.d. protracte ſunt linee b.a.⁊.b.d.vſq; ad eius circūferentiā ipſe erunt ēt equales: qa ergo vtraq; duarū linearū.a.d.b.d.equalis ē linee a.b.vt probatum eſt:ipſe erūt equales inter ſe per primā cōceptionē:ergo ſuper datam lineam collocauimus tri angulum equilaterū:quod eſt ꝓpoſitum. ¶Si autē ſuper eandē lineā libeat col/ locare reliquas duas triangulorum ſpēs.ſc;.triangulū duū eq̄liū laterū ⁊ triangulū triū inequaliū laterū.ꝓtrahat̄ linea.a.b.i vtrāq; ptem vſq; quo occurret circūfe/ rentie amborum circulorum:ſup duo pūcta .f.⁊.h.⁊ poſito cētro i pūcto.a.lineet̄ circu lus.c.h.g.ſm quātitatē linee.a.h. Itēq; poſito centro in pūcto.b.lineet̄ circulꝰ.e. f.g.ſm quantitatē linee.b.f.ubi aūt circuli interſecabūt ſe i duobꝰ pūctis q̄ ſūt e.g. Coniungant̄ igit̄ extremitates date linee cū altera dictarū ſectionū p duas lineas rectas q̄ ſunt.a.g. b.g.⁊ quia he linee a.h.⁊.a.f.exeunt a centro circuli.c.d.f.ad eius circūferentiā ipſe erūt equales.Silr quoq;.a.b.⁊.b.h.quia exeūt a centro cir culi.c.a.d.b.vſq; ad ipſius circūferētiā ipſe erūt equales: Quia ergo vtraq; dua rū linearum.a.f.⁊.b.h.equalis eſt linee.a.b.ipſe erunt inter ſe equales.ergo poſito a.b.cōi erit.b.f.equalis.a.h.ſ;.b.f.eſt equalis.b.g.quia ābo exeūt a centro circu/ li.e.f.g.ad eius circūferentiam.Similit̄ quoq;.a.h.eſt equalis.a.g.⁊ vtraq; earū eſt maior.a.b.eo ꝙ vtraq; duarū linearum.b.f.⁊.a.h.maior eſt.a.b. quare ſup datam lineā collocauimus triangulū duorum equaliū laterū: ¶ Triangulū etiā triū inequaliū laterū ſup eandē lineā collocabimꝰ:ſi aliqđ pūctū exn̄s in circūferentia alterutrius duorum maiorum circulorum qđ nō ſit in altera duarū ſectionū: ⁊ cui nō ob/ uiet f.h.cū in vtrālibet ptem ꝓtracta fuerit in cōtinuū ⁊ directū: ꝯiunxerimus p duas lineas rectas cū ambabꝰ extremitatibꝰ date linee.Sit.n.pūctus.k.ſignatꝰ ī circūferentia circuli.e.f.g.⁊ nō ſit i altera ſectionū nec occurrat ei.f.h. cū ꝓtrahe ret̄ in ꝯtinuū:⁊ directū vſq; ad eius circūferentiā.ꝓtrabam ergo lineas.a.k.⁊.b. k.⁊ ſecabit linea.a.k.circūferentiā circuli.c.h.g.ſecet ergo in pūcto.l. eritq;.b.k. equalis.a .l.quia.b.k.eſt equalis.b.g.⁊.a.l.equalis.a.g.quare.a.k.eſt maior.b. k.ſed ⁊.b.k.eſt maior.a.b.triangulꝰergo.a.b.k.eſt triū inequaliū laterū: Sic igi tur ſup datam lineam omnes triangulorum ſpecies collocauimus.

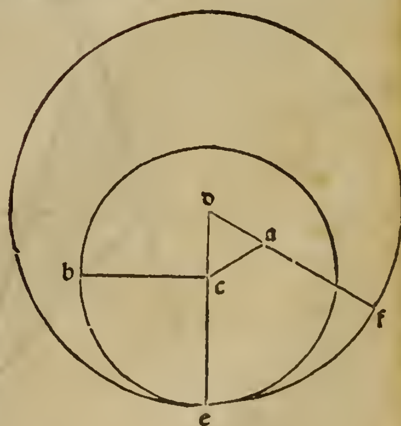


Propoſitio. 2

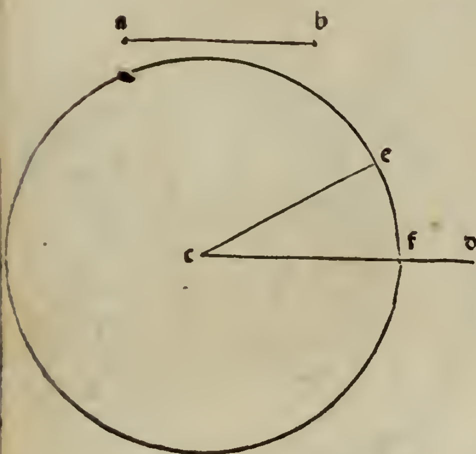


Dato puncto cuilibet linee recte ꝓpoſite equam rectam lineam ducere.

¶Sit.a.punctus datus ⁊.b.c.linea data volo a puncto.a.ducere li neā vnā equalem linee.b.c.in quācūq; ptem contingat: coniungam ergo punctū.a.cum altera extremitate linee.b.c.cum qua voluero.⁊ coniūgā ipſū.a.cū extremitate.c.per lineā.a.c.ſuper quā conſtituā triangulū eq̄la terū ſm doctrinā p̄cedentis qui ſit.a. c.d.⁊ in illa extremitate linee date cum qua coniunxi punctū datū.ſ.in extremitate.c.ponā pedē circini imobilē ⁊ deſcribā ſu per ipſum circulū ſm quantitatē ipſius date linee q̄ ſit circulꝰ.e.b.⁊ latus triāguli



equilateri qd opponit̄ pūcto dato.f.latus.d.c.ꝓtrabam ꝑ centrū circuli descripti vſqꝫ ad ciꝰ circūferētiā: ⁊ ſit tota linea ſic ꝓtracta.d.c.e.ſm cuiꝰ quātitatē linea/ bo circulū poſito centro in.d.qui ſit circulus.e.f.⁊ poſtea ꝓtrahā latus.d.a.vſqꝫ ad circūferentiā hꝰ vltimi circuli ⁊ occurrat circūferētie ipſius in pūcto.f.dico igit̄ ꝙ.a.f.eſt equalis.b.c.nam.b.c.⁊.c.e.ſunt equales:quia exeūt a centro circuli.c.b ad eius circūferentiā.Silr̄ quoqꝫ.d.f.⁊.d.e.ſunt equales qꝛ exeūt a centro circuli e.f.ad circūferentiā.ſed.d.a.⁊.d.c.ſunt equales qꝛ ſunt latera trianguli equilateri ergo ſi.d.a.⁊.d.c.demant̄:d.c.⁊.d.f.que ſunt equales: erūt reſidua que ſūt.a.f.⁊ c.e.equalia qꝛ g̃ vtraqꝫ duarū lineaꝝ.a.f.⁊.c.b.ē equalis.c.e.ipſe ſūt equales int̄ ſe:quare a pūcto.a.ꝓtraximus lineam.a.f.equalem.b.c.quod ē ꝓpoſitum.



Propoſitio .3.

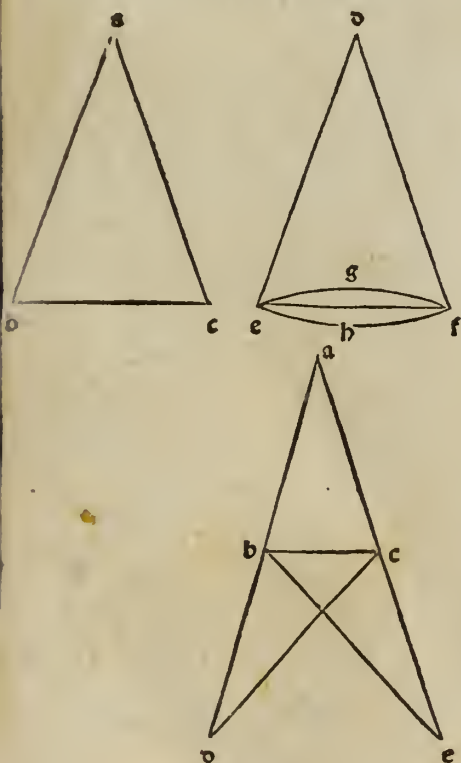
Propoſitis duabus lineis inequalibus de longiori earum breuiori equalem abſcindere.

¶Sint due linee.a.b.⁊.c.d.⁊ ſit.a.b.minor volo ex.c.d.abſcindere vnā que ſit eq̄lis.a.b.duco p̄mo a pūcto.c.vnā lineā equalē.a.b. ſꝫ qd docuit p̄cedens:que ſit.c.e.poſito ergo centro in pūcto.c.deſcri/ bam circulū ſm quantitatē.c.e.q̄ ſecabit lineā.c.d.Sit ergo vt ſecet eā i pūcto.f. eritqꝫ linea.c.f.equalis linee.c.e.quia ambo exeūt a centro eiuſdem circuli ad cir/ cumferētiā:⁊ qꝛ vtraqꝫ duarū linearū.a.b.⁊.f.c.eſt equalis.c.e.ipſe ſūt int̄ ſe equa les:quod eſt ꝓpoſitum.

Propoſitio 4.

Omniū duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vnius duobus lateribus alterius equalia fuerint:duoqꝫ anguli eoꝝ illis equilateribus contenti equales fuerint alter alteri:latera quoqꝫ illoꝝ reliqua ſeſe reſpicientia equalia:reliqui vero anguli vniꝰ reliq̄s angulis alterius equales erūt:ac totus triangulꝰ toti triangulo equalis.

¶Sint duo trianguli.a.b.c. d.e.f.ſitqꝫ latus.a.b.equale lateri.d.e.⁊ latꝰ.a.c.eq̄ le lateri.d.f.⁊ angulꝰ.a.equalis angulo.d.tūc dico ꝙ baſis.b.c.ē equalis baſi.e.f ⁊ angulus.b.equal̄ angulo.e.Itē angulꝰ.c.equalis angulo.f.qd ꝓbat̄: ſupponaꝫ triangulū.a.b.c.triangulo.d.e.f.ita ꝙ angulus.a.cadat ſuꝑ angulū d.⁊ latꝰ a.b. ſuꝑ latus.d.e.⁊ latus.a.c.ſuꝑ latus.d.f.⁊ pꝫ per penultimā ꝯceptionē ꝙ nec an guli nec latera ſeſe excedent eo ꝙ angulus.a.eſt equalis angulo.d.⁊ latera ſuppo ſita his quibus ſupponunt̄ ꝑ ypotheſym.puncta ergo.b.c.cadent ſuꝑ pūcta.e.f. ſi ergo linea.b.c.cadit ſuꝑ lineā.e.f.pꝫ ꝓpoſitum:quia cum linea.b.c.ſuperpoſi/ ta linee.e.f.non excedat eā nec excedat̄ ab ea ē ei equalis ꝑ ꝯuerſionē penultime conceptiōis:eadem rōne erit angulꝰ.b.equalis angulo.e:⁊ angulus.c.eq̄lis angu lo.f.ſi autem linea.b.c.non cadit ſuper lineam.e.f.ſed cadit inter triangulum ſi/ cut linea.e.g.f.aut extra ſicut linea.e.h.f.tunc due linee recte concludūt ſuꝑficiē quod eſt contra vltimā petitionē.



Propoſitio .5.

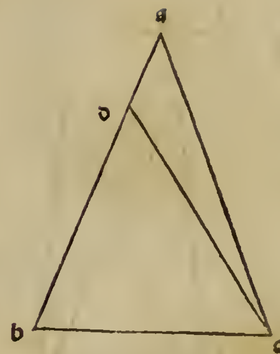
Omnis trianguli duuꝫ eq̄liū laterū angulos qui ſupra baſim ſunt equales eſſe neceſſe eſt:ꝙ ſi eius duo equalia la/ tera directe ꝓtrahant̄ fient quoqꝫ ſub baſi duo anguli inuicem equales.

¶Sit triangulus.a.b.c.cuius latus.a.b.ſit equale lateri a.c.dico ꝙ angulus.a.b.c.ē equalis angulo.a.c.b.ꝙ ſi ꝓtrahant̄.a.b.⁊.a.c. vſqꝫ ad.d.⁊.e.

fiet angulus.d.b.c.equalis angulo.e.c.b.quod sic pbatur:protractis.a.b.⁊.a.c. ponam per tertiam lineam.a.d.equalem linee.a.c.⁊ protraham lineas.e.b. d.c. ⁊ intelligam duos triangulos.a.b.e.⁊.a.c.d.quos probabo esse equales ⁊ equila teros ⁊ eq̈angulos.Sunt.n.duo latera.a.b.⁊.a.e.trianguli.a.b.e.equalia duob⁹ lateribus.a.c.⁊.a.d.trianguli.a.c.d.⁊ angulus.a.ē cōis vtriq3 ergo p p̄missā ba/sis.b.e.est equalis basi.c.d.⁊ angulus.e.est equalis angulo.d. ⁊ angulus.a.b.e. equalis angulo.a.c.d.Item intelligo duos triangulos.d.b.c.⁊.e.c.b.quos simili ter probabo esse equilateros ⁊ equiangulos.nam duo latera.d.b.⁊.d.c. trianguli b.d.c.sunt equalia duobus lateribus.e.c.⁊.e.b.trianguli.e.b.c. ⁊ angulus.d.est equalis angulo.e.ergo per premissam:basis basi: ⁊ reliqui anguli reliquis angulis ergo angulus.d.b.c.est equalis angulo.e.c.b.⁊ hoc est scd̄m ꝓpositū.s.ꝙ anguli sub basi equales sunt:⁊ angulus.b.c.d.est equalis angulo.c.b.e.sed totus.a.b.e. est equalis.a.c.d.vt probatum fuit supra.ergo angulus.a.b.c.residuus est equa/lis angulo.a.c.b.residuo quoꝝ vterq3 est super basim:quod p̄mū ꝓpositum

Propositio .6.

Si duo anguli alicuius trianguli equales fuerint duoq3 la/tera angulos illos respicientia equalia erunt.



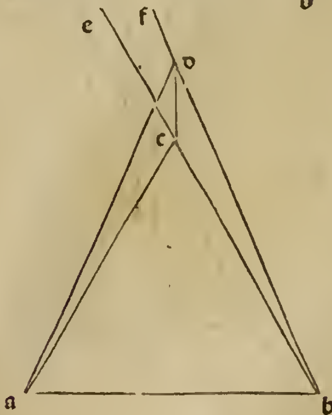
¶ Hec ē conuersa p̄misse quantum ad p̄mā eius ptem.Sit enim tri/angulus.a.b.c.cuius duo anguli.b.⁊.c.sunt equales dico ꝙ lat⁹.a.b.est equalis lateri.a.c.Si enī non sunt equales erit alterū alt̄o ma/ius.sitq3.a.b.maius quod resecetur ad equalitatem.a.c.per tertiam ꝓpositione3 vt superfluum sit a parte.a.⁊ resecetur in puncto.d.sitq3.b.d.equalis.a.c.⁊ ducat̄ linea.d.c.Intelligo ergo duos triangulos.a.b.c.⁊.d.b.c.quos ꝓbabo esse equila teros ⁊ equiangulos.sunt enim duo latera.d.b.⁊.b.c.trianguli.d.b.c.eq̄lia duo/bus lateribus.a.c.⁊. b.c.trianguli.a.b.c.⁊ angulus.b.equalis angulo.c. totali p ypothesim ergo basis.d.c.est equalis basi.b.a.⁊ angulus.d.c.b.equalis angulo.a c.b.pars v3 toti quod est impossibile.

Propositio .7.

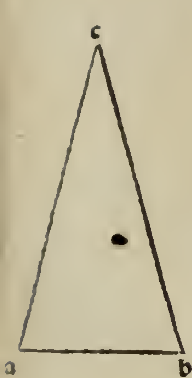
Si a duobus punctis aliquam lineā terminantibus due li/nee ad punctū vnum concurrentes exierint ab eisdē pun/ctis alias lineas singulas suis conterminalibus equales q̄ ad aliū ꝯcurrāt in eandē ptem duci est impossibile.



¶ Sit linea a.b.a cuius extremitatibus ꝓtrahant̄ due linee in par/tem vnam que concurrant in eodem puncto vt sint.a.c.⁊.b.c.que concurrant in puncto.c.dico ꝙ in eandem partem non protrahentur alie due ab eisdem extre/mitatibus que concurrant ad aliud punctum:ita ꝙ illa que egredietur a pūcto.a. sit equalis linee.a.c.⁊ que egredietur a puncto.b.sit equal' linee.b.c.Quod si fue/rit possibile protrahantur alie due linee in eandem partem que concurrant in pū cto.d.⁊ sit linea.a.d.equalis linee.a.c.⁊ linea.b.d.equalis.b.c.aut ergo punctus d.cadet intra triangulum aut extra:nam in altero laterum .a.c.⁊.b.c. non cadet quia tunc pars esset equalis suo toti.Si autem cadat extra aut altera linearum.a. d.⁊.b.d.secabit alteram linearum.a.c.⁊.b.c.aut neutra neutram: ⁊ secet primo altera alteram ⁊ protrahatur linea.c.d.quia ergo trianguli.a.c.d.duo latera.a.c. ⁊.a.d.sunt equalia erit angulus.a.c.d.equalis angulo.a.d.c.per.5. Similiter q̄a in triangulo.b.c.d.duo latera.b.c.⁊.b.d.sunt equalia erunt āguli.b.c.d.⁊.b.d.c



Similiter equales per eandem: ⁊ quia angulus.b.d.c.est maior angulo.a.d.c.se/quitur angulum.b.c.d.esse maiorem angulo.a.c.d.partem.s.toto quod est impos/sibile: Si autem.d.cadit extra triangulum.a.b.c.ita ꝙ linee non se secent ꝓtrahā lineam.d.c.⁊ producam.b.d. ~~⁊.b.d.~~ ⁊.b.c.sub basi vsq; ad.f.⁊ ad.e: ⁊ quia linee a.d.⁊.a.c.sunt equales: erūt anguli.a.c.d.⁊.a.d.c.equales ꝑ.5.Similiť quia.b.c ⁊.b.d.sunt equales erunt anguli sub basi qui sunt.c.d.f.⁊.d.c.e.equales ꝑ scdā partem eiusdem: quia ergo angulus.e.c.d.minor est angulo.a.c.d.sequitur angulum.f.d.c.esse minorem angulo.a.d.c.quod est impossibile: ⁊ eodem modo deducetur aduersarius ad inconueniens: si.d.pūctus cadat intra triangulū.a.b.c. ⁊c̄.

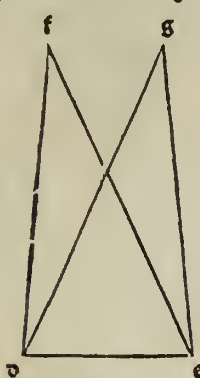




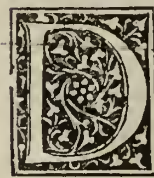
Propositio .8.


OMnium duorū triangulorū quorum duo latera vniꝰ duobus lateribus alterius fuerint equalia: basisq; vnius basi alterius equalis: duos angulos equis lateribus contentos: equales esse necesse est.

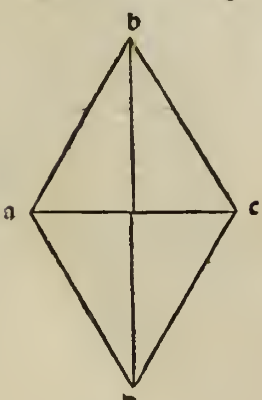
¶ Sint duo triāguli.a.b.c. d.e.f.sitq;.a.c.equalis.d.f.⁊.b.c.eq̄lis e.f.⁊.a.b.equalis.d.e.dico ꝙ angulus.c.est equalis angulo.f.⁊ angulus.a.angulo.d.⁊ angulus.b.angulo.e.superponā basim.a.b.basi.d.e.que cum sint equales neutra excedet alterā per penultimā conceptionem: aut ergo punctus.c.cadet super punctū.f.aut non.Si sic: tunc quia angulus.c.superpositꝰ erit angulo.f.⁊ neuter eorū excedit alterum: ipsi sunt equales per conuersionem conceptionis ṗdicte: Similiter argue reliquos angulos esse equales: Si autem punctus.c. non cadit super.f.sed super quemlibet alium qui sit punctꝰ.g.quia.e.g. est equalis.b.c. imo eadem: itemq;.d.g.equalis.a.c.erit.e.g.equalis.e.f.⁊.d.g. equalis.d.f.quod est impossibile per precedentem.



Propositio .9.


DAtum angulum per equalia secare.

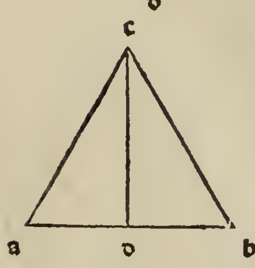
¶ Sit datus angulus quem oportet diuidere: angulus.a.b.c.lineas ipsum continentes que sunt.a.b.⁊.b.c.ponam equales per tertiā ⁊ producam lineam.a.c.super quā constituam triangulum equilaterum.a.d.c.⁊ protrahā lineā.b.d.dico ꝙ ipsa diuidit datū angulū per equalia: Intelligo duos triangulos.a.b.d.⁊.c.b.d.⁊ quia duo latera a.b.⁊.b.d.trianguli.a.b.d.sunt equalia duobus lateribus.c.b.⁊.b.d.trianguli.c.b d.⁊ basis.a.d.basi.c.d.ergo per precedentem angulus.a.b.d.est equalis angulo c.b.d.quod est ꝓpositum facere.



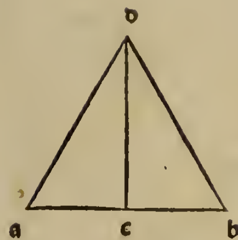
Propositio .10.


PRoposita recta linea eam per equalia diuidere.

¶ Sit proposita linea quā oportet diuidere ꝑ equalia.linea a.b.sup ipsā ꝯstituā triāgulū eq̄laterū.a.b.c.⁊ angulū.c.diuido ꝑ eq̄lia ſm doctrinā ṗcedentis per lineam.c.d.dico ꝙ linea.c.d.diuidit datā lineā.a.b.ꝑ eq̄lia: Intelligo.n.duos triāgulos.a.c.d.⁊.b.c.d.⁊ arguo sic: duo latā.a.c.⁊.c.d.trianguli.a.c.d.sť eq̄lia duobꝰ lateribꝰ b.c.⁊.c.d.triāguli.b.c.d.⁊ angulus.c.vnius angulo.c.alterius ergo per quartam basis.a.d.basi.d.b.quod est ꝓpositum.

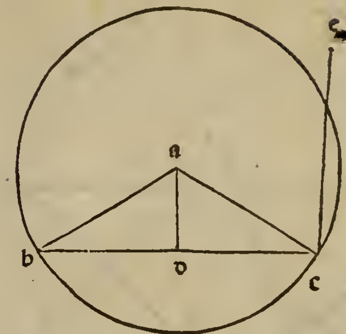


Data linea recta a pũcto in ea signato ppẽdicularẽ extrahere duob⁹ q̃dem angul' eq̃lib⁹ ac rectis vtrinq₃ subnixam.
¶ Sit data linea .a.b. in q̃ sit datus pũctus .c. a quo o₃ ppẽdicularẽ₃ extrahere: faciã g̃ p tertiã lineã .b.c. eq̃lẽ lineẽ .a.c. ⁊ sup totã .a.b. cõstituo triangulũ eq̃laterũ .a.b.d. ⁊ ptrabo lineã .c.d. q̃ dico q̄ ipa ẽ ppẽdicularis sup lineã .a.b. Intelligo duos triangulos .a.c.d. ⁊ .b.c.d. ⁊ q₂ duo latera .a.c. ⁊ .c.d. trianguli .a.c.d. sũt eq̃lia duob⁹ laterib⁹ .c.b. ⁊ .c.d. trianguli .c.b.d. ⁊ basis .a.d. basi .b.d. erit p .8. angul⁹ .a.c.d. eq̃lis angulo .b.c.d. q̃re vtq₃ eo₂ erit rect⁹ p diffinitõem anguli recti: ⁊ linea .c.d. ppẽdicularis sup lineã .a.b. p diffinitõem lineẽ ppẽdicularis: qd̃ ẽ ppositũ.



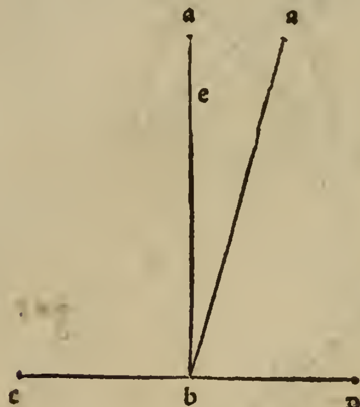
Propositio 12.

A puncto extra signato ad datã lineã indefinite quantitatis perpendicularem deducere.
¶ Sit .a. punctus signat⁹ extra lineã .b.c. a quo ad ipsã o₃ deducẽ ppẽdicularẽ: ptrahã ergo lineã .b.c. i vtrãq₃ ptẽ q̃tũ libuerit ⁊ super pũctũ .a. describã circulũ .b.c. sic vt secet lineã datã in pũctis .b.c. et ptrahã lineas .a.b. ⁊ .a.c. ⁊ diuidã angulũ .b.a.c. p eq̃lia p lineã .a.d. p .9. dico q̄ .a.d. ẽ ppẽdicularis sup lineã .b.c. Intelligo duos triãgulos .a.b.d. ⁊ .a.c.d. ⁊ quia duo latera .a.b. ⁊ .a.d. triãguli .a.b.d. sũt eq̃lia duobus laterib⁹ .a.c. ⁊ .a.d. trianguli .a.c.d. ⁊ angul⁹ .a. vni⁹ eq̃lis angulo .a. alteri⁹ erit p .4. basis .b.d. eq̃lis basi .d.c. ⁊ angulus .a.d.b. eq̃lis angulo .a.d.c: q̃re vtq₃ eo₂ rect⁹ ⁊ linea .a.d. ppẽdicularis sup lineã .b.c. p diffinitõem anguli recti ⁊ lineẽ ppẽdicularis: qd̃ ẽ ppositũ.



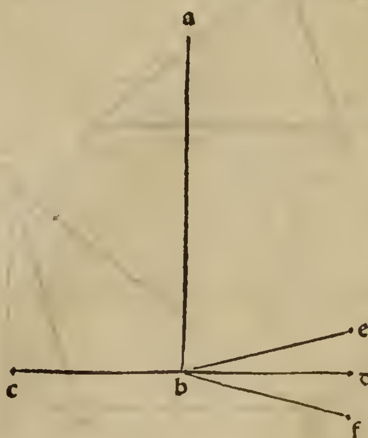
Propositio .13.

Omnis recte linee sup rectã lineã stantis duo vtrobiq₃ anguli aut sunt recti aut duobus rectis equales.
¶ Sit vt linea .a.b. supstet lineẽ .c.d. q̃ si fuerit sup eã ppẽdicularis faciet duos angulos rectos p cõuersionẽ diffinitõis. Si ãt nõ fuerit sup eã ppẽdicularis a pũcto .b. ducat̃ .b.e. ppẽdicularis sup .c.d. p vndecimã: eruntq₃ duo anguli .e.b.c. ⁊ .e.b.d. recti p cõuersionẽ diffinitõis: q₂ ergo duo anguli .d.b.a. ⁊ .a.b.e. adequant̃ angulo .d.b.e. ipse cũ ãgulo .c.b.e. erũt eq̃les duob⁹ rectis: q̃re tres ãguli q̃ sũt .d.b.a. .a.b.e. ⁊ .c.b.e. sũt eq̃les duob⁹ rectis: s₃ ãgul⁹ .c.b.a. ẽ eq̃lis duob⁹ angul' .c.b.e. ⁊ .e.b.a. g̃ duo ãguli .c.b.a. ⁊ .a.b.d. sũt eq̃les duob⁹ rectis: qd̃ ẽ ppositũ: Ex quo p₃ q̄ totũ spaciũ qd̃ i q̃lib₃ supficie plana pũctũ q̃lib₃ circũstat q̃tuo₂ rectis āgulis eẽ eq̃le.



Propo .14.

Si due linee a pũcto vni⁹ lineẽ i diuersas ptes exierint duosq₃ circa se angulos rectos aut duob⁹ rectis equales fecerint: ille due linee sibi directe coniũcte sũt ⁊ linea vna.
¶ Sit vt a pũcto .b. lineẽ .a.b. exeãt due lineẽ in oppositas ptes que sint .b.c. ⁊ .b.d. ⁊ faciũt duos ãgulos q̃ sũt .c.b.a. ⁊ .d.b.a. eq̃les duobus rectis: tũc dico q̄ due lineẽ .c.b. ⁊ .d.b. sũt sibiĩuicẽ directe cõiũcte ⁊ linea vna: ⁊ hec ẽ q̃si cõuersa p̃oris: q̄ si nõ fuerit linea vna tũc ptrahat̃ .c.b. in ptinuũ ⁊ directũ q̃ q₂ nõ ẽ linea vna cũ .d.b. trãsibit sup eã vt .b.e. aut ifra eã vt .b.f. q₂ g̃ sup lineã rectã q̃ ẽ .c.b.e. cadit linea .a.b. erũt anguli .c.b.a. ⁊ .e.b.a: eq̃les duob⁹ rectis p p̃cedẽte: ⁊ q₂ oẽs recti sũt ad iuicẽ eq̃les p .3. petitõem anguli quoq₃ .c.b.a. ⁊ .d.b.a. sũt eq̃les duob⁹ angul' rectis p ypothesim erũt duo ãguli .c.b.a. ⁊ .e.b.a. eq̃les duobus angul' .c.b.a. ⁊ .d.b.a. g̃ dẽpto cõi angulo .c.b.a. erit ãgul⁹ .e.b.a. eq̃lis angulo



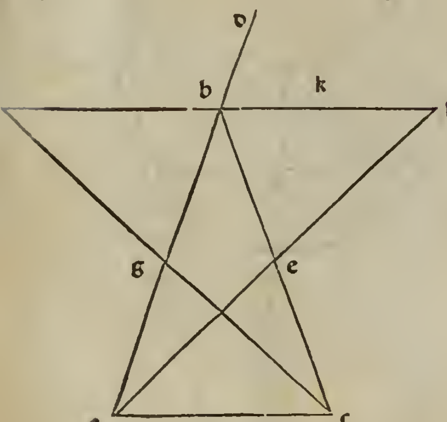
d.b.a.ps toti:quod ē īpossibile:silr lineā.c.b.ꝑtractā ꝓbabis angulū d.b.a.esse eq̄lem angulo.f.b.a.si forte diceret aduersariꝰ lineā.c.b.ꝑtractā cadere īfra.b.d.

Propositio 15.





Omnium duarū linearum se inuicē secātiū: oēs anguli cōtra se positi sūt eq̄les: vnde manifestū est ꝙ cū due linee recte se inuicē secāt q̄tuor q̄ fiūt āgulos q̄tuor rectis eē eq̄les ¶Sint due linee.a.b.⁊.c.d.se inuicē secātes ī pūcto.e.dico ꝙ angulꝰ d.e.b.est eq̄lis angulo.a.e.c.⁊ angulus.b.e.c.ē eq̄lis angulo.a.e.d. Erūt.n.p.13.duo anguli.a.e.c.⁊.c.e.b.eq̄les duobꝰ rectis:itēq̃ duo anguli.c.e.b.⁊.d.e.b.eq̄les duobus rectis p eandē:q̄re duo p̄mi sīt eq̄les duobꝰ postremis eo ꝙ oēs recti sūt ad inuicē equales p.4.petitionē:dempto ergo cōi angulo q̄ ē c.e.b. erit angulus.a.e.c.eq̄lis angulo.d.e.b. Eodē mō ꝓbabit̄ angulus.c.e.b.eē eq̄les angulo.a.e.d.qđ ē ꝓpositū. Propositio 16

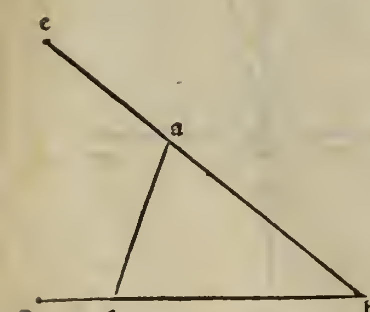




Si quodlibet laterū trianguli directe ꝑtrahat̄ faciet angulum extrinsecum vtroq̃ angulo trianguli sibi intrinsecus opposito maiorem.

¶Sit vt trianguli.a.b.c.latus.a.b.ꝑtrahat̄ vsq̃ ad.d.dico ꝙ angulus.d.b.c.maior ē vtroq̃ duoꝝ anguloꝝ itrinsecoꝝ sibi oppositorū q̄ sūt.b.a.c.⁊.b.c.a.diuidā.n.p.10.lineā.c.b.p eq̄lia in pūcto.e.⁊ ꝑtrahā.a.e. vsq̃ ad.f.ita vt.e.f.fiat eq̄lis.a.e.⁊ ꝑtrahā lineā.f.b.intelligo duos triangulos c.e.a.⁊.b.e.f.⁊ q̄r duo latera.a.e.⁊.e.c.trianguli.a.e.c.sūt eq̄lia duobus laterībꝰ f.e.⁊.e.b.trianguli.f.e.b.⁊ angulus.e.vnius ē eq̄lis angulo.e.alteriꝰ p p̄missā q̄a sūt anguli ꝯpositi: erit p.4.angulꝰ.c.e.a.eq̄lis angulo.e.b.f.⁊ iō angulus.c.b.d. maior erit angulo.b.c.a.Silr quoq̃ ꝓbabitur ꝙ est maior angulo.c.a.b.nā diuidam.a.b.p eq̄lia in pūcto.g.p.10.⁊ ꝑtrahā lineā.g.b.equalē linee.c.g.p.3.postea ꝑtrahā.b.b.k.erūtq̃ duoꝝ triāguloꝝ q̄ sūt.a.g.c.⁊.b.g.b.duo latera.a.g.⁊ g.c.p̄mi eq̄lia duobꝰ laterībꝰ.b.g.⁊.g.b.scōi:⁊ angulus.g.vniꝰ angulo.g.alteriꝰ p 15.ergo p.4.angulus.g.c.a.est eq̄lis angulo.g.b.b.q̄re p.15.⁊ angulo.k.b.d ⁊ q̄r angulus.c.b.d.ē maior angulo.k.b.d.erit etiā maior āgulo.b.a.c.qđ ē ꝓpositū.

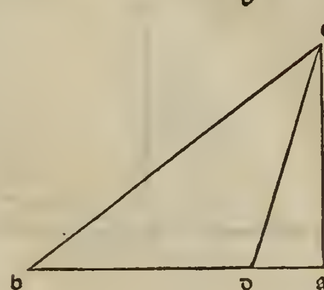
Propositio.17.





Omnis triāguli duo q̄libet āguli duobꝰ rectis sūt mīores. ¶Sit triangulus.a.b.c.dico ꝙ duo q̄libet eiꝰ anguli duobꝰ rectis sūt minores:ꝑtrahat̄.n.vnū latus eius vt.b.c.vsq̃ ad.d.eritq̃ p p̄cedentē angulus.c.extrinsecus maior.a.⁊ maior.b.sꝫ.c.extrinsecꝰ cum c.intrinseco ē eq̄lis duobus rectis p.13.g̃ anguli.b.⁊.c.intrinseci siue anguli.a.⁊.c.intrinseci sūt minores duobus rectis:silr si ꝑtrahat̄ latus.b.a.ꝓbabit̄ ꝙ duo anguli.a.⁊.b.sunt minores duobus rectis:quod ē ꝓpositū.

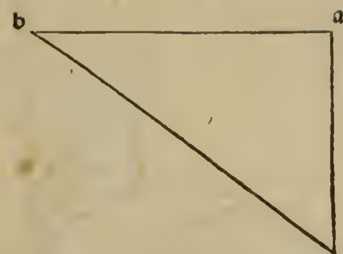
Propositio .18.





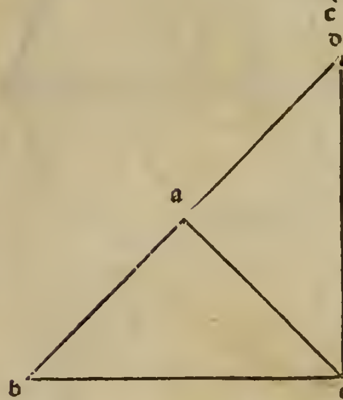
Omnis trianguli lōgius latꝰ maiori angulo oppositū est. ¶Sit vt ī triangulo.a.b.c.āgulꝰ.a.sit maior āgulo.c.dico ꝙ latꝰ c.b. maior erit latere.a.b.Si.n.sit eq̄le erit p.5.āgulꝰa.eq̄l' angulo.c.qđ ē ꝯ ypothesym:si aūt.a.b.sit maiꝰ resecet̄ ad eq̄litatē.c.b.p.3.sitq̃.d b.eq̄le.c.b.erit g̃ p.5.āgulꝰd.c.b.eq̄l' anglo.b.d.c.sꝫ.b.d.c.ē maior āgulo.b.a.c.p.16.g̃.b.c.d.ē maior.b.a.c.q̄re mlto fortiꝰ maior.a.c.b.ps toto:qđ ē ipossibile. Propositio .19.


Omnis trianguli maiori angulo longius latus oppositū ē
¶Sit vt in triangulo.a.b.c.latus.b.c.sit maius latere.a.b.dico q angulus.a.erit maior angulo.c.et ē cōuersa pcedētis:si.n.sit eq̄lis tūc p.6.latus.a.b.ē eq̄le lateri.b.c.qd̄ est ꝯ ypothesym:Si āt.c.sit maior tūc p pcedentē latus.a.b.ē maius latere.b.c.qd̄ ē ꝯ ypothesym q̄re astruit ppositum.



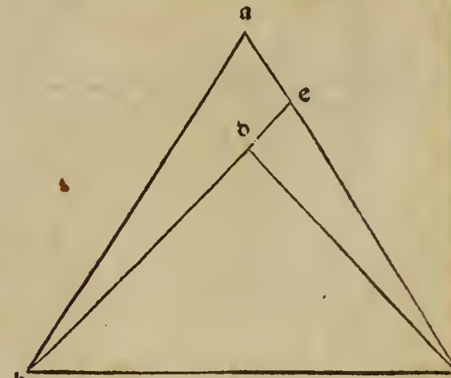
Propositio 20.


Omnis trianguli duo quelibet latera simul iuncta reliquo sunt longiora.
¶Sit triāgulus.a.b.c.dico q duo latera.a.b.et.a.c.sūt lōgiora latere b.c.ptrahat̄ linea.b.a.vsq3 ad.d.ita vt a.d.sit eq̄lis.a.c.et ptrahat̄ c.d.p.5.erit angulus.a.c.d.eq̄lis angulo.d.q̄re angulus.b.c.d.ē maior angulo.d.ergo p.18.latus.b.d.est maius latere.b.c.s3.b.d.ē eq̄le.a.b.et a.c.q̄re b.a.et.a.c.sil' iūcta sūt maiora.b.c.



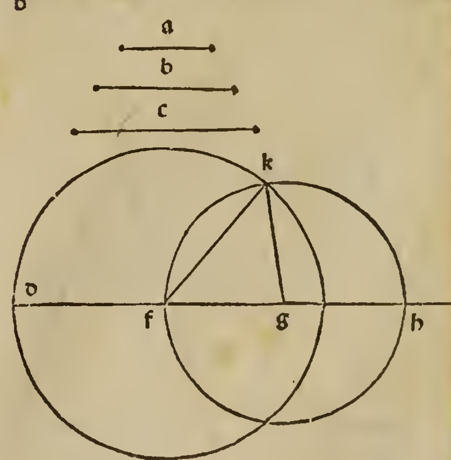
Propositio .21.


Si de duobus punctis terminalibus vnius lateris triāguli due linee exeuntes intra triangulum ipsum ad punctū vnū ꝯueniant eedē duabus quidē reliquis trianguli lineis breniores erunt et maiorē angulum continebunt.
¶Sit vt in triangulo.a.b.c.ab extremitatibus lateris.b.c.concurrant due linee.b d.et.c.d.ad punctū.d.intra triangulum.a.b.c.dico q ipse simul iuncte sūt breuiores duabus lineis.a.b.et.a.c.sil' iunctis et q angulus.d.ē maior angulo.a.ptrahā eni.b.d.vsq3 quo secet latus.a.c.in puncto.e.eruntq3 per.20.b.a.et.a.e.simul iūcte maiores.b.e.ergo.b.a.et.a.c.sunt maiores.b.e.et.e.c. At vero.d.e.et.e.c. siml' iuncte p eandē sūt maiores.d.c.q̄re.b.e.et e.c.sunt maiores.b.d.et.d.c.et q2.b.a.et a.c.sunt maiores.b.e.et.e.c.vt pbatū ē prius erūt multo fortius maiores.b.d. et d.c.qd̄ ē pmū ppositum:At q̄m angulus.b.d.c.est maior angulo.d.e.c. p.16. et angulus.d.e.c.ē maior angulo.c.a.b.p eandē:erit angulus.b.d.c.multo fortius maior angulo.b.a.c.qd̄ ē scd̄3 ppositū.

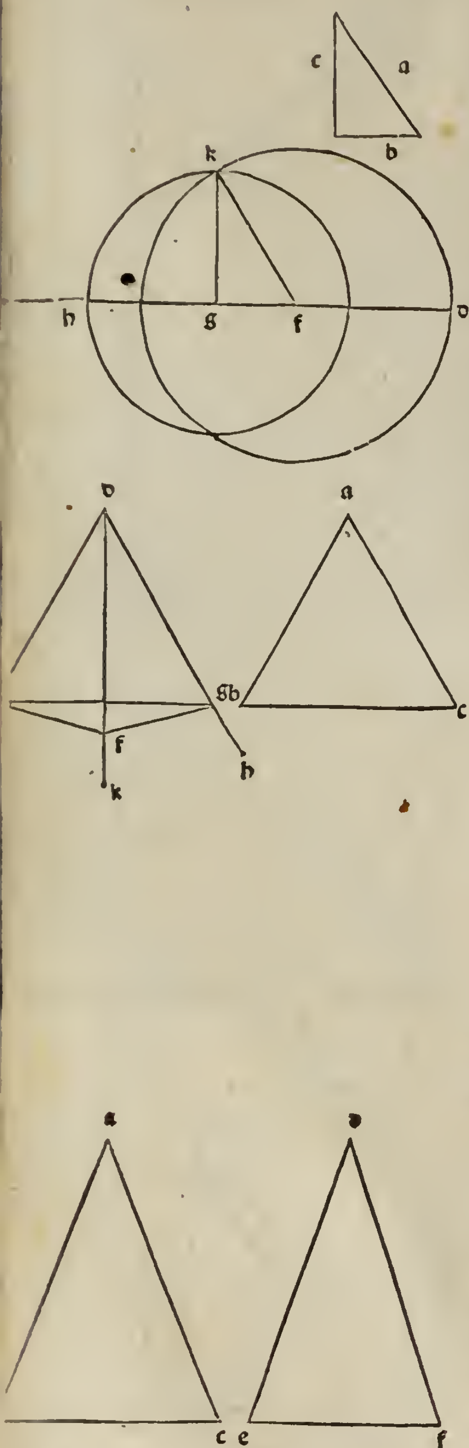


Propositio .22.


Propositis tribus lineis rectis quarū due quelibet simul iuncte reliquā sint longiores de tribus alijs lineis sibi equalibus triangulum constituere.
¶Sint tres linee recte pposite.a.b.c.et sint quelibet due sil iūcte longiores reliq̄.alit̄.n.ex illis tribus eq̄libus triangulus non posset constitui p.20. cū g̃ ex illis tribus p̄dictis volo ꝯstituere triangulū:sūmo lineā rectam que sit.d.e.cui nō pono a pte.e.determiatū finē:d q̄ sūmo p.3.d.f.equalē.a.et.f.g equalē.b.et.g.h.eq̄lem.c.scd̄oq3 puncto.f.centro describo b̄m quantitatē linee.f.d. circulū.d.k.itēq3 facto.g.centro describo b̄m q̄titatē linee.g.h.k.h.q̄ circuli intersecabunt se in duobus punctis quoꝝ vnū sit.k.alioquin sequeret̄ vnā dictaꝝ linearū esse equalē alijs duabus iunctis aut maiorē eis:quod est ꝯtrium poni:duco ergo lineā.k.f.et.k.g.eritq3 triangulus.k.f.g.constitutus ex tribus lineis eq̄libus lineis a.b.c.datis:sūt enim.f.d.et.f.k.equales q̄m sunt a centro ad circūferentiā quare f.k.ē equalis.a. Similit̄q3.g.h.et.g.k.sunt equales:quia exeunt a centro ad circūferentiam:quare.g.k.est equalis c.et quia.g.f.sūpta fuit equalis.b.patet propositum manifeste.



Propositio .23.



Data recta linea sup terminũ eius cuilibet angulo ꝓposito equum angulum designare.

Sit data linea .f.e. que ē in superiori figura: ⁊ sint linee .b.a. ꝯtinentes āgulũ datũ cui subtendā basim .c. sup pũctũ .f. linee .e.f. iubere facere eq̄lē angulũ angulo dato ad lineā .e.f. adiũgo .f.d. eq̄lem linee .a ⁊ ex .f.e. sũmo .f.g. eq̄lē .b. ⁊ ex .g.e. sũmo .g.h. eq̄lē .c. ⁊ sup puncta .f. ⁊ .g. describo duos circulos .d.k. ⁊ .k.h. ƀm quantitatē duarũ linearũ .f.d. ⁊ .g.h. ⁊ intersecātes se in pũcto .k. sicut docuit p̄cedēs: ductisq̃ʒ lineis .k.f. ⁊ .k.g. erũt eq̄lia duo latera .k.f. ⁊ .f.g. trianguli .k.f.g. duobus laterib⁹ .a. ⁊ .b. trianguli .a.b.c. ⁊ basis .g.k eq̄lis basi .c. ergo p .8. angul⁹ .k.f.g. eq̄l' erit angulo ꝯtēto .ab .a. ⁊ a .b. qḋ ē ꝓpositum.

Propositio 24.

Omniũ duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vni⁹ duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ fuerint eq̄lia: si fuerit anguloꝝ sub illis eq̄s laterib⁹ ꝯtētoꝝ alter altero maior basis quoqʒ eiusdē basi alterius maior erit.

¶ Sint duo triāguli .a.b.c. ⁊ .d.e.f. sintqʒ duo latera .a.b. ⁊ .a.c. eq̄lia duob⁹ laterib⁹ .d.e. ⁊ .d.f. ⁊ vnũquodqʒ suo correlatio dextrũ .s. dextro: sinistrũ qʒ sinistro: sitqʒ angulus .a. maior angulo d. dato: dico q̄ basis .b.c. maior erit basi .e.f. faciā .n. iuxta doctrinā p̄cedentis .e.d.g. eq̄lē angulo .a. eritqʒ āgulus .e.d.f. ps ei⁹ ⁊ ponā .d.g. eq̄lē .a.c. ⁊ ꝓtrahā .e.g. q̄ aut trāsibit sup̄ .e.f. vt secet lineā .d.f. aut sup .e.f. vt sit secũ linea vna: aut infra. Transeat ergo p̄mo sup̄: ⁊ q̄r .a.b. ⁊ .a.c latera triāguli .a.b.c: sū eq̄lia .e.d. ⁊ .d.g. laterib⁹ trianguli .e.d.g. ⁊ angul⁹ .a. angulo .d. totali: erit p .8. basis .b.c. eq̄lis basi .e.g: At v̄o q̄r .d.g. ⁊ .d.f. sũt eq̄les: nam v̄traqʒ ē eq̄lis .a.c. erit p .5. angul⁹ .d.f.g. eq̄lis angulo .d.g.f. q̄re d.f.g. maior erit f.g.e. ĝ .e.f.g. mlt̄o forti⁹ maior ē eodē .f.g.e. ĝ p .18. lat⁹ .e.g. mai⁹ ē latere .e.f. q̄re ⁊ .b.c. maior ē .e.f. qḋ ē ꝓpositũ. Si v̄o .e.g. trāseat sup .e.f. ⁊ sit secũ linea vna tũc e.f. erit ps .e.g. p vltimā ĝ ꝯceptõem pʒ ꝓpositũ. Si v̄o .e.g. trāseat ifra .e.f. ꝓtrabant̄ due linee .d.f. ⁊ .d.g. q̄ sũt eq̄les vt ꝓbatũ ē vsqʒ ad .k. ⁊ ad .h. fietqʒ p scḋaʒ ꝑtē .q̄nte sub basi .f.g. anguli .k.f.g. ⁊ .f.g.h. eq̄les: q̄re angul⁹ .e.f.g. maior erit angulo .f.g.e. ergo p .18. lat⁹ .e.g. mai⁹ ē latere .e.f. q̄re .b.c. maior ē .e.f. qḋ ē ꝓpositũ. Istud vltimũ mēbrũ possʒ ēt ꝓbari p. 21. p. ipsā: n. erunt i dispositõe t̄tia due linee .d.g. ⁊ .e.g. maiores duabus lineis .d.f. ⁊ .f.e. ⁊ q̄r .d.g. ē eq̄lis .d.f. ꝓpt̄ hoc q̄ ambe sũt eq̄les .a.c. erit .g.e. maior .e.f. q̄re ⁊ .b.c. maior: qḋ ē ꝓpositũ: meli⁹ t̄n est demonstrare priori mõ vt in omni dispositõe arguat̄ per quintam.

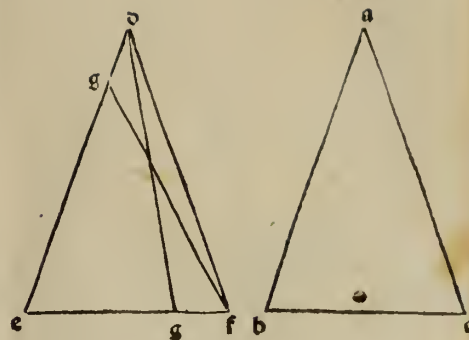
Propositio 25.

Omniũ duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo latera vni⁹ duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ fuerint eq̄lia: basis v̄o vni⁹ basi alteri⁹ fuerit maior: erit quoqʒ angul⁹ trianguli maioris illis eq̄s laterib⁹ contentus angulo alterius se respiciente maior.

¶ Sint duo triāguli .a.b.c. d.e.f. sintqʒ duo lat̄a .a.b. ⁊ .a.c. p̄mi eq̄lia duob⁹ laterib⁹ .d.e. ⁊ .d.f. scḋi vnũquodqʒ suo correlatio: sitqʒ basis .b.c. maior basi .e.f. dico q̄ āgul⁹ .a. maior erit anglo .d. hec ē ꝯuersa p̄cedētis: Eq̄lis q̄dē non erit: sic .n. esset p .4. basis .b.c. eq̄lis basi .e.f. qḋ ē ꝯ̄ ypothesim: sed nec minor quia sic esset .d. maior: ⁊ ita p p̄cedētē basis .e.f. erit maior basi .b.c. qḋ ē ꝯ̄riũ ꝓpositiõi q̄re maior erit sicqʒ ꝓpositũ astruit̄. Propõ .26.



OMnium duoꝝ trianguloꝝ quoꝝ duo anguli vnius duo/bus angulis alterius ⁊ vterqꝫ se respicienti eq̄les fuerint latus quoqꝫ vni⁹ lateri alterius equale: fueritqꝫ latus il/lud inter duos angulos eq̄les aut vni eoꝝ oppositũ: erũt quoqꝫ duo vni⁹ reliq̄ latera duob⁹ reliq̄s alteri⁹ trianguli laterib⁹ vnũquodqꝫ se respicienti equalia: angulusqꝫ reliquus vni/us angulo reliquo alterius equalis.

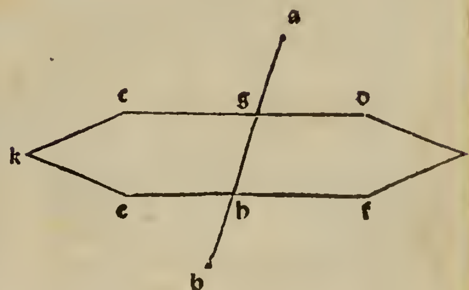


❡ Sint duo trianguli.a.b.c. d.e.f.sitqꝫ angulus.b.eq̄lis angulo.e.⁊.angulus.c. equalis ãgulo.f. sitqꝫ latus.b.c.eq̄le lateri.e.f. aut alterũ duoꝝ laterũ.a.b.⁊.a.c. equale alteri duoꝝ laterũ.d.e.⁊.d.f.ita ꝙ.a.b.sit eq̄le d.e.aut.a.c.d.f.dico ꝙ re/liqua duo latera vni⁹ erũt eq̄lia reliq̄s duob⁹ laterib⁹ alteri⁹ ⁊ reliqu⁹ angul⁹ reliquo angulo eq̄lis:ãgul⁹ vꝫ.a.ãgulo.d.ponã ergo p̄mo vt lat⁹.b.c.sup q̇ȯ iacent anguli b.c.sit eq̄le lateri.e.f.sup q̇ȯ iacent anguli.e.f.qui positi sũt eq̄les angulis.b.c.tũc dico ꝙ latus.a.b.est eq̄le lateri.d.e.⁊ latus.a.c.lateri.d.f.⁊ angulus.a.angulo.d Si.n.latus.a.b.non sit equale lateri.d.e.alterũ erit maius: sit ergo mai⁹.d.e. q̇ȯ resecabo ad equalitatẽ.a.b.sitqꝫ.g.e.equale.a.b.⁊ ꝓducã lineã.g.f.eritqꝫ per.4. angulus.g.f.e.eq̄lis angulo.a.c.b.q̄re ⁊ angulo.d.f.e.ꝑs toti quod ẽ ĩpossibile: erit ergo .d.e.eq̄le.a.b.ergo ꝑ.4.d.f.eq̄le.a.c.⁊ angulus.d.eq̄lis angulo.a.q̇ȯ est p̄mũ mẽbrũ diuisiõis ꝓposite: Sint rursus vt pri⁹ duo anguli.b.⁊.c.eq̄les duo/bus angulis.e.⁊.f.sitqꝫ latus.a.b.quod opponit̃ angulo.c.eq̄le lateri.d.e.q̇ȯ op ponit̃ angulo.f.cui positus ẽ eq̄lis angulus.c.dico ꝙ latus.b.c.erit eq̄le lateri.e.f ⁊ latus.a.c.lateri.d.f.⁊ angulus.a.angulo.d.Si.n.latus.e.f.nõ fuerit equale la/teri.b.c.erit alterũ maius:sit ergo.e.f.maius:ponat̃ itaqꝫ.e.g.eq̄le.b.c. ⁊ ꝓducã lineã.d.g.eritqꝫ ꝑ.4.angulus.d.g.e.equalis angulo.a.c.b.q̄re ⁊ angulo.d.f.e. extrinsec⁹ videlꝫ ĩtrinseco q̇ȯ ẽ ĩpossibile:ꝑ.16.erit ergo.e.f.eq̄le.b.c.ergo ꝑ.4.la/tus.d.f.equale lateri.a.c.⁊ angulus.d.totalis angulo.a.q̇ȯ ẽ sc̄dm mẽbꝝ diuisio/nis ꝓposite:q̄re totũ manifeste pꝫ.

Propositio .27.

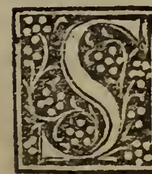


SI recta linea sup̱ duas lineas rectas ceciderit duosqꝫ an/gulos coalternos sibiĩuicẽ equales fecerit ille due linee erũt equidistantes.

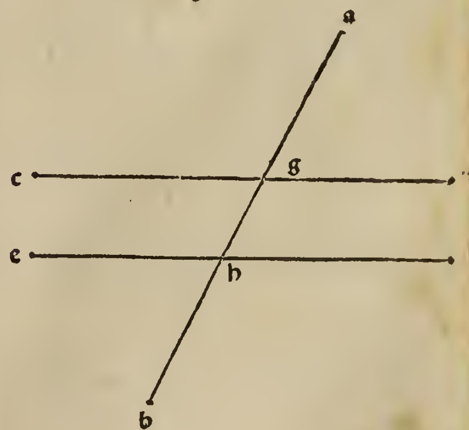


❡ Sit vt linea.a.b.cadat super duas lineas.c.d.⁊.e.f.⁊ secet lineã c.d.in puncto.g.⁊ lineam.e.f.in puncto.h.sitqꝫ angulus.d.g.h. eq̄lis angulo.e.h.g.dico ꝙ linee.c.d.⁊.e.f.sũt eq̄distãtes.Si.n.nõ ꝯcurrant aut ad ptẽ.c.e.sup̱ pũctũ.k.aut a pte.d.f.sup̱ pũctũ.l.⁊ q̄litcũqꝫ fuerit accidet ĩpossibile ꝑ.16.videlꝫ angulũ extrinsecũ eẽ eq̄lẽ ĩtrinseco:nã vn⁹ dictoꝝ anguloꝝ coaltnorũ q̄ positi sͭ eq̄les erit extrinsec⁹ ⁊ reliquus intrinsec⁹:q̄ꝛ igit̃ ĩpossibile ẽ eas ꝯcurrẽ ĩ alterutrã ptẽ ꝓtractas ipse ꝑ diffinitiõem erũt eq̄distãtes:quod est ꝓpositum.

Propositio .28.



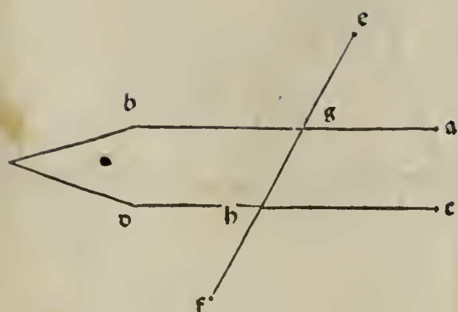
SI linea recta duabus lineis rectis sup̱uenerit fueritqꝫ angulus eius ĩtrinsecus angulo extrinseco sibi opposito equalis aut duo anguli ĩtrinseci ex vna parte duob⁹ an/gulis rectis eq̄les ille due linee equidistantes erunt.



❡ Sit vt linea.a.b.secet duas lineas.c.d.⁊.e.f.ĩ pũcto g.⁊.h.sitqꝫ angulus.g.extrinsecus equalis angulo.h.intrinseco ex eadem parte sumpto :aut duo anguli.g.⁊.h.intrinseci ex eadẽ parte sumpti sint equales duobus angulis

rectis: dico q̃ due linee.c.d.⁊.c.f.sunt equidistantes. Sit ergo p̄mo angul⁹.d.g.a equalis angulo.f.b.g.eritq; per.15.angulus.c.g.b.equalis eidem angulo.f.b.g. q̄re p p̄missam. d.⁊.c.f.sunt equidistantes. Sint rursus duo anguli.d.g.b.⁊.f.b g.equales duobus rectis: ⁊ q2 p.13.duo anguli.d.g.b.⁊.c.g.b.sūt sil'r eq̄les duobus rectis erit angulus.c.g.b.eq̄lis angulo.f.b.g.q̄re p p̄missā.c.d.⁊.c.f.erūt eq̄distantes: quod est ꝓpositū.

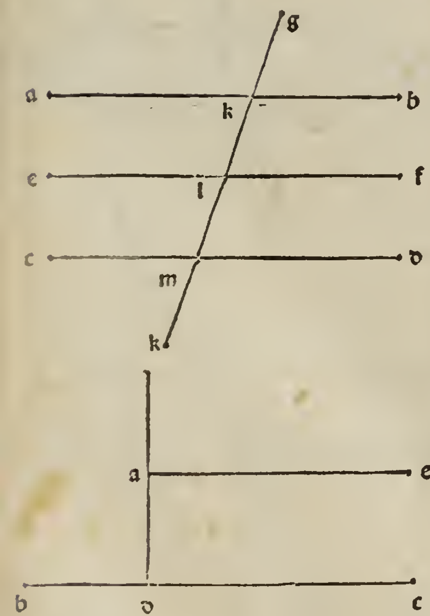
Propositio 29.




Si duabus lineis equidistantib⁹ linea supuenerit duo anguli coalterni equales erūt: angulusq; extrīsecus angulo intrinseco sibi opposito e q̄lis. Itēq; duo anguli intrinseci ex alterutra pte consti tuti duob⁹ rectis angul' equales.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equidistantes super quas cadat linea.e f.secans eas in punctis.g.⁊.h.dico q̃ anguli.g.⁊.h.coalterni sūt eq̄les: ⁊ q̃ angulus.g.extrinsecus est equalis angulo.h.intrinseco sibi opposito ex eadem pte sūpto: ⁊ q̃ anguli.g.⁊.h.intrinseci ex eadem pte sūpti sunt eq̄les duob⁹ rectis: ⁊ hec est ꝯuersa duarū p̄cedentiū. Primū sic p3: Si.eni āgul⁹.b.g.h.nō ē eq̄lis angulo. c.h.g.alter coꝝ erit maior.sit ḡ maior āgul⁹.c.h.g.⁊ q2 duo āguli.c.h.g.⁊.g.h.d sunt equales duobus rectis ergo p.13.erunt duo anguli.b.g.h.⁊.d.h.g.minores duobus rectis ergo per quartā petitionem due linee.a.b.⁊.c.d. si protrahant̄ ꝯcurrēt in pte.b.⁊.d.ad punctum aliquē vt ad.k.non ergo sūt eq̄distantes p diffinitionem qd ē ꝯ ypothesim: ⁊ q2 hoc est impossibile.erūt igit̄ duo anguli coalterni b.g.h.⁊.c.h.g.eq̄les quod est p̄mū ꝓpositū. Ex hoc p3 secūdū: ē.n.p.15.angulus b.g.h.equalis angulo.a.g.e.ergo angulus.a.g.e.erit eq̄lis angulo.c.h.g.extrinsecus v3 intrinseco: quod ē scd'3 ꝓpositū. Ex hoc rursus p3 tertiū: Sūt.n.p.13.duo anguli.a.g.e.⁊.a.g.h.eq̄les duobus rectis.ergo duo anguli a.g.h.⁊.c.h.g.erunt etiā eq̄les duobus rectis q̄ sunt duo intrinseci ex eadem pte sūpti: qd ē tertiū ꝓpositum.

Propositio .30.




Si fuerint due linee vni equidistantes eedem sibiinuicē equidistantes erunt.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.quarū vtraq; eq̄distet linee.e f.dico illas duas videl3.a.b.⁊.c.d.esse equidistantes: hoc aūt est vniuersaliter veꝝ siue due linee.a.b.⁊.c.d.sint in vna supficie cū linea.e.f.siue non: hic tñ non intelligit̄ nisi ƀm q̃ oēs sunt in superficie vna: scd'm.n.q̃ sūt in diuersis superficieb⁹ ꝓbat̄ i nona.libri.ii.q̃ sunt equidistātes. Sint ergo oēs i superficie vna: ꝓtrahā aūt lineā.g.h.secātem lineas a.b.⁊.c.d.in punctis.k.l.m. ⁊ q2 a.b.equidistat.e.f.erit angulus.b.k.l.equalis angulo.e.l.k.per p̄mā ptem p̄cedētis cum illi sint coalterni: atq; c.d.equidistat.e.f.erit angulus.k.l.e.extrinsec⁹ eq̄lis angulo.l.m.c.intrinseco p scd'am ptem p̄cedentis ergo angulus.b.k.l.est equalis angulo.c.m.l.qui cū sint coalterni erūt p.27.linee.a.b.⁊.c.d.equidistātes: qd est ꝓpositum.

Propositio .31.


A puncto extra lineam dato linee proposite equidistantē ducere.

¶ Punctus extra lineam datus intelligitur cum linea vtrinq; protrahatur per ipsū nō transit. Sit ergo punctus.a.datus extra lineā b.c.a quo oportet protrahere lineam. equidistantem.b.c.protraho lineam.a.d.qualitercunq; contingat et super punctum .a. qui est extremitas

lince.a.d.constituo angulū.c.a.d.p doctrinā.23.equalem angulo.b.d.a.sibi coalterno:eritq3.a.e.equidistās.b.c.p.27.quod est ꝓpositum.

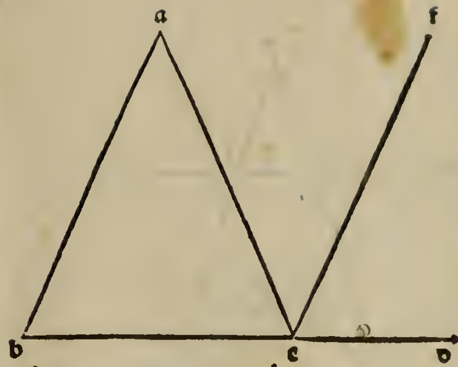
Propositio .32.

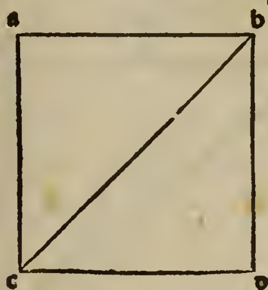


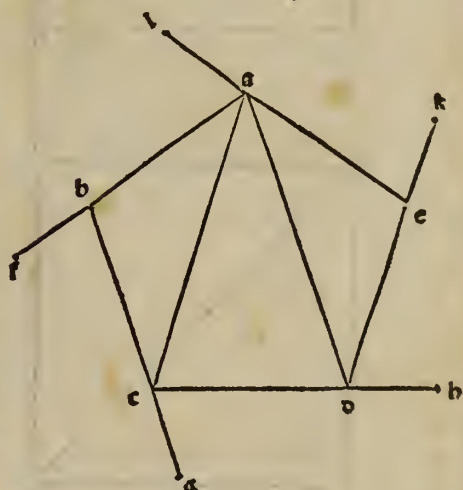
Omnis trianguli angulus extrinsecus duobus intrinsecis sibi oppositis est equalis: Omnes autē tres angulos eius duobus rectis angulis equos esse necesse est.

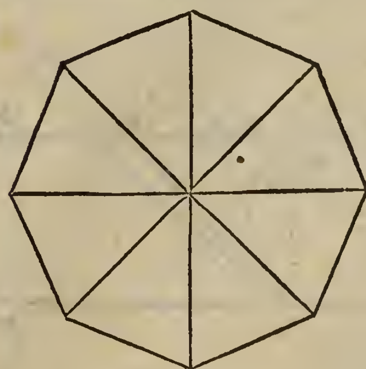
¶ Sit triangulus a.b.c.cuius lat⁹ b.c. ꝓtrahat̄ vsq3 ad.d.dico ꝙ angulus.c.extrinsecus ē eq̄lis duob⁹ angulis.a.⁊.b.intrinsecis sibi oppositis sil' iūctis: ⁊ ꝙ tres anguli trianguli.a.b.c.sil' iuncti sūt eq̄les duob⁹ rectis. A puncto.c.ꝓtraham.c.f.eq̄distantē.a.b.ſm doctrinā p̄cedētis: eritq3 angul⁹.f.c.a.eq̄lis angulo.a.q2 sūt coalterni p p̄mā ptē.29.⁊ angulus.f.c.d.extrinsec⁹ eq̄lis angulo.b.intrinseco p scd̄am ptem eiusdē: q̄re tot⁹.a.c.d.extrinsec⁹ ē equal' duob⁹ angulis.a.⁊.b.intrinsecis sibi oppositis: qd̄ ē p̄mū.⁊ q2 duo anguli.a.c.b.⁊.a.c.d.sūt eq̄les duob⁹ rectis p.13.erūt tres anguli.a.b.⁊.c.intriseci eq̄les duob⁹ rectis: qd̄ ē scd̄m ꝓpositū. ¶ Ex hac aūt p3 ꝙ ois figure poligonie oēs anguli sil' sumpti tot rectis angulis sūt eq̄les quot⁹ ē nūer⁹ quo a p̄ma destiterit duplicat⁹: vbi grā Poligoniarū figurarū ē triangula p̄ma: q2 si essz duaꝝ lineaꝝ: cū figura sit clausio linearū: tunc due linee recte includerent supficiē qd̄ ē ipossibile p vltimā petitionē Quadrilatera scd̄a: penthagona 3ᵃ.silr̄ aūt q̄libet tota erit i ordie quotus erit numer⁹ laterū aut anguloꝝ ei⁹ inde dempto binario. Dico g̊ ꝙ triāgule q̄ ē p̄ma oēs anguli sūt eq̄les duob⁹ rectis. Quadrilatere q̄ ē scd̄a erūt eq̄lis q̄tuo2 rectis ⁊ penthagone q̄ ē t̄tia erūt eq̄les sex rectis. hoc aūt inde manifestū ē q̄m̄ cū q̄libet talis figura sit in tot triangulos resolubilis quota ipsa fuerit a prima ductis rectilineis a quouis anguloꝝ eius ad oēs angulos oppositos: sintq3 oēs anguli ois trianguli duobus rectis eq̄les erūt oēs laterate figure oēs āguli bis tot rectis equales quota ipsa fuerit a p̄ma: quod ē ꝓpositū. Sit.n.exēpli grā: Penthagon⁹.a.b.c.d.e.a cuius angulo.a.ducā lineas ad angulos.c.d.sibi oppositos: eritq3 tot⁹ penthagon⁹ resolutus in triangulos.a.b.c.a.c.d.⁊.a.d.e.quoꝝ cū cuiuslibet sint anguli eq̄les duob⁹ rectis erūt penthagoni anguli eq̄les sex rectis: qd̄ ē duplū ci⁹ nūeri quo a p̄ma distat siue duplum numeri angulorum aut laterum ei⁹ inde dempto binario.

¶ Possum⁹ quoq3 ⁊ sic idē ꝓponē dicentes ꝙ ois figure poligonie oēs anguli pariter accepti sūt tot rectis angulis eq̄les q̄tus est numer⁹ quē ei⁹ anguli duplicant inde dēptis q̄tuo2.pūcto.n.quolibet intra figurā signato ⁊ ab eo ad singulos āgulos lineis ꝓtractis erit ipsa figura in tot angulos resoluta quāti fuerit ci⁹ anguli: id̄ q3 oēs anguli oium illoꝝ triangnloꝝ piter accepti tot rectis angulis erūt eq̄les quātus ē numer⁹ quē duplicāt anguli ꝓposite figure: cū itaq3 sint oēs anguli triangulоꝝ in quos ipsa resoluta ē pūctu3 mediū circūstātes q̄tuo2 rectis equales p.15. manifestū constat ꝓpositū. ¶ Similit̄ quoq3 p3 ꝙ ois figure poligonie anguli oēs extrinseci q̄tuo2 rectis angulis sūt eq̄les: sūt eni itrinseci ⁊ extriseci ⁊ bis tot rectis eq̄les quot hūerint angulos per.13. Intrinseci āt sūt bis tot rectis eq̄les quot hūerit āgl'os demptis inde q̄tuo2: g̊ extrinseci sunt q̄tuo2 rectis equales: qd̄ ē ꝓpositū. Exempli gratia: ꝓpositi penthagoni latera ꝓtrabantur vt fiant anguli extrinseci a.b.quidē ꝓtrahat̄ vsq3 ad.f. b.c.vsq3 ad.g.c.d.vsq3 ad.h. d.e. vsq3 ad.k.e.a. vsq3 ad.l.eruntq3 per.13. duo anguli.a. intrinsecus ⁊.a. extrinsecus equales duobus rectis: eadem autem ratione duo anguli.b.intrinsecus.⁊.b.extrinsecus: sic et





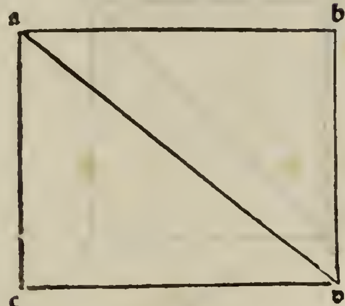






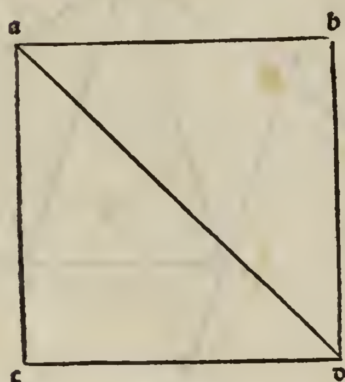
ceteri q̃re.a.b.c.d.e.anguli intrinseci ⁊ extrinseci decẽ rectis.demptis igit̃ intrinsecis q̃ sũt eq̃les sex rectis erũt extriseci.vidʒ.b.a.l.c.b.f.d.c.g.e.d.h.⁊.a.e.k.eq̃les q̃tuor rectis. ¶ Patet et ꝙ ois pentagoni cui⁹ vnũquodqʒ lat⁹ duo secat ex reliqs hʒ.5.angulos duob⁹ rectis eq̃les.sit q̃lis ꝓponit̃ pentagon⁹.a.b.c.d.e.⁊ secet latus.a.c.latus.b.e.i pũcto.g.⁊ lat⁹.a.d.idẽ latus.b.e.i pũcto.f.eritqʒ angul⁹.a.f g.eq̃lis duob⁹ angul'.b.⁊.d.cum sit extrinsecus ad ipsos in triangulo.f.d.b. Itẽqʒ angul⁹.f.g.a.erit equalis duob⁹ angul'.c.⁊.e.cũ sit extrinsec⁹ ad ipsos in triãgulo g.c.e.sed duo anguli.a.f.g.⁊.f.g.a.cũ angulo a sunt equales duob⁹ rectis ergo q̃tuor anguli.b.d.⁊.c.e.sũt cũ angulo.a.eq̃les duob⁹ rectis:qd̄ ẽ ꝓpositũ.

Propositio .33.



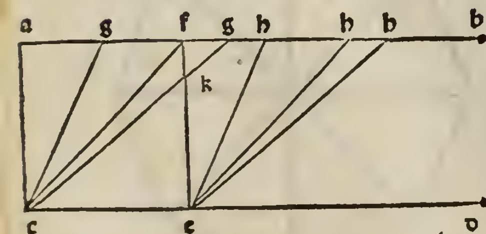
SI in sũmitatib⁹ duarũ linearũ eq̃distãtiũ ⁊ eq̃lis q̃ntitatis alie due linee ꝯiũgant̃ ipse quoqʒ eq̃les ⁊ eq̃distãtes erũt.
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.eq̃les ⁊ eq̃distãtes q̃rũ extremitates cõiungã p lineas.a.c.⁊.b.d.quas dico esse eq̃les ⁊ eq̃distantes.ꝓtrabam.n.lineã.a.d.⁊ q: linee.a.b.⁊.c.d.sunt equidistãtes erit angul⁹ b.a.d.eq̃lis angulo.a.d.c.p p̃mã ꝑtẽ.29.ergo erũt duo latera.a.b.⁊.a.d.trianguli.a.b.d.eq̃lia duob⁹ laterib⁹ d.c.⁊.d.a.trianguli.d.c.a.⁊ angulus a.p̃mi eq̃lis angulo.d.secũdi.ergo p .4.basis.b.d.p̃mi ẽ equalis basi a.c.secũdi.⁊ angul⁹.a.d.b. primi equalis angulo.d.a.c.secũdi. At quia ipsi sunt coalterni erunt linee.b.d. ⁊ a.c.equidistantes p.27.⁊ quia pri⁹ ꝓbatũ est ipas esse eq̃les: pʒ ꝓpositũ vtrũqʒ.

Propositio .34.



OMnis supficies equidistantibus ꝯtenta laterib⁹ lineas atqʒ angulos ex aduerso collocatos habet eq̃les diametro ⁊ diuidente eam p medium:
¶ Sit supficies.a.b.c.d.equidistãtiũ laterũ:ita ꝙ linea.a.b.equidistet.c.d.⁊.a.c.b.d.dico duas lineas.a.b.⁊.c.d.itẽ duas lineas.a.c ⁊.b.d.esse equales.Sil'r ⁊ dico angulũ.a.esse eq̃lem angulo.d.⁊ angulũ.b. anglo c.protrabam diametrũ.a.d.que etiã diuidet supficiem illã p mediũ.cũ.a.b.⁊.c. d.sint equidistantes:erũt anguli.b.a.d.⁊.c.d.a.qui sunt coalt̃ni eq̃les per.29. At quia etiã.a.c.⁊.d.b.sũt equidistantes:erũt anguli.c.a.d.⁊.b.d.a.qui sunt coalt̃ni equales p eandẽ. Intelligo.n.duos triangulos.a.d.b.⁊.d.a.c. ⁊ quia duo anguli a.⁊.d.trianguli.a.d.b.sunt equales duobus angulis.d.⁊.a.trianguli.d.a.c. ⁊ latus.a.d.sup quod iacẽt illi anguli i vtroqʒ triãgulo ẽ cõe: erit p.26.lat⁹.a.b.eq̃le lateri.c.d.⁊ latus.a.c.lateri.b.d.⁊.angulus.b.angulo.c.⁊ quia angulũ.a. totalẽ pʒ esse equalẽ angulo.d.totali p secũdã cõceptõeʒ totũ ꝓpositũ cũ correla⁹ liquet.

Propositio .35.



OMnes supficies equidistantiũ laterũ sup vnã basim atqʒ i eisdem alternis lineis constitute equales esse ꝓbantur.
¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equidistantes inter quas fiat.a.c.f.e.supficies eq̃distãtiũ laterũ sup basim.c.e.⁊ sup eandẽ basim ⁊ inter easdẽ lineas fiat alia supficies.g.c.h.e.similit̃ eq̃distantiũ lateꝝ dico duas p̄dcãs supficies eẽ eq̃les quod sic ꝓbat̃.aut.n.linea.c.g.secabit lineam.a.b in aliquo puncto linee.a.f.aut in puncto.f.aut i aliquo puncto linee.b.f.secet ergo p̃mo in aliquo pũcto linee.a.f.vt in p̃ma figuratiõe apparet.⁊ q: vtraqʒ duaꝝ linearũ.a.f.⁊.g.h.est equalis linee .c.e. per p̄cedentẽ vna earũ erit equalis alteri

dempta ergo linea.f.g.cōmuni remanebit.a.g.equalis.f.b.q2 p pcedentē iterū ē a.c.equalis.f.e.ꝛ angulus.b.f.e.angulo.g.a.c.per scđam ptē.29.videlicet extrin secus intrinseco erit p.4.triangulus.a.c.g.equalis triangulo.f.e.b. ergo irregula ri figura quadrilatera que est.g.c.f.e.addita vtriqꝫ erit supficies.a.c.f.e.equal' su perficiei.g.c.b.e.quod est ꝓpositum.Secet ergo mō linea.c.g.lineā.a.b.in pun/ cto.f.vt in secūda figuratione apparet.erūtqꝫ simi argumentatione priori duo tri anguli.a.c.f.ꝛ.f.e.b.equales quare vtrobiqꝫ addito triangulo.f.c.e. patet ꝓposi tum. Secet tertio mō linea.c.g. lineam.a.b.inter duo puncta.f.b.vt in tertia fi/ guratione apparet:secabitqꝫ lineam.f.e.sic vt in puncto.k.ꝛ quia simili argumē tatione priori linea.a.f.ē equalis linee.g.b.facta cōmuni linea.g.f.erit a.g.equal' f.b.ꝛ triangulus.a.g.c.equalis triangulo..f.e.b.addito ergo vtriqꝫ triangulo.c. k.e.ꝛ detracto ab vtroqꝫ triangulo.f.k.g.erit superficies.a.c.f.e.equal' superficiei g.c.b.e.quod est ꝓpositum.

Propositio .36

Omnia palellograma in basibus equalibus atqꝫ in eisdeꝫ lineis constituta equalia esse necesse est.

¶ Paralellogramū dicit' supficies eq̄distantiū laterū.Sint due sup/ ficies.a.b.c.d.ꝛ e.f.g.h.equidistantiū laterū constitute inter duas lineas equidistantes que sunt.a.f.ꝛ.c.h.ꝛ super equales bases que sunt.c.d.ꝛ.g.h.dico eas eē equales.nam protrahā duas lineas.c.e.ꝛ .d.f. eritqꝫ per.33.superficies.c.d.e.f.equidistantium laterum ꝓpter hoc q2.e.f.est equalis ꝛ equidistans. c.d.nam vtraqꝫ earū est equalis.g.h.quia ergo per p̄missaꝫ vtraqꝫ duarū superficierū.a.b.c.d.ꝛ.e.f.g.h.est equalis superficiei.c.d.e.f.ipse erūt sibi inuicem equales:quod est ꝓpositum.

Propositio .37.

Equales sunt sibi cuncti trianguli qui sup eādē basim atqꝫ inter duas lineas equidistantes sunt constituti.

¶ Sint duo trianguli.a.b.c.ꝛ.d.b.c.ꝯstituti super basim.b.c.inter duas lineas.a.e.ꝛ.b.f.que sint equidistātes:dico eas esse equales. ꝓtraham eni.c.g.equidistantē.a.b.ꝛ.c.h.equidistantē.d.b.per.31. erūtqꝫ due superficies.a.b.c.g.ꝛ.d.b.c.h.equales per.35.ꝛ quia dicti trianguli sunt earū dimidia p corelariū.34.ipse erūt eq̄les per cōeꝫ sciam queest quoꝝ tota sūt eq̄lia ꝛ dimidia:sicqꝫ pꝫ ꝓpositū.

Propositio .38.

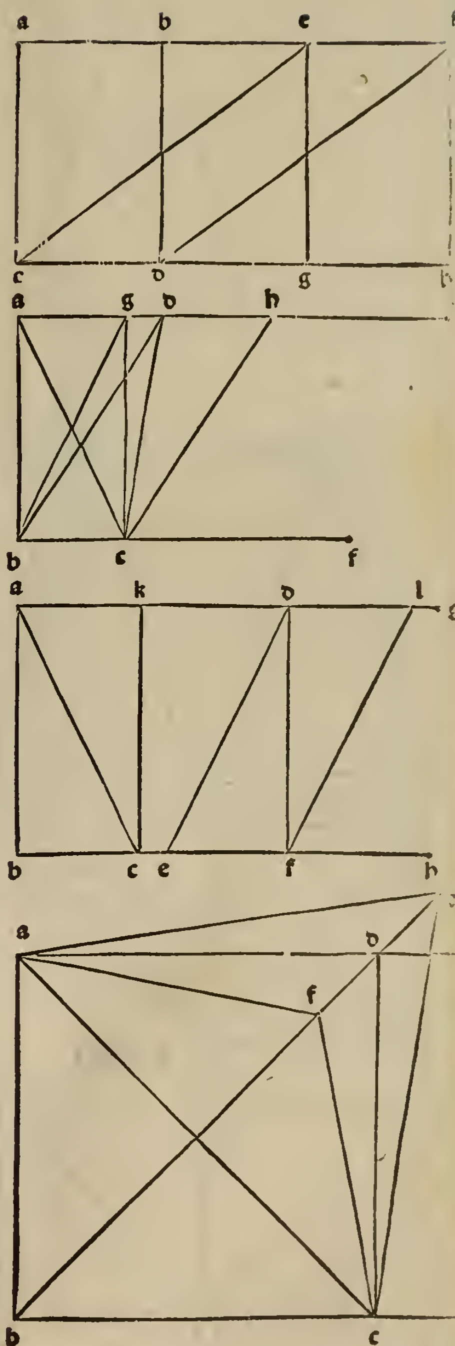
Si duo trianguli super bases equales atqꝫ inter duas line as equidistantes ceciderint equales eos esse necesse est.

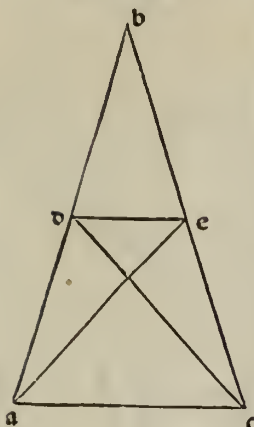
¶ Sint duo triāguli.a.b.c.ꝛ.d.e.f.ꝯstituti sup basef.b.c.ꝛ.e.f.eq̄lef ꝛ int' lineas.a.g.ꝛ.b.h.eq̄distātes:dico eos esse eq̄les. ꝓtrahā eni. c.k.eq̄distantē.a.b.ꝛ.f.l. eq̄distantē.e.d. erūtqꝫ due supficies.a.b. c.k.ꝛ.d.e.f.l.eq̄les p.36.ꝛ q2 dicti triāguli sūt eaꝝ dimidia p cōrelariū.34.ipi erūt eq̄les p antedictā cōmunē scientiam.

Propositio .39.

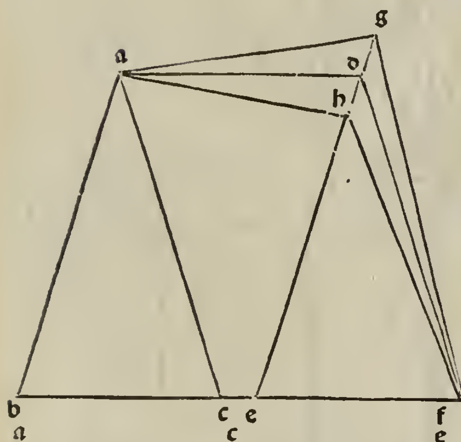
Omnes duo triāguli eq̄les si in eandē basim ꝛ ex eadē pte ceciderint:inter duas lineas equidistantes erunt:

¶ Sint duo t'anguli.a.b.c.ꝛ.d.b.c.ꝯstituti sup basi.b.c.ex vna ea/ demqꝫ pte:sintqꝫ equales:dico eas eē int' lineas equidistantes:ꝛ hec est conuersa.37.a puncto.a.ꝓtraham lineam equidistanteꝫ linee.b c.que si pertransierit per punctuꝫ.d.liquet propositum.Si autem pertransierit su pra aut infra: transeat primo supra ꝛ sit .a.e. producamqꝫ.b.d.vsquequo secet





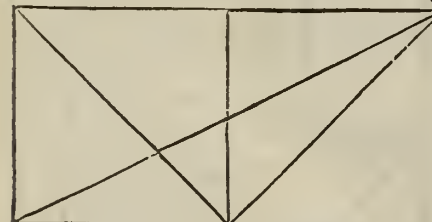
lineā .a.e.in pūcto .e. ⁊ ꝑtrabam lineā.e.c.⁊ quia triangulus e.b.c.eſt equalis triangulo a.b.c.p.37.⁊ triangulus.d.b.c. poſitus ē equalis triangulo a.b.c.erit triangulus.d.b.c.equalis triangulo e.b.c.pars toti quod eſt impoſſibile.Nō igiṫ pertranſibit linea que a puncto a ducitur eque diſtanter.b.c.ſupra.d.tranſeat.er go infra.⁊ ſit.a.f. ſecans lineam d.b.in puncto.f.protrabam ergo lineam.f.c. ⁊ quia per.37.triangulus.f.b.c. eſt equalis triangulo.a.b.c. ipſe etiam erit equa/lis triangulo.d.b.c.pars toti quod eſt impoſſibile. Quia ergo linea a puncto a. equidiſtanter .b.c. non tranſit niſi per punctum .d. patet propoſitum. ¶ Ex hac autem ⁊ premiſſa nota ꝙ ſi aliqua linea recta duo alicuius trianguli latera ꝑ equa ſecet vł ſecuerit ipſa erit ṫtio equidiſtans quod ſic probatur. Sit triangulus a.b.c.cuius duo latera que ſunt a.b.⁊.b.c.ſecet lineam.d.e.per equalia.a.b.qͦd i puncto.d. ⁊.b.c.in puncto.e.dico ꝙ linea.d.e.eſt equidiſtans .a.c. protrabam eni in quadrilatero.a.c.e.d.diametros.a.e.⁊.d.c.eritqʒ per.38.triāgulus.a.e.d. equalis triangulo.d.e.b.propter id ꝙ linea.a.d.poſita eſt equalis linee.d.b.Iteʒ qʒ per eandem triangulus.c.e.d. erit equalis eidem triangulo.d.e.b.propter id ꝙ linea .c.e.poſita eſt equalis linee.e.b.quia triangulus.a.e.d.eſt equalis trian/gulo. c.e.d.quia ergo ipſi ſunt ꝯſtituti ſup eādē baſim videlicet lineā.e.d. ⁊ ex eadem parte ipſi erunt per hanc.39.inter lineas eque diſtantes ergo linea.d.e.eſt equidiſtans linee.a.c.quod quidem propoſitum ad quintam quarti tibi valebit.





I duo trianguli equales ſuper equales baſes vnius eiuſ/demqʒ linee ex eadeʒ parte fuerint conſtituti eos inter du/as lineas eque diſtantes neceſſe ē contineri.

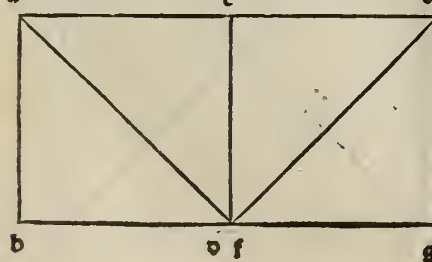
¶Sint duo trianguli.a.b.c. d.e.f.equales conſtituti ſuper duas baſes que ſunt.b.c.⁊.e.f.⁊ ex eadem parte dico eos eſſe inter duas lineas equidiſtantes. ⁊ hec eſt conuerſa.38. ⁊ probatur per ipſam ſicut precedēs per.37.a puncto.a.ducatur linea equidiſtans linee.b.f.que ſi tranſierit per pun/ctum.d.patet propoſitum.ſin autem pertranſierit ſupra vt.a.g. ⁊ producatur.e.d.vſqʒ ad ipſum que ſit .e.g.⁊ ducatur linea.g.f.eritqʒ per.38.triangulus.a.b.c. equalis triangulo.g.e.f.quare ⁊ triangulꝰ.d.e.f. erit equalis triangulo.g.e.f.ps toti quod eſt impoſſibile:Non ergo tranſibit ſupra:tranſeat ergo infra.⁊ ſecet li/neam .d.e.in puncto.h.⁊ ducatur linea.f.h.eritqʒ per .38.triangulus.h.e.f. eq̄/lis triangulo.a.b.c.quare ⁊ triangulo.d.e.f: pars toti quod eſt impoſſibile. quia ergo non tranſibit niſi per punctum.d.patet ꝓpoſitum.





I palellogramū triangulusqʒ in eadem baſi atqʒ ī eiſdem alternis lineis fuerint ꝯſtituta palellogramū triāgulo du/plum eſſe ꝯueniet.

¶Sit palellogramū.a.b. c.d.⁊ triāgulꝰ.e.b.d.ſup baſim b.d.⁊.inṫ lineas a.e.⁊.b.d.q̄ ſint eque diſtantes:dico palellogramū duplū eſſe triangulo ꝑtrabā in palellogramo diametrum.a.d.eritqʒ triangulus.a.b.d.dimi/diū palellogrami p corēᵘ.34.⁊ quia triangulus e.b.d.eſt eq̄lis triangulo .a.b.d. p.37.pʒ triangulū.e.b.d.eē dimidiū palellogrami.a.b.c.d.qͦd ē ꝓpoſitū.Similiṫ quoqʒ pōt ꝓbari ꝙ ſi palellogramū triangulusqʒ in equalibꝰ baſibꝰ atqʒ inter li/neas eq̄ diſtātes fuerit ꝯſtitūta palellogramū duplū erit triāgulo: qͦd iō nō poſuit euclides: q2 leuiṫ pʒ ex hac ꝓcedēte corelariū.⁊.38.diuiſo palellogramo ꝑ diame/trū in duos triangulos.vel ſup baſim palellogrami inṫ eaſdē lineas eq̄ diſtantes



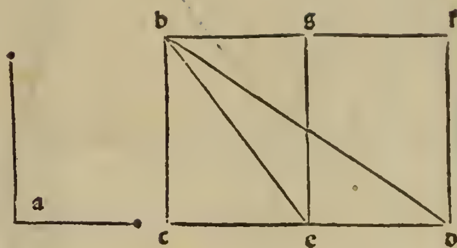
triangulo cōstituto ad quē duplū erit paralellogramū per hanc precedentē ⁊ ipse equalis alteri triangulo per.38.

Propositio .42.

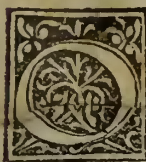


Equidistantium laterum superficiē designare cuius angulus sit angulo assignato equalis. ipsa vero superficies triangulo assignato equalis.

¶ Sit assignatus angulus.a.⁊ assignatus triangul⁹.b.c.d.volo describere supficiē equidistantium laterū equalem triangulo .b.c.d.cuius vterq; duoꝝ angulorum contra se positoꝝ sit equalis.a.diuido basim.c.d.per dimidiū in puncto.e.⁊ protraho lineā.b.e.⁊ a puncto.b.duco.b.f. equidistantem c.d.eritq; per.38.triangulus.b.c.d.equalis triangulo.b.e.c.quare triangulus.b.e d.est dimidiū totalis trianguli.b.c.d.igiť super punctū.e.linee.d.c.constituo angulum.d.e.g.equalem angulo.a.⁊ perficio paralellogramū.g. e.d.f. quod etiā q2 per precedentē ē duplū ad triangulū.b.c.d.erit etiā equale triangulo.b.c. d.ꝑ hāc cōem scienciam:quoꝝ dimidia sunt equalia ipsa quoq; sunt equalia . est eni triangulus.b.e.d.vtriusq; dimidiū quare descripsimus ꝑalellogramū. g.e .d.f. equale triangulo.b.c.d.cuius vterq; duoꝝ anguloꝝ.g.e.d.⁊.d.f.g.cōtrase positorum est eq̄lis angulo.a.quod fuit propositum.

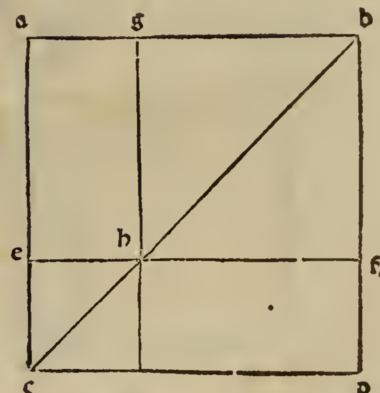


Propositio .43.



Omnis paralellogrami spacij eorum que circa diametrū sunt ꝑalellogramoꝝ supplementa equa sibi inuicē esse necesse est.

¶ [illegible]mū.a.b.c.d.in quo protraham diametrum.b.c.⁊ protraham.e.f.equidistante vterq; duoꝝ lateꝝ.a.b.⁊.c.d.que secet diametrum in puncto.k.a quo ducā.k.g.equidistanrest vtriq; duoꝝ laterū.a.c.⁊.b.d.⁊ producā eam quousq; secet vtrūq; lat⁹.a.b ⁊.c.d.sitq; tota.g.k.h .erit q; totum ꝑalellogramū.a.b.c.d.diuisum in quatuor ꝑalellograma quoꝝ duo sc;.e c.k.h.⁊.g .k.b.f. dicunť consistere circa .c.b.ꝙ diametrum transit per medium eorum et ideo suntcirca diametrum :reliqua duo scilicet .a.e.g.k.⁊.k.h.f.d.dicūť supplemēta hec duo supplementa dicunť eē equalia.sunt eni duo trianguli.a.b.c.⁊.c.d.b.equales ꝑ correl̃.34.silr quoq; duo trianguli.g.k.b.⁊.f.k.b.sūt equales per idē correl̃.34.At duo trianguli.c.e.k.⁊.k.h.c.silr equales ꝑ idē correlariū demptis igitur duobus triangulis.b.g.k.⁊.k.e.c.de totali triāgulo.a.b.c.ac duobus triangulis reliquis.b.f.k.⁊.k.c.h.de totali triangulo reliquo.c.d.b. erunt per cōem sciam residua:que sunt duo dicta supplemēta equalia:quod est propositum.

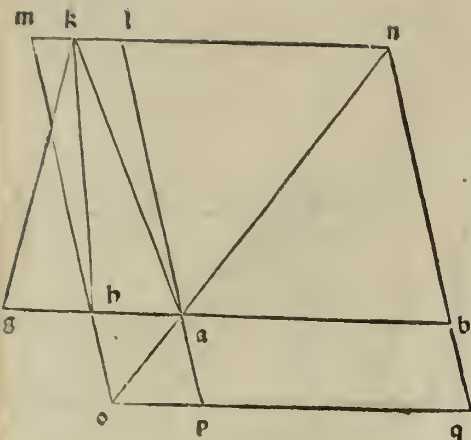


Propositio .44.

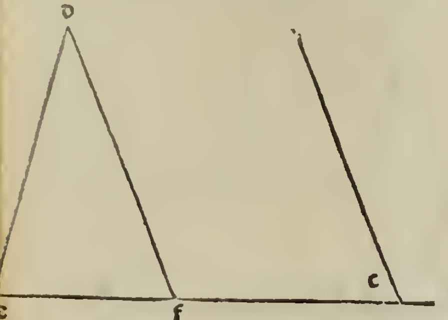


Proposita linea recta sup eam supficiē equidistantiū laterum cuius angulus sit angulo assignato equalis ipsa vero superficies triangulo assignato equalis designare.

¶ Designare superficiē equidistantiū lateꝝ super lineā aliquā ē lineā ipsā facere latus vnū ipsi⁹ supficiei .Sit ergo data linea.a.b.⁊ dat⁹ angulus.c.⁊ datus triangulus.d.e.f.super lineā.a.b.volo designare supficiē vnā equidistantiū lateꝝ ita ꝙ linea.a.b.sit vnū ex lateribus eius cuius vterq; duorum angulorum contra se positorum sit equalis angulo.c.⁊ ipsa totalis supficies sit eq̄lis triangulo .d.e.f.differt autem hec a.42.q2 hic dať latus vnius supficiei describende sc; linea.a.b. ibi autem nullum.cū ergo voluero facere adiungo lineam.a.g



lineę .a.b.ſm rectitudinem:quā pono equalem lineę.c.f. baſi trianguli dati ſuper quā cōſtituo triangulū vnū ei eq̄lē ꝛ equilaterū.qd̄ hoc modo facio.Conſtituo āgu um.a.g.k.equalem angulo.c.ꝛ. ngulum.g.a.k.equalem angulo.f.per.23.ꝛ quia g.a.poſita fuerat equalis.c.f.erit per.26.triangulus.g.a .k. equalis ꝛ equilaterus triangulo.c.f.d.diuidā ergo.g.a.per equalia in puncto.b.ꝛ ꝓtrabā.k.b. ꝛ produ cam a puncto.k.lineā .m.k.n. equidiſtantē lineę.g.b.eritq̄ʒ per.38.triangulꝰ.a.b k.equalis triangulo.g.b.k.tunc ſuper punctū.a.lineę.g.a.faciā angulum.g.a.l.p 23. equalem angulo.c.dato:ꝛ conplebo ſup baſim.a.b.ꝛ inter lineas.g.b.ꝛ.m.n. equidiſtantes ſuperficiem equidiſtantiū laterum.m.l.b.a.que p.41.dupla erit ad triangulū.k.b.a quare equalis totali triangulo.k.g.a.quare ꝛ triangulo.d.c.f.ꝓ poſito:protrabam ergo.b.n.equidiſtantē.a.l.ꝛ producā diametrum. n.a.quā ꝓ trabā quouſq̄ʒ cōcurrat cū.m.b.in puncto.o.ꝛ cōplebo ſuperficiem equidiſtātium laterum .m.o.n.q.ꝛ protrabam.l.a.vſq̄ʒ ad.p.eritq̄ʒ per precedentē ſupplementū a.b.p.q. equale ſupplemento.m.l.b.a.quare ꝛ triangulo.d.e.f.ꝛ q2 per.15.angu lus .l.a.b.ē equalis angulo.b.a.p.ꝛ ideo angulus.b.a.p.eſt equalis angulo.c. pʒ ſuper datam lineā .a.b.deſcriptā eſſe ſuperficiem equidiſtantiū laterum.a.b.p.q. equalem dato triangulo.d.e.f.cuius vterq̄ʒ duorum angulorum contra ſe poſito rum qui ſunt.a.ꝛ.q.ē equalis dato angulo.c.quod fuit propoſitum.

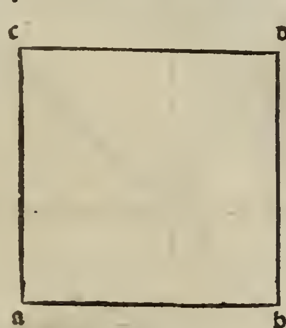


Propoſitio .45.



X data linea quadratum deſcribere.

¶Sit data linea .a.b. ex qua volo [illegible] a punctis.a ꝛ.b.lineę .a.b.educo p.11.lineas.a.c.ꝛ.b.d.perpendiculares ad li neam.a.b.que erūt equidiſtantes per vltimā ꝑtem.28. ꝛ pono vtrā q̄ʒ earꝫ eidem.a.b.per ſcd̄am equalem ꝛ protrabo lineam.c.d.eritq̄ʒ ipſa equalis et equidiſtans lineę.a.b.per.33.ꝛ quia vterq̄ʒ duorum angulorꝫ. a.ꝛ b.eſt rectus.erit vterq̄ʒ duorꝫ.c.ꝛ.d.rectus per vltimā ꝑtem.29.ergo per diffiniti onem.a.b.c.d.ē quadratum quod eſt propoſitū. Idem aliter ſit.a.c. perpendicu laris ſuper lineam.ab.per.11.ꝛ ſit ei equalis vt prius ꝛ a puncto.c.per.31. ducatur c.d.equidiſtans.a.b.ꝛ ponatur equalis ei ꝛ ducatur linea.d.b.que per.33.erit eq̄ lis ꝛ equidiſtans .a.c.ꝛ omnes anguli recti per vltimā ꝑtem.29.quare per diffiniti onem habemus propoſitum.

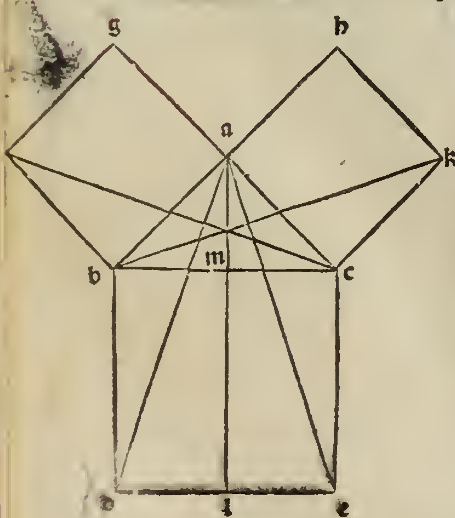


Propoſitio .46.



N omni triangulo rectangulo quadratum qd̄ a latere re cto angulo oppoſito in ſemetipſo ducto deſcribit equū ē duobus quadratis que ex duobꝰ reliquis lateribus con ſcribuntur.

¶Sit triangulus.a.b.c.cuius angulus.a.ſit rectus dico ꝙ quadra tū lateris .b.c.equū ē quadrato.a.b.ꝛ quadrato.a.c.ſil' ſumptis.Quadrabo ḡ hec tria latera ſm doctrinā p̄cedentis:ſitq̄ʒ q̄dratū.b.c.ſupficies.b.c.d.e.ꝛ q̄dratū.b. a.ſupficies .b.f.g.a.ꝛ q̄dratū.a.c.ſupficies.a.c.h.k.ab āgulo.a.recto ducā ad baſ iʒ.d.e. baſiʒ maximi q̄drati tres lineas .f.a.l eq̄diſtātē vtriq̄ʒ lateri.b.d.ꝛ.c.e.q̄ ſe cet.b.c i pūcto.m.ꝛ ypothemiſas.a.d.ꝛ.a.e.itēq̄ʒ a duobꝰ reliq̄s āglis triāgli q̄ ſūt b.ꝛ.c.ducā ad duos anglos duorꝫ q̄dratorꝫ miorꝫ duas lineas ſe interſecātes itra ipſū



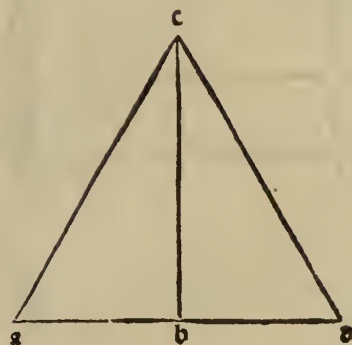


triangulū que ſunt.b.k.⁊.c.f.⁊ q: vterq; duoꝝ angulorum.b.a.c.⁊.b.a.g.eſt rect⁹ per.14.erit.g.c.linea vna: cadē rōne erit.b.h.linea vna.q: vterq; duoꝝ angulorū c.a.b.⁊.c.a.b.eſt rectus:quia ergo ſup baſim.b.f.⁊ inter duas lineas equidiſtan/tes q̄ ſunt.c.g.⁊.b.f.cōſtituta ſūt palellogramū .b.f.g.a.⁊ triāgul⁹.b.f.c.erit p.41. palellogramū.b.f.g.a.duplū triāgulo.b.f.c. ſ; triāgul⁹.b.f.c. ē eq̄lis triāgulo.b.a d.p.4.quia .f.b.⁊.b.c.latera primi ſunt equalia.a.b.⁊.b.d.lateribus poſtremi .et angulus.b.primi ē equalis āgulo.b.poſtremi.eo ꝙ vterq; cōſtat ex angulo recto ⁊ angulo.a.b.c.comuni.ergo palellogramū.b.f.g.a.eſt duplum ad triāgulū .a.b.d ſed palellogramū.b.d.l.m.eſt duplū ad eundē triangulū. p.41.q: cōſtituti ſūt ſup eandem baſim ſc;. b.d .⁊ inter lineas equidiſtantes que ſunt. b.d.⁊.a.l. ergo per cōmunē ſciam quadratū.a.b.f.g.⁊ palellogramū.b.d.l.m.ſunt equalia. q: eorum dimidia videlicet predicti trianguli ſunt equalia Eodē mō ⁊ per eaſdē ꝓpoſitiōes mediantib⁹ triangulis.k.b.c.⁊.a.c.c.ꝓbabim⁹ q̄dratū.a.c.b.k.eē equale palellogramo.c.e.l.m.q̄re p; ꝓpoſitū.

Propoſitio .47.



I qđ ab vno trianguli latere in ſeipſū ducto ꝓducit̄:equū fuerit duobus quadratis q̄ a duobus reliquis laterib⁹ deſcribuntur.rectus eſt angulus cui latus illud opponitur.

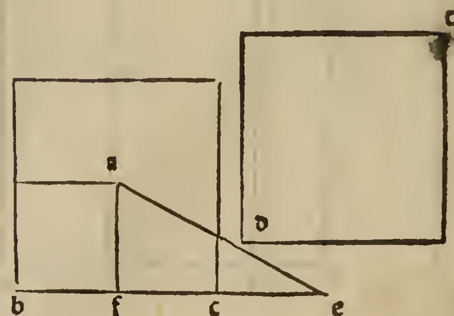


¶ Lineā in ſe ipſam ducere eſt eius quadratū deſcribere.¶ Sit triangulus.a.b.c.ſitq; quadratum lateris.a.c.equale quadratis duorum laterū.a.b.⁊.b.c.ſimul iunctis.dico angulū.b.cui latus.a.c.opponit̄ eſſe rectū:⁊ hec eſt cōuerſa prioris.¶ A puncto.b.extraho lineā.b.d.p. 11 .ꝑpendicularē ſuper lineam.b.c.quā pono equalem .a.b.⁊ produco lineam .d.c.eritq; per precedentē quadratum.d.c.equale duobus quadratis duarum linearum.d.b.⁊.b.c. ⁊ q:.b.d poſita eſt equalis.b.a.erunt per cōmunē ſcientiā que eſt linearū equaliū equalia eſſe quadrata:quadrata duarū lineaꝝ.a.b.⁊.b.d.equalia:quapropter erit quadratum.d.c.equale quadrato.a.c.ergo per aliam cōmunem ſciam que ē conuerſa prioris ſc; lineas quaꝝ quadrata ſunt equalia eſſe equales:erit.d.c.equalis.a.c.quare p.8. angulus.b.triāguli.a.b.c.ē rectus qđ ē ꝓpoſitū.

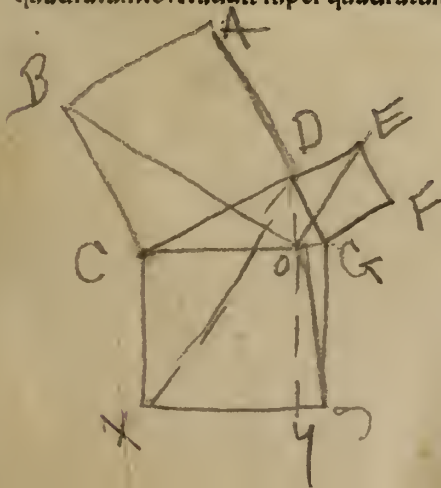
Propoſitio .48.



Ropoſitis quibuſcunq; quadratis alteri illoꝝ gnomonē reliquo equalem deſcribere.



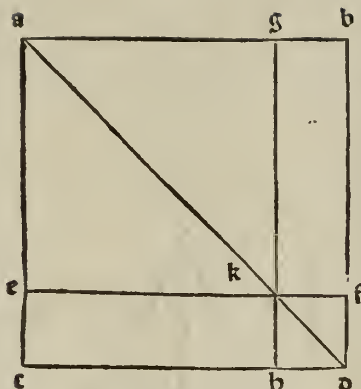
¶ Proponant̄ ergo duo quadrata ſc;.a.b.⁊.c.d.⁊ ſit propoſitū producere gnomonē circa.a.b.equalem.c.d.quadrato:protrahat̄ itaq; vnū latus quadrati.a.b.ad equalitatem vni⁹ lateris quadrati. c.d. in continuum ⁊ directum ⁊ ſit.f.e.ita ꝙ .f.e.ſit equale vni laterū quadrati.c.d. ⁊ ex.e.ducā lineam rectā ad.a. ſit ergo triangul⁹ orthogoni⁹ quia.f.ē angul⁹ rectus arguat̄ ergo ſm penultimā primi ſic:q̄dratū.c.a.ē tm̄ quātū q̄dratū.c.f.⁊ q̄dratū f.a.ſed q̄dratū.c.f.ē eq̄le q̄drato.c.d.⁊ quadratū.f.a.eſt equale quadrato.a.b.ergo quadratū.a.c.eſt equale quadratis.a.b.⁊.c.d. Item.c.f.a.eſt triangulus ergo c.f.⁊.f.a.latera ſunt longiora.a.c.latere.ſecūdū.20.primi.ſed.f.a.eſt equale:a.b. rōne quadrature:ergo.c.f.⁊.f.b.ſunt longiora.a.c.ergo illa totalis linea ſc; .e.b. eſt maior.a.c.reſecet̄ ergo .b.c.ad equalitatē.a.e.ad punctū.c.ita ꝙ.b.c.ſit equale.a.c.ergo quadratum.b.c.eſt equale.quadrato.a.c. ſed quadratū.a.c. vt prius ꝓbatū fuit ē equale quadratis.a.b.⁊.c.d.ergo quadratū.b.c.ē equale eiſdem ſed quadratum.b.c.addit ſuper quadratum.a.b.gnomonē illū quē vides.ergo gno/



mo ille est quadrato.c.d.equalis.quod erat probandum. Explicit liber primus
Incipit liber secundus.



Omne paralellogramũ rectãgulũ sub dua/b⁹ lineis ãgulũ rectũ ãbiẽtib⁹ dicit̃ ↄtineri.
¶ Paralellogramũ est supficies equidistãtiũ lateꝝ
¶ Paralellogramũ rectangulũ est habens omnes angulos rectos.⁊ ꝓducit̃ ex vno duoꝝ lateꝝ eius ambientiũ vnũ ex suis angulis in reliquũ. ⁊ ideo sub illis dicitur cõtineri.

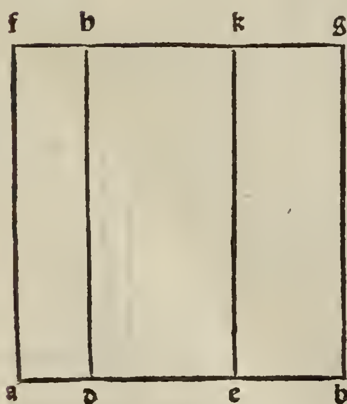


Omnis paralellogrami spacij ea q̃dẽ q̃ diameter secat ꝑ mediũ palellograma circa eandẽ diametꝝ cõsistere dicunt̃. Eoꝝ vero paralellogramoꝝ que circa eandẽ dia metrũ consistũt quodlibet vnũ cũ supplementis duob⁹ gnomo noiat̃.
¶ Que paralellograma dicunt̃ cõsistere circa diametꝝ.⁊ que sũt supplemẽta: expo sitũ est supra in demonstratione.43.primi. ¶ Sit enim paralellogramũ.a.b.c.d. cuius diameter.a.d.diuidant due linee.e.f.g.h.ducte equidistanter: laterib⁹ oppo sitis dicti parallellogrami.secãtes se sup diametꝝ.a.d.in puncto .k. eritq̃ ipsum paralellogramũ diuisũ in .4. paralellograma ⁊ vnũquodq̃ duoꝝ paralellogra/ moꝝ que sunt.a.g.e.k.⁊.k.f.h.d.que diameter secat ꝑ medium dicitur consistere circa diametꝝ. Reliqua duo que diameter nõ secat dicunt̃ supplemẽta q̃ duo sup/ plementa cũ vtroq̃ dictoꝝ paralellogramoꝝ cõsistentiũ circa diametꝝ cõponũt fi gurã quãdã q̃ gnomo appellat̃ cui deest ad cõplemẽtũ palellogrami palellogramũ vnũ reliquũ circa diametꝝ cõsistẽs:qđ si addat̃ supra diametꝝ totalis cõpositi cõsi stet.eritq̃ simile totali. Unde palellogramũ addito gnomone quãuis crescat mi/ nime tñ alterat̃.quẽadmodum dixit Aristoteles in predicamentis.

Propositio .j.



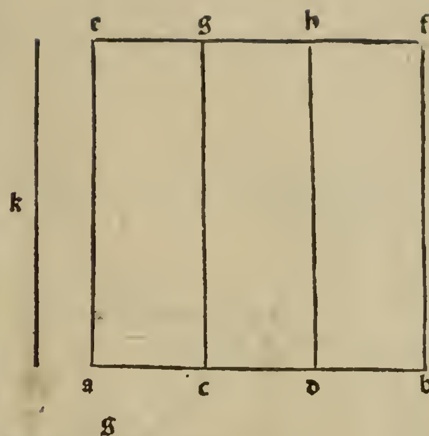
Si fuerint due linee quarũ vna in quodlibet partes diui/ datur.illud q̃ ex ductu alterius in alteram fiet.equum erit his que ex ductu linee indiuise in vnãquãq̃ partem linee particulatim diuise rectangula producentur.
¶ Lineã in aliam lineã ducere ẽ supra terminos vnius eaꝝ duas line as orthogonaliter alij eq̃les erigere.⁊ supficiẽ equidistãtiũ lateꝝ rectãgulũ cõplere q̃ sub illis duab⁹ lineis per diffinitionem dicitur contineri. ¶ Sunt due linee.a.b. ⁊.c. quaꝝ.vna sc̃.a.b.in quodlibet ptes diuidat̃ que sint.a.d.⁊.d.e ⁊.e.b.dico q̃ illud quod fit ex ductu.c.in totũ.a.b. equũ est illis paralellogramis rectangulis si mul iunctis que fiũt.ex.c.i.a.d.⁊ i.d.e.⁊ in.e.b. ¶ Sup pũcta.a.b erigã lineas.a f.⁊.b.g.perpẽdiculares sup lineã.a.b.quaꝝ vtraq̃ sit eq̃lis linee.c. ⁊ complebo re ctangulã supficiẽ.a.f.b.g.ducta linea.f.g.que per diffinitionẽ producit̃ ex.c. in.a b.⁊ sub illis dicit̃ contineri.protrabam quoq̃ a punctis.d.⁊.e.lineas.d.h.⁊ .e.k. equidistantes lateribus .a.f.⁊.b.g.eritq̃ vtraq̃ earũ eq̃lis.c.p.34.primi vtraq̃ eaꝝ est eq̃lis .a.f.ꝑ diffinitionẽ igit̃ rectangulũ .a.d.f.h.ꝓducit̃ ex.c.i.a.d.⁊ sub illis dicitur cõtineri ⁊ rectangulũ.d.h.⁊.e.k.ex.c.in.d.e.⁊ rectangulũ.e.k.b.g.ex c.in.e.b.⁊ qꝛ hec rectangula simul iuncta sunt equalia totali rectangulo.a .f.b.g. patet veꝝ eẽ ꝓpositum.



Propoſitio .2



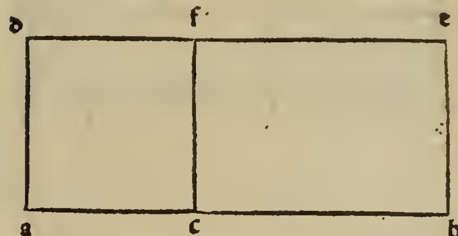
I fuerit linea i ptes diuiſa.illud qd ex ductu toti⁹ linee in ſeipſã fit: equũ erit bis q̄ ex ductu eiuſdẽ i oẽs ſuas ptes. ¶Sit linea.a.b.diuiſa in.a.c.⁊.c.d.⁊.d.b.dico ꝙ illud qd fit ex du ctu totius.a.b.in ſe qd ſit.a.e.b.f.equũ eſt bis que fiunt ex ipſa to/ ta in vnamquãqꝫ dictarum partium qd palam patebit.ductis.c.g.⁊.d.h.equidi/ ſtanter.a.e.⁊.b.f.¶Aliter ſumatur.k.eq̄lis.a.b.eritqꝫ p p̄miſſam qd fit ex du/ ctu.k.in totam.a.b.equũ ei qd fit ex ductu.k.in omnes ptes.a.b.⁊ qꝛ ex.k.i.a.b. tantũ fit quantũ ex.a.b.in ſe.⁊ ex.k.in omnes ptes.a.b.quãtũ ex.a.b. in omnes ptes eiuſdẽ.ꝓpter id qꝛ.k.⁊.a.b.ſũt equales patet verꝝ eſſe ꝓpoſitum.



Propoſitio .3.



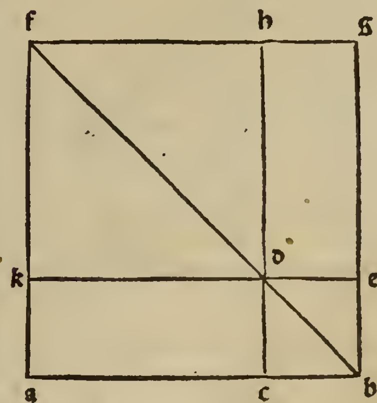
I fuerit linea in duas ptes diuiſa illud qd fiet ex ductu to tius in alterutrã partẽ equũ erit bis q̄ ex ductu eiuſdẽ par tis in ſeipſam ⁊ alterius in alteram.
¶Sit linea.a.b.diuiſa in.a.c.⁊.b.c.dico ꝙ illud quod fit ex tota.a. b.in eius partem.a.c.equũ eſt quadrato eiuſdem.a.c.partis.⁊ ei quod fit ex eadẽ parte.a.c.in.b.c.fiat quadratum linee.a.c.ꝙ ſit.a.c.d.f.⁊ pficiatur ſuperficies.a b.d.e.patebitqꝫ ꝓpoſitũ.¶Aliter ſumat̄.g.eq̄lis.a.c.⁊ qꝛ.b.a.in.a.c. tantũ eſt quantũ.a.c.in.a.b.ecõuerſo.⁊.a.c.in.a.b.⁊ in.c.b.⁊ in ſeipſaꝫ quãtũ.g. i eaſdẽ. At.g.in totã.a.b.quãtũ in.a.c.⁊ in.c.b.p p̄mam huius patet ꝓpoſitũ ſcꝫ ꝙ tñ erit.a.c.i.a.b.quãtũ in ſe ⁊ in.c.b.q̄re ecõuerſo. a.b.i.a.c.quãtũ.a.c.in ſe.⁊ in.c b.qd volum⁹ demõſtrare.



Propoſitio .4.



I fuerit linea in duas ptes diuiſa illud qd ex ductu toti⁹ i ſeipſã fit:equũ ẽ bis q̄ ex ductu vtriuſqꝫ ptis i ſeipſã ⁊ alte ri⁹ i alterã bis.Ex hoc manifeſtũ ẽ ꝙ i oĩ q̄drato due ſup ficies quas diameter ſecat p mediũ ſunt ambe quadrate.
¶Sit linea.a.b. diuiſa in. a.c.⁊. b.c. dico ꝙ quadratum totius a.b. equum eſt duobus quadratis duarum linearum.a.c.⁊.b.c. duplo eius qd fit ex ductu vnius eaꝝ in alteram: deſcribam quadratum alterius partialium ſitqꝫ c.d.b.e.quadratũ linee.c.b.cui adiungam gnomonẽ ſecũdũ ductũ directuũ linee alterius ſcꝫ.a.c. qd faciam hoc mõ.in quadrato deſcripto protrabam diametrũ b.d.⁊ a puncto.a.educam perpendicularem ſup lineam.a.b.que ſit.a.k.quã.a.k ⁊ diametrũ.b.d.ꝓducam vſqꝫ quo cõcurrãt in puncto.f.⁊ a puncto.f. producam f.h.equidiſtantẽ linee.a.b.quã.f.h.⁊.b.e.producam vſqꝫ quo concurrãt i pũcto g.⁊ producã.c.d.vſqꝫ ad.h.⁊.e.d.vſqꝫ ad.k.Et quia duo latera.d.c.⁊.c. b.trian guli.d.c.b.ſunt equalia:erũt per.5.p̄mi duo anguli.c.d.b.⁊.c.b.d.equales:⁊ qꝛ angulus.c.eſt rectus erit p.32.p̄mi vterqꝫ coꝝ medietas recti. Eadẽ rõne vter/ qꝫ duorũ angulorũ.e.d.b.⁊.e.b.d.erit medietas recti. quare p ſecũdã ptem.29.p̄ mi erit vnuſquiſqꝫ quatuor angulorum qui ſunt.h.f.d.⁊.h.d.f.⁊.k.f.d.⁊.k.d.f. me dietas recti ergo p.6.p̄mi.f.g.⁊.g.b.ſunt equales. ſimiliter quoqꝫ.f.a.⁊.a.b. pari rõe.f.h.⁊.h.d.itẽqꝫ.f.k.⁊.k.d. quare vtraqꝫ duarũ ſupficierũ.a.b.g.f.⁊.k: d.b.f.eſt quadrata ⁊ qꝛ totale quadratum.a.b.f.g.ꝙ eſt quadratũ linee.a.b.con ſtat ex duobus quadratis que cõſiſtunt circa diameꝝ que ſunt quadrata duarum linearum.a.c.⁊.c.b.⁊ ex duobus ſupplementis quoꝝ vnũqdqꝫ ꝓducit̄ ex.a. c.in b.c.patet propoſitum noſtrũ.¶Aliter ſit linea.a.b.vt prius diuiſa in.a.c.⁊.c.b.

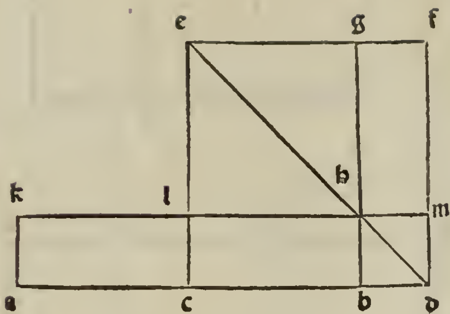


eritq; p.2.huius quod fit ex tota.a.b. in se: equū ei qd̄ fit ex ipsa in.a.c.⁊.c.b. sed ex ipsa in.a.c.tm̄ fit quātū ex.a.c.in se.⁊ ex.a.c.in.b.c.p.3.hui⁹. Itē q; ex ipsa a.b.tota in.b.c.tm̄ fit quātum ex.c.b.in se.⁊ ex.c.b.in.a.c. per eandem. ergo qd̄ fit ex tota.a.b.in se equū ē ei qd̄ fit ex.a.c.in se ⁊ in.c.b.⁊ ex.c.b.in se.⁊ in.a.c.qd̄ est propositum. Sed hac via non patet correlariū. sicut via precedenti patet. vnde prima est auctori magis consona.

Propositio .5.



Si linea recta per duo equalia duoq; inequalia secetur. qd̄ sub inequalibus totius sectionis rectangulū continet cū eo quadrato qd̄ ab ea que inter vtrasq; ē sectiones describitur equum est ei quadrato qd̄ a dimidio totius linee i se ducto describitur.

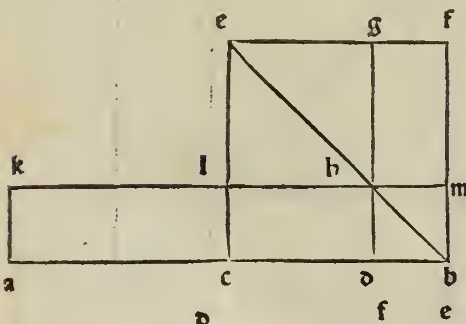


¶Sit linea.a.b.diuisa p equalia in pūcto.c.⁊ p inequalia in puncto.d. dico quadratū.c.b.esse equale ei qd̄ fit ex.a.d.in.d.b.⁊ q̄drato.c.d. ¶Describā quadratum.c.b.q̄ sit.c.b.f.e.in quo ptrabam diametrū. c.b. ⁊ ducā.d.g. equidistantē b.f.q̄ secet diametr̄.e.b.i pūcto.h.⁊ a pūcto.h.educā eq̄distātē linee.a.b.q̄ sit.h.k.secās lineā.b.f.in puncto.m. ⁊ lineā.c.e.in puncto.l.⁊ ptrahā.a.k.equidistantē.c.e.eritq; p correlariū p̄missę vtraq; duarū superficierū.l.g.⁊.d.m.quadrata.⁊ per 43.primi duo supplemēta.c.h.⁊.h.f.equalia.ergo addito quadrato .d.m. vtriq; erit palellogramū.c.m.equale palellogramo.d.f.⁊ q2.a.l.est equale.c.m· p.36.primi:erit.a.h.equale gnomoni qui circūstat quadrato .l.g. ergo addito vtriq; quadrato.l.g.erit.a.h.cū quadrato.l.g.equale quadrato.c.f.qd̄ est propositum.

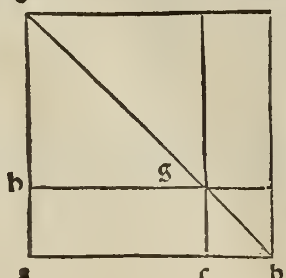
Propositio .6.



Si recta linea in duo equalia diuidat̄. alia vero ei linea in longū addat̄. qd̄ ex ductu toti⁹ iā cōposite i eā q̄ iā adiecta ē cū eo qd̄ ex ductu dimidie in seipsā: equū ē ei q̄drato qd̄ ab ea q̄ cōstat ex adiecta ⁊ dimidia i seipsā ducta describit̄



¶Sit linea.a.b.diuisa p equalia in puncto.c.ciq; addat̄ linea.b.d. dico q̄ quadratū.c.d.qd̄ sit.c.d.e.f.equale ē ei qd̄ fit ex tota.a.d.i.b.d.⁊ quadrato.c.b. Producā i quadrato predicto diametrū.d.e.⁊ ducā lineā.b.g.equidistātē d.f.q̄ secet diametrū.d.e.in pūcto.h.a quo.h. pducā equidistātē linee.a.b.que sit h.k.secans.d.f. in pūcto.m.⁊.c.e.in pūcto.l.⁊ producā.a.k. equidistantem .c.l. eritq; per·36.primi.a.l.equale.c.h.At.c.h.erit equale.h.f.per.43.primi.quare.a l.ē equale.h.f.ergo addito.c.m.vtrobiq; erit.a.m. equalis toti gnomoni circūstāti.l.g.quare.l.g.addito vtrobiq; erit.a.m.cū.l.g.equale toti quadrato.c.f.⁊ quia vtraq; duarū superficierū.l.g.⁊.b.m.ē quadrata:p correlariū.4.hui⁹ p; propositū.



Propositio .7.

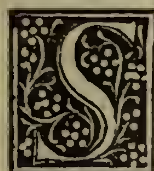


Si linea in duas partes diuidat̄. qd̄ fit ex ductu totius i se ipsam cum eo qd̄ est ex ductu alterius partis i seipsam. equum est q̄ cis ex ductu totius linee i eandem partem bis ⁊ ex ductu alterius partis in seipsam.

¶Sit linea.a.b.diuisa in duas partes in puncto.c. dico q̄ quadratum totius.a.b.cū quadrato.b.c.equū est ei qd̄ fit ex.a.b.in.b.c.bis cum quadrato.a.c.describatur quadratū totius qd̄ sit.a.b. d.e.⁊ ducatur diametrum .b.d.⁊

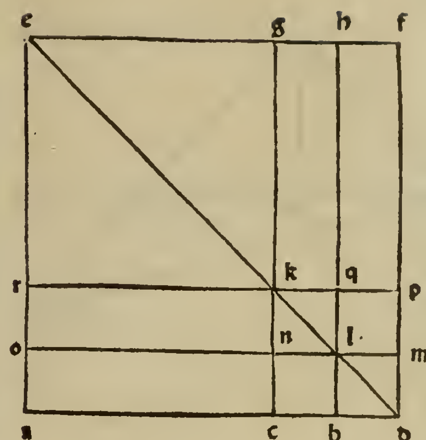
c.f.equidistans.b.c.secans diametrum in puncto.g.⁊ ducatur.k.g.b. equidistãs a.b.⁊ quia quadratum.a.e.cum quadrato.c.b.tm̃ sunt quãtum quadratum .k.f. cum duabus superficiebus.a.b.et.g.c.patet propositum

Propositio .8.



Si linea in duas partes diuidatur:eiq; in longum equa/lis vni diuidentium adiungatur:qđ ex ductu totius iam cõposite in seipsã; fiet. equum erit his que ex ductu prioris linee in eam adiectam quater. ⁊ ei qđ ex ductu alterius diuidentis in seipsam.

¶Sit.a.b.diuisa in puncto.c.qualitercũq; contingat:cui addatur.b.d. equalis.c b.dico ꝙ quadratum totius.a.d:qđ fit.a.d.c.f.est equale ei qđ fit ex.a.b. ⁊.b.d. quater cũ quadrato.a.c.hoc aũt patebit ducta diametro.d.e.⁊ lineis. c.g. ⁊.b.h equidistantibus linee.d.f.⁊ secantibus diametrum in puncto.k.l. per que puncta ducantur.p.q.k.r.⁊.m.n.l.o.equidistantes.a.d.erit enim per correlariũ.4.huius vnaqueq; superficierum .r.g.n.q.⁊.b.m.quadrata:⁊ quia.c.b.posita est equalis b.d.erit vtraq; superficierum.c.l.⁊.l.p.quadrata.Erũtq;.4.quadrata diuidentia quadratũ.c.p.equalia ⁊ quia totus gnomo circũstãs q̃drato .r.g.est q̃druplus ei qđ ex.a.b.in.b.d.q: quadruplus ad sup̃ficiẽ.a.l.patet propositum.

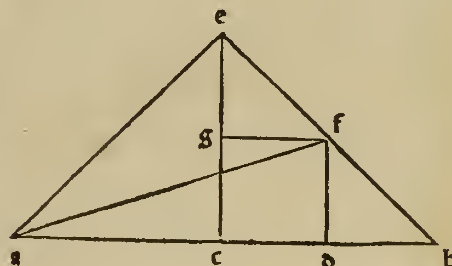


Propositio .9.



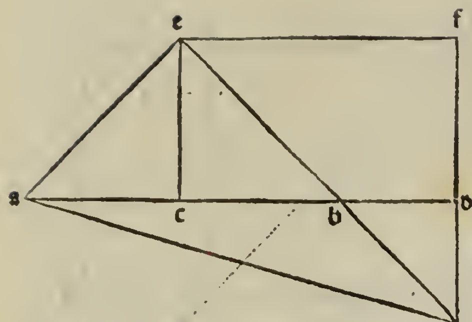
Si linea ĩ duo equalia duoq; inequalia diuiditur:q̃ fiũt ex ductu inequaliũ sectionũ in seipsam pariter accepta: du/plũ sũt vtriusq; pariter acceptis.q̃ q̃dẽ ex dimidia.eaq; q̃ vtriq; sectioni interiacet quadratis describuntur.

¶Sit linea.a.b.diuisa per equalia.in.c.⁊ per inequalia.in.d.Dico ꝙ quadratum.a.d.⁊ quadratũ.d.b.simul iuncta:dupla sunt quadrato.a.c. ⁊ quadrato.c.d.simul iunctis.¶Super lineã:a.b.erigo lineã.c.e. perpendicularẽ ⁊ eq̃/lem vtriq; earum linearum.a.c.⁊.c.b.⁊ produco.e.a.⁊.e.b.eritq; p.32.primi vterq; angulorum.a.⁊.b.⁊ vterq; angulorum partialium qui sunt ad.e.medietas recti.tot⁹q; e.rectus.⁊ produco.d.f.equidistantẽ.c.e.⁊ perpendicularem super lineam.a.b.erit q; vterq; angulorum.d.rectus:⁊ angulus.d.f.b.medietas recti per.32.primi:si/ne per secũdã partẽ.29.primi:quare per.6.primi.d.f.⁊.d.b.sunt equalia.a puncto f.duco.f.g.equidistantẽ.a.b.eritq; per secũdã ptẽ.29.primi:vterq; angulorum.g rectus.⁊ angulus.e.f.g.medietas recti quare p sextã eiusdẽ latera.e.g. ⁊.g.f. sunt equalia:⁊ quia per penultẽ.eiusdem quadratum:e.f.est equale quadrato.e.g.⁊ q̃/drato.g.f.ipsum erit duplum ad quadratum.g.f.quare ad quadratũ.c.d.¶Itẽq; per eandem quadratum.e.a.est equale quadrato.a.c.⁊ quadrato .c.e. ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.⁊ quia quadratum.a.f.est equale quadrato.e. f.⁊.a.e per eandem ipsum erit duplum ad quadratum.a.c.⁊ ad quadratum.c.d.sed qua/dratum.a.f.est iterum equale per eandem quadrato.a.d.⁊ quadrato.d.f.ergo q̃/dratum.a.d.⁊ quadratum .d.f dupla sunt ad quadratum.a.c.⁊ ad quadratum c.d.⁊ quia quadratum.d.f.est equale quadrato.d.b.erũt quadrata duarum linearũ.



a.d.z.d.b.dupla quadratis duarum linearum que sunt.a.c.z.c.d.qd e ppositum

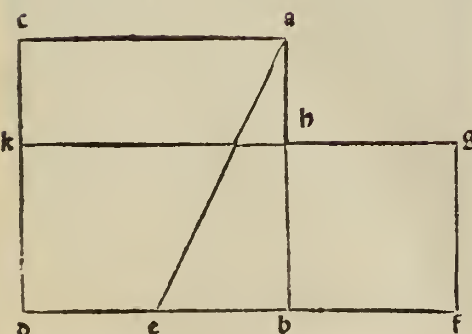
Propositio .10.



Si linea in duo equalia diuidatur eiq3 i longum alia addatur:quadratum qd describitur a tota cum addita z quadratum qd ab ea que addita est.vtraq3 quadrata pariter accepta.ei quadrato qd a dimidia.eiq3 qd ab ea producitur q ex dimidia adiectaq3 consistit vtrisq3 quadratis pariter acceptis dupla esse necesse est.

¶Sit linea.a.b.diuisa per equalia in.c.z addita sibi linea.b.d.dico q duo quadrata duarum linearum.a.d.z.b.d.pariter accepta dupla sunt duobus quadratis duarum linearum.a.c.z.c.d.pariter acceptis. ¶Erigo.c.e.perpendicularem sup lineam.a.b.z equale vtriq3 linearum.a.c.z.c.b.z perficio triangulu.a.e.b.ductis lineis.a.e.z.e.b eritq3 ut in pmissa vterq3 angulorum.a.z.b.z vterq3 eorum q sunt ad.e.medietas recti p.32.primi:totusq3.e.e rectus a puncto.e.produco.e.f.equalem z equidistantem.c.d.z produco.f.d.z.e.b.quousq3 cocurrut in puncto.g.z pduco lineam.a.g.eritq3 per vltimam partem.29.primi:angulus.c.e.f. rectus sed angulus.c.e.b. est medietas recti. ergo angulus .b.e.f. est similiter medietas recti:z quia per.33.eiusde.f.d.est equidistans.c.e.erit per.34.eiusdem angulus .f. rectus.ergo per.32.eiusdem.erit angulus.e.g.f.medietas recti. Itemq3 per cande angulus.d.b.g.similiter medietas recti:propter id quod angulus.b.d.g. est rect9 ergo per.6.eiusdem duo latera.e.f.z.f.g.sunt equalia. Iteq3 duo latera. d.b.z.d. g.sunt equalia:ergo per penultimam eiusdem quadratum.e.g.duplum est ad quadratum.e.f.quare ad quadratum.c.d. ¶Itemq3 per eandem quadratum.a.e.duplum est ad quadratum.a.c.z quia quadratum.a.g.est per eandem equale quadrato.a.e.z.e.g.similiter quoq3 z quadrato. a.d.z.d.g. At q2 quadratu.d.g.est equale quadrato.b.d.erut duo quadrata duarum linearum.a.d.z.b.d.pariter accepca dupla duobus quadratis duarum linearum.a.c. z.c.d. pariter acceptis qd est propositum: hec autem z omnes premisse veritatem habent in numeris sicut in lineis.

Propositio .11



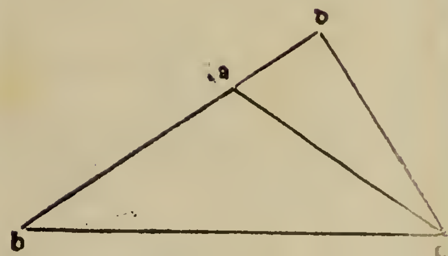
Datam lineam sic secare.vt qd sub tota z vna portione rectangulum continetur:equum sit ei qd fit ex reliqua sectione quadratu.

¶Sit linea data.a.b.q3 volumus sic diuidere: vt qd ex tota z eius minore producitur equum sit quadrato maiori. ¶Describo quadratum ipsius qd sit.a.b.c.d.z latus. b.d.diuido per equalia in.e.z produco.a. e.et e.b.produco vsq3 ad.f.ita quod .e.f.sit equalis.a.e.z ex.b.f. portione extrinsecа:describo quadratum quod ex latere.a.b.resecat portionem equalem.b.f. que sit . b.h .z quadratum descriptum sit. b.f. h. g. Dico q: a.b. sic est diuisa in puncto.b.qd illud qd fit ex tota.a.b.in eius portionem.b.a.est equale quadrato b.h.pduco.g.h.vsq3 ad.k.que erit equidistans.a.c.q2 ergo linea .d.b. diuisa est per equalia in.e.z est sibi addita linea.b.f.erit per.6.huius qd fit ex.d.f.in.b.f.cu quadrato.e.b.equale quadrato.e.f.quare z quadrato.e.a. Quare p penultimam

primi: quadratis duaꝝ linearum.e.b.τ.b.a.ergo dempto ab vtrisq; quadrato li/
nee.e.b.erit qd fit ex.d.f.in.b.f.τ ipsũ est superficies.d.g.equale quadrato linee
a.b.ergo dempto ab vtrisq; paralelogramo.b.d.erit quadratũ.b.f.equale palello
gramo.b.c.τ quia quadratum.b.f.est quadratum linee.b.b.τ palellogramũ.b.c.
producitur ex.c.a.que est equalis.a.b.in.a.b.patet factum esse propositũ. ¶Ad
hoc autẽ faciendum in numeris non labores: quia impossibile est numerum sic di/
uidi: vt hic vndecima proponit sicut scies sexti.29.te docente.

Propositio .12.

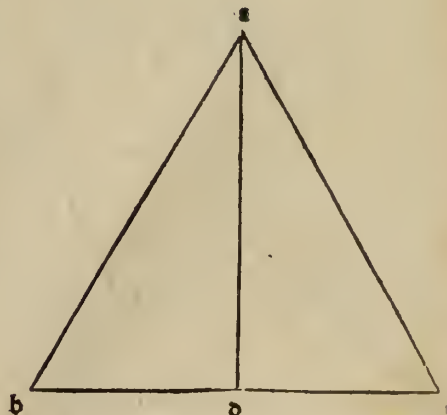

In his triangulis qui obtusum habent angulum: tanto ea que obtusum subtendit angulum: ambobus reliquis lateribus que obtusum continent angulum amplius potest. quãtũ est qd cõtinet bis sub vno eoꝝ: atq; ea que sibi directe iũcta ad obtusum angulũ a ꝑpẽdiculari extra deꝑhendit.



¶Sit triangulus.a.b.c.habens angulum.a.obtusum.a puncto.c.ducat̃ linea p/
pendicularis ad lineã.b.a.que necessario cadet extra triangulũ.a.b.c. alioqn an/
gulus obtusus esset rectus aut minor recto p.16.primi: sit ergo.c.d. perpendicula
ris super lineam.a.b. productam vsq; ad.d. Dico ꝙ quadratum lateris.b.c.qd
subtenditur angulo obtuso tanto maius est duabus quadratis duarum linearum
a.b.τ.a.c.ambientibus ipsum angulum obtusum.quantum est illud qd fit ex.b.
a.in.a.d.bis: potentia eni linee respectu q̃drati sui est.vnde tm̃ dicit̃ posse linea
quelibet quantũ in se ducta producit̃. Erit eni p.4.hui⁹ q̃dratũ.b.d.equale duo/
bus quadratis duarum linearum.b.a.τ.a.d.τ duplo eius qd fit ex.b.a.in.a. d.et
quia quadratum.b.c.per penultimam primi est equale quadrato.b.d.τ quadrato
d.c.ipsum erit equale quadratis trium linearum.b.a.a.d. τ.d.c. τ duplo eius qd
fit ex.b.a.i.a.d.sed p eandẽ quadratũ.a.c.ẽ equale quadratis.a.d.τ.d.c.ergo q̃/
dratum.b.c.est equale quadratis duarum linearum.b.a.τ.c.a.τ duplo eius qd fit
ex.b.a.in.a.d.quare.b.c.tanto amplius potest duabus lineis.b.a.a.c. quantum
est duplũ eius.qd fit ex.b.a.in.a.d. Jam enim diximus ꝙ tantũ dicitur posse li/
nea quelibet quantum in se ducta producit quod est propositum.

Propositio .13.


Omnis oxigonij tanto ea que acutum respicit angulũ ambobus lateribus angulum acutum continentibus minus potest: quãtum est qd bis continetur sub vno eorum cui ꝑpendicularis intra superstat: eaq; sui parte: que perpendiculari anguloq; acuto interiacet.



¶Quod hic proponitur de latere subtenso alicui angulo acuto in triangulo oxi/
gonio veritatem habet de latere subtenso cuilibet angulo acuto in omni triangu/
lo siue fiat orthogonius siue ambligoni⁹ siue oxigonius. ¶Sit ergo in triangulo
a.b.c.quicũq; triangulus fuerit.angulus.c.acutus qui si fuerit oxigonius ducatur
ꝑpendicularis ab vtroq; angoloꝝ.a.vel.b.ad vtrãq; basim.b.c.vel.a.c.quia cum
sic fuerit semper cadet perpendicularis intra triangulum. Si autem sit ambligo/
nius aut orthogonius ab angulo obtuso vel recto ducatur perpendicularis ad la
tus oppositũ quã manifestũ est cadere intra triangulũ: τ ut simpliciter dicam cum
in omni triangulo sunt duo acuti anguli necessario erit alter reliquoꝝ anguloꝝ.
qui sunt.a.τ.b.acutus. Ducam igitur perpendicularẽ ad lineam illam que duobus

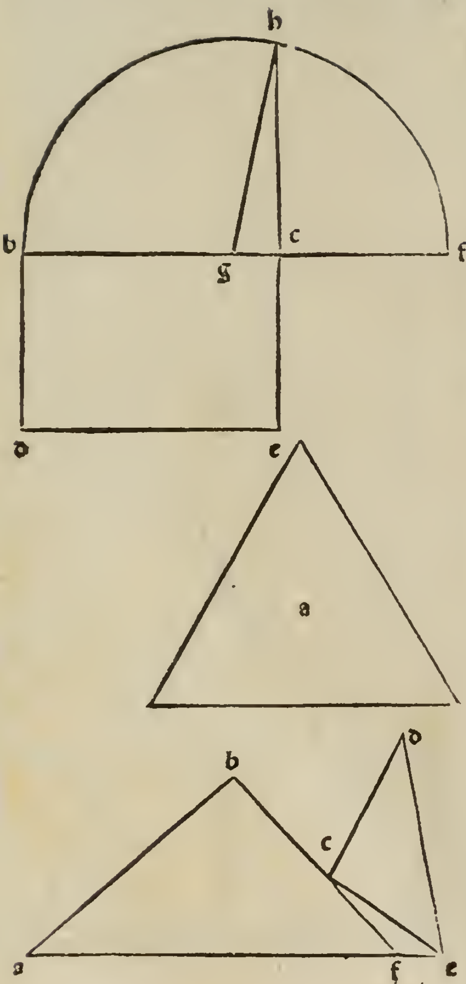
acutis interiacet. Sit ergo vt trianguli.a.b.c.angulus.b.etiã sit acutus ducã: ergo ad b.c.ppẽdicularẽ q̃ sit.a.d.que vt dictũ est cadet intra triangulũ.dico itaq; q̄ quadratum.a.b.qd subtendit angulo acuto.c.tanto minus est duobus quadratis duarum linearũ.a.c.z.c.b.quãtũ duplũ eius qd fit ex.b.c.in.d.c. ¶ Uel dico q̄ quadratum.a.c.qd etiam subtenditur angulo.b.quẽ posuimus acutum quicquid fuerit de angulo.a.tanto minus est duobus quadratis duarum linearum.a.b.z.b.c. quãtũ est duplum eius qd fit ex.c.b.in.b.d.Erit enim per.7.huius quadratũ .b.c cum quadrato.d.c.equale ei quod fit ex.b.c.in.d.c.bis z quadrato alterius ptis sc;.b.d.quare addito vtriq; quadrato.a.d.erit quadratũ.b.c.cũ quadratis duaꝝ linearum.a.d.z.d.c.equale quadratis duarum linearum.a.d.z.d.b.z duplo eius quod fit ex.c.b.in.c.d.At quia per penultimam primi quadratum.a.c.est equale quadratis duarum linearũ.a.d.z.d.c.erit quadratum.b.c.cum quadrato .a.c.equale quadratis duarum linearum.a.d.z.b.d.z duplo eius quod fit ex.b.c.i.c.d. sed per eandem penultimam primi quadratũ.a.b.equũ est quadratis duarum linearum.a.d.z.b.d.ergo quadratum.b.c.cum quadrato.a.c.equum est quadrato a.b.z duplo eius qd fit ex.b.c.i.c.d.quare tanto minꝰ potest.a.b.duobus laterib9 b.c.z.a.c.quantũ est duplum eius quod fit ex.b.c.in.c.d.quod est propositũ. Simili modo probabis latus.a.c.qd subtenditur angulo.b.acuto posse tanto min9 duobus lateribus:a.b.z.b.c.quantum est duplum eius :quod fit ex.c. b.in. b.d. ¶ Notãdũ aũt per hanc z precedentẽ z penultimam primi: q̄ cognitis lateribus omnis trianguli cognoscit̃ area ipsius z auxiliantibus tabulis de corda z arcu cognoscitur omnis eius angulus.

Propositio .14.

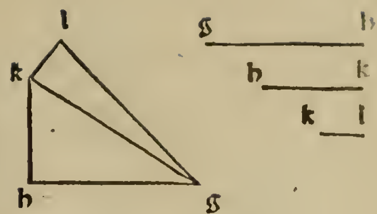


Dato trigono equum quadratum describere.

¶ Sit datus trigonus.a cui nos volumus equum quadratũ describere. Designabo superficiẽ equidistantium laterum z rectorum angulorum equalem trigono dato ƀm quod docet.42.primi:sitq; superficies illa.b.c.d.e.cuius si latera fuerint equalia habemus qd querim9. ipsa eñi erit q̃drata.p diffinitionẽ Si aũt latera sint inequalia tũc adiũgã min9 ipsorum laterũ maiori ƀm rectitudinẽ.sitq; linea.e.f.equalis minori duoꝝ laterũ qd ẽ c.e.adiuncta maiori quod est.b.c.ƀm rectitudinẽ. Totam.b.f.diuidam per equalia in pũcto.g.z facto.g.cẽtro sup lineã.b.f.ƀm quãtitatẽ linee.g.b. describam semicirculũ.b.h.f.z latus.e.c.pducã vsq; quo secet circũferentiã in puncto.h.dico q̄ quadratũ linee.c.h.est equale trigono dato. Producã lineã.g.h.z q2 linea .b.f. diuisa ẽ p equalia in.g. z p inequalia in.c.erit p.5.hui9 qd fit ex ductu.b.c.i.c.f.cũ q̃drato.c. g.equale q̃drato .g.f.quare z quadrato.g.h.quare per penultimã primi z duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.g.c.z.c.h.ergo dempto vtriq; quadrato.c.g erit qd fit ex.b.c.in.c.f.qd est equale superficiei.b.e.eo q̄.e.f.ẽ equale.c.e. equale quadrato linee.c.h.quare quadratũ linee.c.h.ẽ equale trigono.a.qd ẽ propositũ: ¶ Et nota q̄ p hoc inuenit̃ lat9 tetragonicũ cuiuslib; altera pte lõgioris z simpliciter omnis figure rectis lineis cõtente quecũq; fuerit.qm̃ omnẽ figurã talẽ in triangulos resoluem9 z cuiuslib; illoꝝ triangulorum inueniem9 tetragonicũ latus ƀm doctrinam istius.z inueniemus per penultimam primi . lineam vnam que possit in omnia latera tetragonica inuenta.verbi gratia volo nunc inuenire latus tetragonicũ rectilinee figure irregularis .a.b.c.d.e.f.resoluo eam.in.3 .triangulos qui sũt

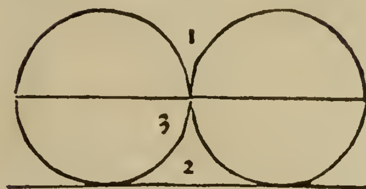


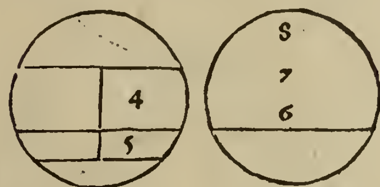
a.b.f.c.d.e.z.e.f.c. Invenio quoqꝫ ſm doctrinam iſtius tria latera tetragonica iſtoꝝ trium triangulorum.qui ſunt.g.b.b.k.z.k.l:z erigo.b.k.perpendiculariter ſuper.g.b.z produco.g.k.eritqꝫ per penultimã quadratum pꝛimi.g.k.equale quadratis duarum linearum.g.b.z.b.k.z tertium latus.k.l.erigo perpendiculariter ſuper lineam.g.k.z pꝛoduco lineam.g.l.eritqꝫ per penultimam pꝛimi.g.l.latus tetragonicum totius figure rectilinee pꝛopoſite. Explicit liber ſecundus. Incipit liber tertius.

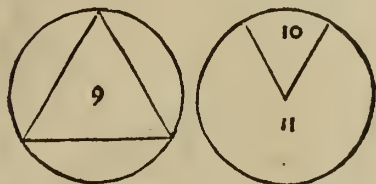


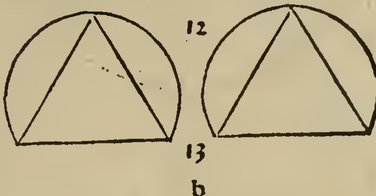


Uoꝝ diametri ſunt eq̃les.ipſos circulos eq̃les eſſe. Maioꝛes aũt quoꝝ maioꝛes z minoꝛes quoꝝ minoꝛes. Circulũ linea ꝯtingere dicitur:que cũ circulũ tangat in vtrãqꝫ partẽ eiecta.circulũ non ſecat. Circuli ſeſe contingere dicunẗ qui tangentes ſeinuicem non ſecant. Recte linee in circulo equaliter diſtare dicũẗ a centro.cũ a centro ad ipſas ducte perpendiculares fuerint equales. Plus vero diſtare a centro dicit̃.in quã ꝑpendicularis longioꝛ cadit. Recta linea poꝛtionẽ circuli cõtinẽs coꝛda noĩat̃. Poꝛtio vero circũferentie arc⁹ nũcupat̃. Angulus aũt poꝛtionis dicit̃ q̃ a coꝛda z arcu contineẗ. Supꝛa arcũ angulus conſiſtere dicit̃.qui a quolibet pũcto arcus ad coꝛde terminos duabus rectis lineis exeuntib⁹ cõtineẗ. Sectoꝛ circuli eſt figura q̃ ſub duab⁹ a cẽtro ductis lineis z ſub arcu qui ab eis cõpꝛehendit̃ cõtineẗ. Angulus aũt qui ab eis lineis ambitur ſupꝛa centrũ cõſiſtere dicit̃. Siĩes circuloꝝ poꝛtiões dicũt̃ i quib⁹ qui ſupꝛa arcum conſiſtunt anguli ſibi inuicẽ ſũt eq̃les. Arc⁹ quoqꝫ ſimiles ſunt qui equos angulos pꝛedicto modo ſuſcipiunt.







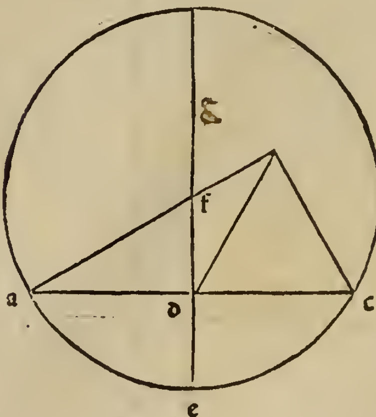


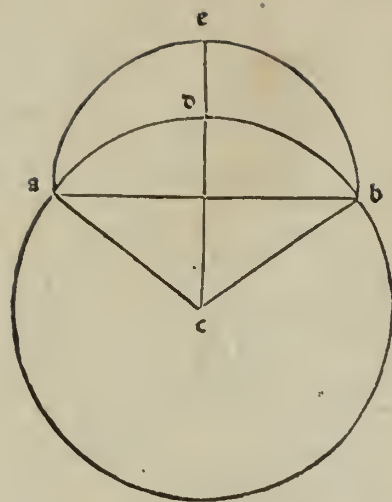
Ꝓpoſitio .1.



Irculi ꝓpoſiti cẽtrũ inuenire. vñ manifeſtũ ẽ ꝙ duab⁹ rectis lineis in eodẽ circulo apud circũferẽtiã termĩatis neutra illaꝝ alterã per eq̃lia oꝛthogonal'r ſecat niſi ipſa ſuper centrum tranſierit.

Sit circulus pꝛopoſitus.a.b.c.cuius volumus centrũ inuenire. duco in ipſo circulo lineã.a.c.qualitercũqꝫ contingat quã diuido per equalia i pũcto d.a quo duco perpendicularem ad lineã.a.c.quã applico circũferentie ex vtraqꝫ ꝑte.ſitqꝫ.e.d.b.quã rurſus diuido ꝑ eq̃lia in pũcto.f.quẽ dico eſſe centrũ circuli. Si eni nõ ẽ:erit aũt alibi aut i linea.e.b.ãut extra. In linea.e.b.nõ: ſi eni fuerit i ea vt i puncto.g.erit linea.e.f.maioꝛ linea.e.g.ps videlꝫ toto qḋ eſt ipoſſibile. Qḋ ſi fuerit extra lineã.e.b.ut in pũcto.b.ducanẗ linee.b.a.b.d.b.c.z qꝛ latera.b.d.z d.a.trianguli.b.d.a.ſũt eq̃lia laterib⁹.b.d.z.d.c.trianguli.b.d.c.z baſis.b.a.baſi.b.c.erit ꝑ.8.pꝛimi angul⁹.a.d.b.eq̃lis angulo.c.d.b.q̃re vterqꝫ rect⁹ z qꝛ angulus.a.d.b.fuit etiã rect⁹ erit.a.d.b.eq̃lis.a.d.b.ꝑ.3.petitione ꝑmi ps videlicet toti qḋ ẽ ipoſſibile.nõ ẽ ergo cẽtrũ dati circuli alicubi quã i pũcto.f.qḋ ẽ pꝛopoſitũ.





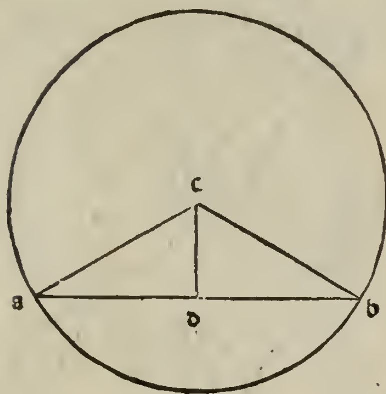
Propositio .2.

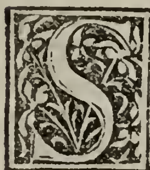


Si per circuli circũferentiam duobus punctis signatis.lineam rectam ductam ab altero ad alterum.circulum secare necesse est.

¶Sit vt in circũferentia circuli.a.b.cuius centruz sit.c.signata sint duo puncta que sunt.a.z.b.dico q linea recta coniũgens vnũ cum cum altero secabit circulum.Alioquin cadet extra circulum:sitqz.a.c.b.linea recta si possibile est:producã lineas.c.a.z.c.b.erũtqz per.5.primi:angulus.c.a.b.z.c.b.a.equales:protrabam itẽ lineã.c.e.que secet circũferentiam in puncto.d. eritqz per. 16.primi:angulus.a.e.c.maior angulo.c.b.e.quare maior angulo.c.a.c. quare per. 18.eiusdem latus.a.c.maius latere.c.e.z quia.c.d.est equalis.c.a.erit.c.d maior.c.e.pars toto quod est impossibile:quia ergo linea coniungens duo pũcta a.b.non transibit extra circulum secabit ipsum quod est propositum.

Propositio .3.

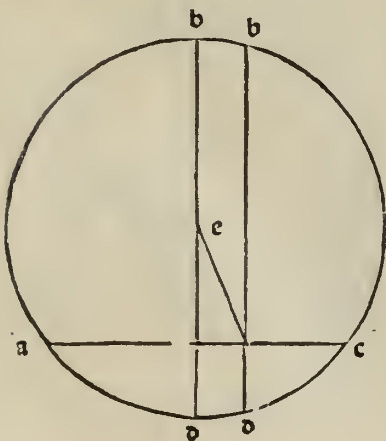




Si lineam intra circulum preter centrum collocatam. alia a centro veniens per equa secet.orthogonaliter sup eam insistere.z si in eam orthogonaliter steterit. eam p equalia diuidere necesse est.

¶Sit vt lineam.a.b.collocatã intra circulum.a.b.cuius centrum sit c.linea.c.d.veniẽs a cẽtro diuidat p eq̃lia: dico q diuidit eam orthogonaliter.z e conuerso videlicet si diuidit eam orthogonaliter diuidit eam per equalia:producã lineas.c.a.z.c.b.z ponã primo q diuidat eã per eq̃lia: erũt ergo duo latera.c.d. z.d.a.trianguli.c.d.a.equalia duobus lateribus.c.d.z.d.b.trianguli.c.d.b.z basis.c.a.basi.c.b.ergo per.8.primi:angulus.d.vnius est equalis angulo.d.alterius quare vterqz rectus:quare.c.d.est perpendicularis super.a.b.qd est propositum.
¶Ponam iterum q.c.d.sit perpendicularis super.a.b.z ostendam q ipsa diuidit.a.b.per equalia erit enim ꝓpter banc positionẽ vterqz angulorum qui sunt ad.d rectus quare vnus equalis alteri. At qr p.5.primi angulus.c.a.d.est equalis angulo.c.b.d.z latus.c.a.eq̃le lateri.c.b.per.26.primi:eiusdem erit linea.a.d.equalis linee.d.b.quod est propositum.

Propositio .4.





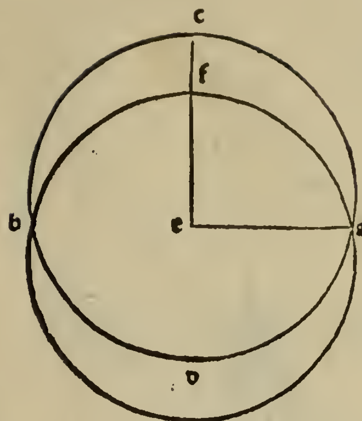
Si intra circulum due linee se inuicem secent. z super centrũ non transeant.nõ per equalia eas secari necesse est.

¶Sit vt in circulo.a.b.c.d.cuius centrũ sit.e.due linee.a.c.z.b.d.secent se in pũcto.f.z vtraqz earum vel altera non trãseat per centrum.dico q ipse nõ diuidunt sese p equalia:ita q vtraqz p equalia diuidatur ab altera.¶Qd si fuerit boc possibile:ponatur z sic primo vt neutra trãseat p centrum a centro.e.producã lineã.e.f.eritqz p primã premisse vnusquisqz.4.angulorum qui sunt.a.f.e.e.f.c.b.f.c.z.e.f.d.rectus qd ẽ impossibile:sic eni rectus esset minor recto.
¶Sit igitur vt altera eorum trãseat p centrum z altera nõ:sitqz.b.d.trãsiens per centrum adbuc dico q nõ diuidunt sese per equalia:qd si sic.tunc p primã ptẽ premisse:cũ b.d.ducta a centro diuidat.a.c.per equalia diuidat eã orthogonaliter. quare etiã a.c.diuidet.b.d.orthogonaliter:z qr diuidit.a.c.ipsã.b.d.p eq̃lia vt ponit aduersarius:ipsa transibit per centrum per corelarium prime buius:quare ambe transeunt per centrum quod est contra ypothesim.

Propositio .5.



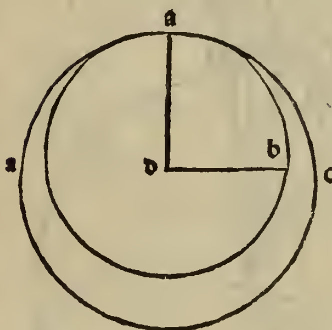
Irculorum se inuicem secantium centra diuersa esse.
¶ Sint duo circuli.a.c.b.a.d.b.secantes se super duo puncta.a.et.b Dico quod eorum sunt diuersa centra. ¶ Si enim haberent idem centrum ipsum erit per diffinitionem in portione vtrique circulo communi: sitque illud e.et ducantur linee.e.a.et.e.f.c.eruntque per diffinitionem due linee.e.a.et e.f.equales. ¶ Itemque per diffinitionem due linee.e.a.et.e.c.equales: quare.e.f. est equalis.e.c.cum vtraque earum sit equalis.e.a.pars videlicet toti quod est impossibile.



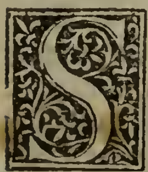
Propositio .6.



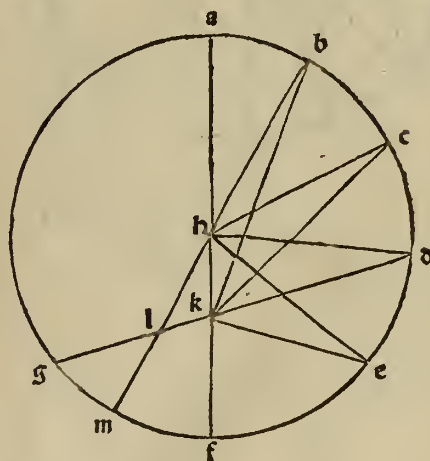
Irculorum se se contingentium non idem centrum esse necesse est.
¶ Sint duo circuli.a.b.et.a.c.contingentes se in puncto.a. Dico quod eorum sunt diuersa centra. Si enim habuerint idem centrum erit per diffinitionem inter minorem eorum cum minor positus fuerit itra maiorem: sitque ipsum.d.et ducantur linee.d.a.et.d.b.c.eritque per diffinionem vtraque duarum linearum.d.b.et.d.c.equalis.a.d.quod est impossibile. ¶ De circulis autem se contingentibus extra quorum scilicet vnus est extra alterum: manifestum est per diffinitionem centri quod ipsi non habent idem centrum.



Propositio .7.



I in diametro circuli punctus preter centrum signetur: et ab eo ad circumferentiam linee plurime ducantur: que super centrum transierit omnium erit longissima. que vero dyametrum perficiet omnium erit breuissima. que autem centro proxime ceteris longiores. ¶ Quanto vero a centro remotiores tanto breuiores esse conueniet. ¶ Duas quoque equidistantes linee breuissime collaterales equales esse necesse est.
¶ Sit vt in diametro.a.f.circuli.a.b.c.cuius centrum sit.h.sit signatus punctus k.preter centrum a quo ducantur plurime linee que sunt.k.a.k.b.k.c.k.d.k.e.k.f.k.g.ad circumferentiam: et transeat.a.k.per centrum.h.et.k.f.sit complementum dyametri: sitque vt.k.e.et.k.g.equidistent a.k.f.hoc est dicere vt angulus.e.k.f.sit equalis angulo.f.k.g.dico quod.k.a.est omnium longissima: et.k.f.omnium breuissima: alie vero tanto longiores quanto centro propinquiores: vt.k.b.est longior. k.c.et k.c.est longior. k.d.et.k.d.longior. k.c.et. k. e.et.k.g. sunt equales: quia enim in triangulo.h.k.b.duo latera.b.h.et.h.k.per.20.primi: sunt maiora latere.b. k .et ipsa sunt equalia linee.a.k.erit.a.k.maior b.k.et eadem ratione maior omnibus alijs et hoc est primum. ¶ Itemque quia in triangulo.c.h.k.duo latera .h.k.et. k. e.per eandem sunt maiora latere.h.e. quod est equale linee .h.f. ipsa erunt maiora linea.h.f. ergo dempta communi linea que est.h.k. remanebit .k.e.maior k.f.eadem ratione quelibet aliarum erit maior ipsa et hoc est secundum. ¶ Itemque quia duo latera.b.h.et.h.k.trianguli .b.h.k.sunt equalia duobus lateribus .c.h.et.h.k



trianguli.c.b.k.⁊ angulus.b.h.k.e maioꝛ angulo.c.b.k. erit p.24.pꝛimi basis .h.
k.maioꝛ basi.k.c.eadē rōne.k.c.maioꝛ erit.k.d.⁊.k.d.maioꝛ.k.c. ⁊ hoc ē tertium
¶Qđ si due linee.k.g.⁊.k.e.nō sunt equales erit altera maioꝛ:sitq₃.k.g. de q̄ su/
mam.k.l.equalem.k.c.⁊ pꝛoducā.b.l.quousq₃ secet circūferentiam in puncto.m.
⁊ qꝛ per ypothesim angulus.g.k.f.ē equalis angulo.f.k.e.erit per.13.pꝛimi:angu
lus.l.k.b.equalis angulo.c.k.b.⁊ duo latera.l.k.⁊.k.b.trianguli.l.k.b. sūt equa
lia duobus laterib⁹.c.k.⁊.k.b.trianguli.c.k.b.ergo p.4.pꝛimi basis.b.l. est equa
lis basi.b.e.⁊ qꝛ.b.m.est equalis.b.e.erit.b.m.equalis.b.l.qđ ē impossibile.sunt
ergo due linee.k.g.⁊.k.e.equales qđ est nostrū pꝛopositum.quartum

Pꝛopositio .8.


SI extra circulum puncto signato ab eo ad circumferenti/
am linee plurime ducantur circulum secando.que super
centrum transierit omnium erit longissima. ¶Centro au
tem pꝛopinquioꝛes ceteris remotioꝛibus lōgioꝛes. ¶Li
nee vero partiales ad circūferentias extrinsecus applica
te:ea quidem que diametro in directum adiacet omnium est minima.
eiq₃ pꝛopinquioꝛes remotioꝛibus bꝛeuioꝛes.¶Due vero que linee
bꝛeuissime vtrūq₃ eque pꝛopinquāt equales sunt.

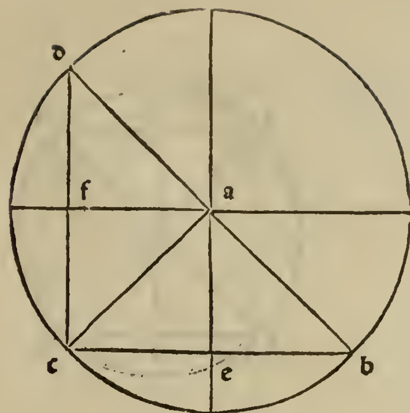
¶Sit vt in puncto.a.assignato extra circulū.b.c.d.cuius centrum sit.n. ducātur
plurime linee ad circūferentiam secando circulum que sint.a.k.n.b.a.b.c.a.g.d.
⁊.a.f.e.Dico ꝙ.a.b.transiens per centrum omniū erit longissima.⁊ ꝙ.a.c.ē ma/
ioꝛ.a.d.⁊.a.d.maioꝛ.a.c.⁊ ꝙ.a.k.ē omniū bꝛeuissima extrinsecaꝝ: ⁊ ꝙ.a.h. est
minoꝛ.a.g.⁊.a.g.minoꝛ.a.f.⁊ dico ꝙ si ducatur.a.l.ita ꝙ ipsa ⁊. a.h. equalit̄ di/
stent ab.a.k.hoc est ꝙ angulus.k.a.h.sit equalis angulo.l.a.k.ipse erūt equales
¶Pꝛoducā eni a cētro.n.lineas.n.c.n.d.n.e.n.f.n.g.⁊ n.h.erūtq₃ per.20.pꝛimi
duo latera.a.n.⁊.n.c.trianguli.a.n.c.maioꝛa.a.c.⁊ qꝛ ipsa sunt equalia linee.a.b
erit.a.b.maioꝛ.a.c.eadē ratione erit maioꝛ omnibus alijs qđ est pꝛimum.⁊ quia
duo latera.a.n.⁊.n.c.trianguli.a.n.c.sunt equalia duobus lateribus.a.n.⁊.n.d.
trianguli.a.n.d.⁊ angulus.a.n.c.est maioꝛ angulo.a.n. d. erit per.24.pꝛimi:ba/
sis.a.c.maioꝛ basi.a.d.⁊ eadē rōne erit.a.d.maioꝛ.a.e.qđ est scđm.¶Itēq₃ quia
in triāgulo.a.n.h.duo latera.a.h.⁊.n.h.sunt maioꝛa.a.n.per.20.pꝛimi.⁊.h.n. ē
equalis.n.k.erit per cōmunē sciam.a.h.maioꝛ.a.k.eadem rōne quelibet extrinse/
cus applicataꝝ maioꝛ erit.a.k.qđ est tertiū. ¶Item quia per.21.pꝛimi:due linee
a.h.⁊.h.n.sunt minoꝛes duabus lineis.a.g.⁊.g.n.⁊.h.n.est equalis.g.n.erit per
communem scientiam.a.g.maioꝛ.a.h.eadem rōne erit.a.f.maioꝛ.a.g.qđ ē quar/
tum.¶Qđ si.a.l.non sit equalis.a.h.cum ipse sint equaliter distātes ab.a.k .erit
altera maioꝛ:sitq₃.a.l.ponam ergo.a.m.equalem.a.h.⁊ pꝛoducam.n.o.m. quia
ergo duo latera.m.a.⁊.a.n.trianguli.m.a.n.sunt equalia duobus laterib⁹. h.a.⁊
a.n.trianguli.h.a.n.⁊ angulus.m.a.n.est equalis angulo.h.a. n.erit per.4.pꝛi/
mi:basis.m.n.equalis basi.n.h.⁊ quia.m.o.est equalis.n.h.erit.n.o.equalis .n.
m. pars videlicet toti qđ est impossibile ⁊ hoc est quintū

Pꝛopositio .9.



I intra circulũ puncto signato. ab eo plures q̃ȝ due linee ducte ad circũferentiam fuerint equales. punctũ illud centrum circuli esse necesse est.

¶ Sit vt a puncto. a. signato intra circulũ. b. c. d. ducte sint. 3. linee. a b. a. c. a. d. ad circũferentiã quas pono ẽe equales dico punctum. a. esse centrũ circuli. Producã enim duas lineas. c. b. ⁊. d. c. ⁊ diuidã vtrãqȝ earum p eq̃lia. c. b. quidem in puncto. e. ⁊. d. c. in puncto. f. ⁊ producam. e. a. ⁊. f. a. quas applico circũferentie ex vtraqȝ parte. eritqȝ per. 8. primi vterqȝ angulorũ qui sunt. a. d. c. eq̃lis alteri. igit̃ p. 13. vterqȝ erit rect⁹. Sil'r quoqȝ p eãdẽ vterqȝ angulorum q̃ sũt. a d. f. rectus: ergo per correlariũ prime huius. quia. a. e. diuidit. c. b. per equalia ⁊ orthogonaliter ipsa transit per centrũ. similiter quoqȝ. a. f. transit per centrum. qua diuidit. d. c. per equalia ⁊ orthogonaliter. quare. a. ẽ centrũ qđ est propositum

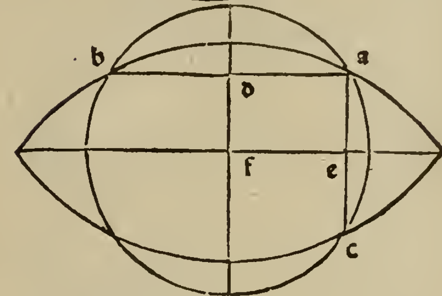


Propositio .10.

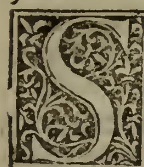


I circulus circulum secet. in duobus tantum locis secare necesse est.

¶ Sint si possibile est duo circuli secantes se in pluribus q̃ȝ in duobus locis super. 3. puncta. a. b. c. producam lineas. a. b. ⁊. a. c. quas diuidam per equalia in punctis. d. ⁊. e. ⁊ producam a puncto. e. lineam. e. f. per pendicularem super lineam. a. c. ⁊ a puncto. d. lineam. d. f. ppendicularem super lineam. a. b. ⁊ secent se due linee. e. f. et. d. f. i puncto. f. eritqȝ per correlarium prime huius punctuȝ. f. centrum circuli vtriusqȝ qđ est impossibile. per 5. huius.

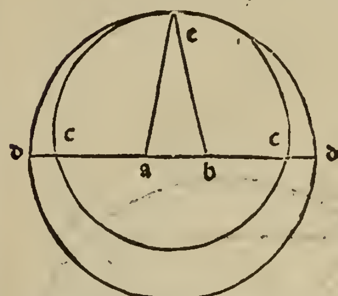


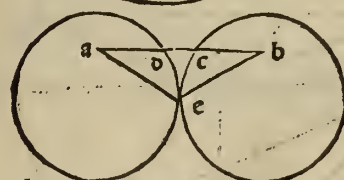
Propositio .11.



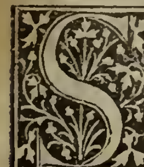
I circulus circulum contingat. lineaqȝ per centra eorum transeat. ad punctum contactus eam applicari necesse est.

¶ Si enim linea transiens per centra duorum circulorum. e. c. et. d. e sese contingentium intra vl' extra. nõ vadit ad locum contactus secet circũferentiam vtriusqȝ: sitqȝ. a. centrum circuli. e. d. et. b. centrũ circuli. e. c. et ducatur linea recta. a. b. c. d. secans circũferentiam vtriusqȝ: et ducantur linee a puncto. e. qui sit locus contactus ad centra que sint. e. a. e. b. eruntqȝ in cõtactu interiori. p. 20. pmi due linee. e. b. ⁊. b. a. longiores. e. a. q̃re longiores. a d. est enim. a. centrũ circuli. e. d. ⁊ qm̃. b. c. est equalis. e. b. qm̃. b. est centrum circuli. e. c. erit. c. a. longior. a. d. qđ est impossibile. ¶ In cõtactu vero exteriori erũt due linee. a. e. ⁊. e. b. longiores. a. b. quare. a. d. ⁊. c. b. maius erũt q̃ tota. a. b. qđ est falsum.



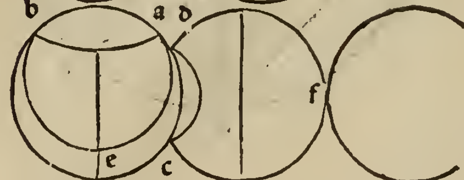


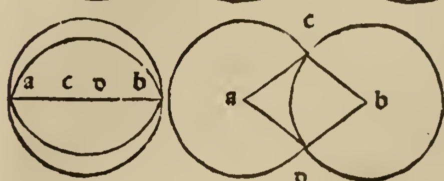
Propositio .12.

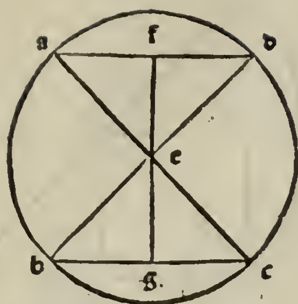


I circulus circulum contingat siue intrinsecus siue extrinsecus. in vno tantum loco contingere necesse est.

¶ Si eni fuerit possibile. vt circulus circulũ cõtingat in duob⁹ locis intra vl' extra cõtingat circulũ. a. b. c. d. circulus. a. b. e. interi⁹ i duobus pũctis. a. b. vel exteri⁹ circulus. c. d. f. i duob⁹ pũctis. c. d. Cũ ergo ducemus lineã rectã ab. a. ad. b. si ipsa cadat extra circulũ. a. b. e. interiorẽ accidet ɔtrariũ secũde hui⁹. Qđ si ipsa cadat intra ipsũ: cũ diuiserimus ipsã p equalia ⁊ eduxerim⁹ a pũcto diuisionis ppendicularẽ ad ipsã. fueritqȝ applicata circumferentie ex vtraqȝ pte ipsa trãsibit p centrũ amborum circulorum. quare accidet cõtrarium premisse. ¶ In circulo vero cõtingente exteri⁹ in pũctis. c. d. si ducam⁹ lineã rectã a puncto. c. ad punctũ. d. necesse est accidere ɔtrariũ de. h⁹. quare vtrũqȝ ipossibile







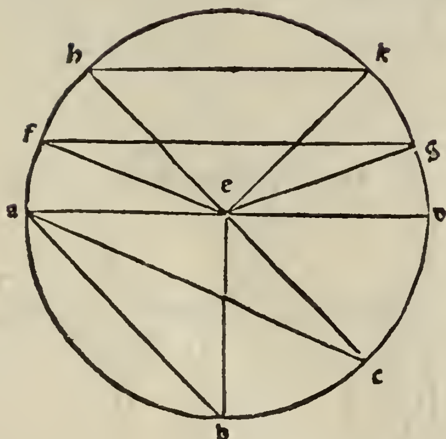
Propositio .13.



Recte linee in circulo si fuerint equales eas a centro equidistare. & si a centro equidistiterint equales esse necesse est.

¶Sit vt in circulo.a.b.c.d.cuius centrum sit.e.due linee.a.b.&.c.d sint equales.dico q ipse equidistant a centro & econuerso. Producantur enim a centro.e.linee.e.f.&.e.g.perpendiculares ad.a.d.&.b.c.eritq3 per.2. partem tertie hui⁹.a.d.diuisa per equalia.in.f.&.b.c.in.g.q2 ergo duo latera.e.d &.d.a.trianguli.e.d.a.sunt equalia duobus lateribus.e.c.&.c.b.trianguli.e.c.b. & basis.e.a.basi.e.b.erit per.8.primi angulus.d.equalis angulo.c.& q2 duo latera.e.d.&.d.f.trianguli.e.d.f.sunt equalia duobus lateribus.e.c.&.c.g.trianguli e.c.g.Nam.d.f.est equalis.c.g.eo q tota.a.d.posita est equalis.b.c.& angulus d.est equalis angulo.c.erit per.4.primi basis.e.f.equalis basi.e.g. & quia iste sūt ppēdiculares venientes ad eas a cētro patet p diffinitionē:siue.4.hui⁹ipsas eq̄liter distare a centro. ¶Aliter idem. Quadratū enim.e.d.per penultimam primi valet quadrata duarum linearum.e.f.&.f.d.& quadratum.e.c.quadrata duarū linearū que sunt.e.g.&.c.g.& quia quadratum.d.e.est equale quadrato.e.c.& quadratum d.f.quadrato.g.c.erit quadratū.e.f.equale quadrato.e.g.quare.e.f.est equale.e. g.sicq3 patet idem. Sit ergo.e.f.equalis.e.g.qd est eas equaliter distare a centro. dico tunc q .a.d.est equalis.b.c.d.e.quadratis eni duarum linearum.e.d.&.e.c. equalibus demptis quadratis duarum linearum. e.f.& .e.g. equalibus remanēt per penultimam primi quadrata duaru3 linearum.f.d.&.g. c.q̄ per cōmunē scientiam necesse est esse equalia:quare.f.d.est equalis.g.c.ergo duplum.f.d.qd est.a. d.est equale duplo.g.c.quod est.b.c.& hec est scda pars propositi.

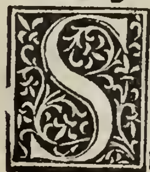
Propositio .14.





Si intra circulum plurime recte linee ceciderint diametrū eius omnium longissimam. eiq3 propinquiores remotioribus longiores esse necesse est.

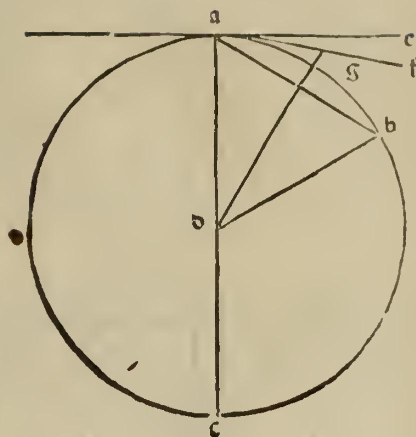
¶Sit vt in circulo.a.b.c.cuius centrum.e.cadant plurime linee que sint.a.b.a.c.a.d.f.g.h.k.sitq3.a.e.d.diameter.dico ipsam esse longissimam & alias tanto maiores quanto sunt ipsi propinquiores. ducantur enim a centro.e. linee ad extremitates omnium que sint.e.b.e.c.e.f.e.h.&.e.k.eruntq3 per.20.primi duo latera.e.f.&.e.g.trianguli.e. f.g.longiora.f.g.& quia ipsa sunt equalia.a.d.erit.a.d.maior.f.g.eadem ratione maior erit q̄.a.c.quia.a.c.&.e.c. sunt maiora.a.c.& equalia.a.d.ergo.a.d.maior est.a.c.sic quoq3 est maior.h.k. & maior etiā q̄.a.b. Qd autem.f.g.sit maior.h.k. &.a.c.a.b.patet.quia per.24. primi cum duo latera.f.e.&.e.g.trianguli.f.e.g.sint equalia duobus laterib⁹.h.e. &.e.k.trianguli.h.e.k.& angulus.f.e.g.maior angulo.h.e.k.erit basis.f.g.maior basi.h.k.Similiter quoq3 quia.a.e.&.e.c.sunt equalia.a.e.&.e.b.& angulus.a.e.c maior angulo.a.e.b.erit basis.a.c.maior basi.a.b.& sic est propositum.



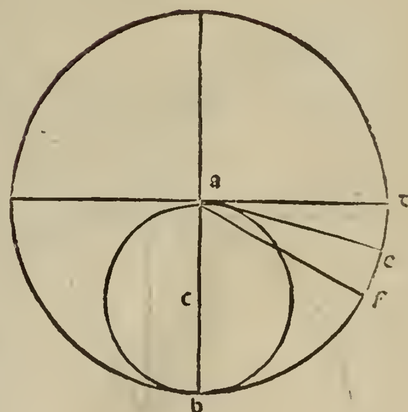
Propositio .15.

Si ab altero terminorū diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter linea recta ducatur:extra circulum eam cadere necesse est. ¶Atq3 inter illam & circulū aliā lineā rectā ca

pi impossibile est. ¶ Angulum autem ab illa & circūferentia contentū. omnium acutorum angulorum esse angustissimum. ¶ Angulum vero intrinsecum a diametro & circumferentia contentum omnium angulorum acutorum esse amplissimum necesse est. ¶ Unde etiam manifestū est omnem lineam rectam a termino diametri cuiuslibet circuli orthogonaliter ductam circulum ipsum contingere.



¶ Sit vt a termino a diametri.a.c.circuli.a.b.c.cuius cētrū.d.ducatur linea orthogonaliter:dico q ipsa cadit extra circulum.& q inter lineam illam & circūferentiā nulla alia recta linea itercipitur:& q angulus quē ipsa & circūferētia cōtinet ē minor omni angulo rectilineo qui videlicet a duabus rectis lineis continetur. & q angulus cōtentus a diametro & circumferentia est maior omni angulo rectilineo acuto. ¶ Si enim linea ducta. ab.a orthogonaliter super.a.c.lineam:potest cadere infra circulū.sit illa linea.a.b.& ducatur linea.d.b.eritq3 per.5.primi angulus.d.a.b.equalis angulo.d.b.a.& quia angulus.d.b.a.est rectus per ypothesim.habebit triangulus.a.b.d.duos angulos rectos quod est impossibile.p.32.primi: ¶ Cadet ergo extra sitq3.a.e.q si inter ipsam & circūferentiā pōt linea recta intercipi sit illa a.f.ad quā ducatur perpendicularis.d.g.& quia angulus.d.g.a.est rectus.erit p.18. primi linea.a.d.longior linea.d.g.quod est impossibile.quare inter ipsam & circūferentiā nulla linea recta intercipietur. ¶ Propter quod patet q angulus cōtentus.ab e.a.& circūferentia qui dicitur angulus contingentie ē minor omni angulo a duabus rectis lineis contento. Si enim aliquis rectilineus angulus esset angulo cōtingentie equalis.aut eo minor cum omnis talis possit per equalia diuidi secūdū doctrinā.9.primi inter lineā.a.e.& circūferentiam posset linea recta itercipi q monstrauimus esse nō posse.per quod patet angulum contentum a diametro & circūferentia omnium acutorum rectilineorum esse maiorem.quia non differt a recto nisi in angulo contingentie quem monstrauimus esse minorem omni rectilineo. ¶ Correlariū patet per primam partem. Cum enim linea.a.e.in vtrāq3 partem erecta non secet circulum & tangat ipsum in puncto.a.ipsa est contingens p diffinitionem. ¶ Ex hoc notandum q nō valet ista argumentatio. hoc transit a minori ad maius.& per omnia media.ergo per equale.nec ista contingit reperire maius hoc & minus eodem ergo cōtingit reperire equale.hoc autem sic patet. Sit circulus.a.b. super centrum.c.cuius diameter .a.c.b. & ducatur ab eius termino a.linea.a.d.orthogonaliter:eritq3 contingens circulum per correlarium huius. Describatur iterū sup pūctū.a.s[e]m quātitatē diametri.a.b.circulus.b.c.d.& imaginetur linea.a.b.moueri super punctum.a.per circumferentiam arcus.b.e.d.ita q punctum.b.numeret omnia puncta arcus.b.e.d.quousq3 perueniat ad lineam. a.d. & cooperiat ipsam.& quia angulus.b.a.d.est rectus: erit vt nō sit sumere aliquem angulum acutum cui equalē non fecerit linea.a.b.cum diametro .a.c.b. minoris circuli.quia transiuit ad angulum rectum dinumerans situm omnium angulorum acutorum quorum manifestum est quosdam esse minores angulo semicirculi contento a semicircumferentia . a.b . & diametro.a .c.b. & angulum rectum manifestum est esse maiorem eodem. Dico q nullus in transitu ab acutis minoribus ad recto maiorē intermedius fuit ei equalis. Si enī fuerit aliquis:sit vt illū fecerit linea .a.b. cum punctus. b.fuit in puncto .c. arcus .b. e. d. quia ergo angulus



c.a.b.eſt equalis angulo ſemicirculi p̄dicto:angulus aũt ſemicirculi ẽ ampliſſim⁹ omniũ acutoꝝ p vltimã partẽ huius:erit angulus.c.a.b.ampliſſim⁹ omniũ acutorũ:diuidatˀ ergo angulus.c.a.d.ſicut propoſuit.9.primi p equalia ducta linea.a.f. eritq̧ p cõceptionẽ angulus.f.a.b.ãplioꝛ angulo.c.a.b.quare erit aliq̃d ãpli⁹am/pliſſimo quod ẽ ipoſſibile.¶ Uel ſic cũ angulus c.a.b.ſit equalis angulo ſemicirculi ſicut ponitˀ.At angulus ſemicirculi cũ angulo cõtingẽtie ẽ equalis vni recto.Similiter quoq̧ angulus.c.a.b.cũ angulo.c.a.d.ẽ equalis vni recto:erit angul⁹.c.a.d.equalis angulo cõtingentie:⁊ q2 angulus cõtingentie ẽ anguſtiſſimus omnium acutoꝝ per.5.ptem huius:erit ſimiliter angulus.c.a.d.ſibi equalis anguſtiſſimus omniũ acutoꝝ.ſed angul⁹.c.a.f.ẽ eo anguſtioꝛ p cõceptionẽ:erit ergo aliquid an/guſtius anguſtiſſimo quod ẽ impoſſibile:¶ Non ergo erit angulus rectiline⁹ equalis angulo ſemicirculi ⁊ q2 trãſitur a minoꝛi ad maius ⁊ non p equale. Itẽ q2 eſt reperire minoꝛẽ eo ⁊ maioꝛẽ :patet inſtantia cõtra vtrãq̧ argumẽtationẽ p̄dictam Unde per interemptionem ad illud eſt reſpondendum.

POſſet pꝛobari quod angulus contingentie eſt diuiſibilis ſcðm lineã rectã vt cõſtat per figurationẽ hic a latere poſitam.Certum ẽ ꝙ angulus qui cauſatˀ ex cõtactu duoꝝ circuloꝝ vel ſpaꝝ ẽ angulus contingentie ⁊ talis diuidatˀ per lineã.e.g: q2 hic habetˀ triangulus. h.g.k.cuius baſis.h.k.diuidatur per equalia in puncto.e.⁊ pꝛotrahatˀ verſus.g.contactum ⁊ arguitur per.4.pꝛimi. deinde p.26. huius ⁊ patet ꝓpoſitum.

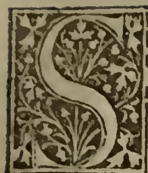
Pꝛopoſitio .16.

A Dato puncto ad datum circulũ lineã cõtingentẽ ducere.
¶ Sit circulus datus.a.b.cui⁹centꝝ.c.punctuſq̧ datur.d.volo ergo a puncto.d.ducere lineã ꝯtingentẽ circulũ.a.b.ꝓduco lineã.d.c.ſecanteq̧ circũferentiã circuli.a.b.in puncto.a.ſup quã deſcribo circulum.d.e.ſecũdũ quãtitatẽ linee.d.c.concẽtricũ circulo.a.b.⁊ a pũcto a.pꝛoduco lineam.a.e.ꝑpendicularẽq̧ ad lineã.d.c.que ſecet circũferentiã circuli.d e.in puncto:e. ⁊ ꝓduco lineã.e.c.ſecantẽ circũferẽtiã circuli.a.b.in puncto.b. deinde pꝛoduco lineã.d.b.que erit cõtingens circulum.a.b.q2 enĩ duo latera.a.c. et c.e.trianguli.a.c.e.ſunt equalia duobus laterib⁹.b.c.⁊.c.d.trianguli.b.c.d.⁊ angulus.c.ẽ cõis vtriq̧ erit p.4.pꝛimi angulus.c.a.e.equalis angulo .d.b.c. angulus autem.e.a.c.eſt rectus quare angulus.d.b.c.eſt rectus:p coꝛrelarium ergo pꝛecedentis erit linea.d.b.contingens circulum.a.b .quod eſt pꝛopoſitum.

Pꝛopoſitio .17.

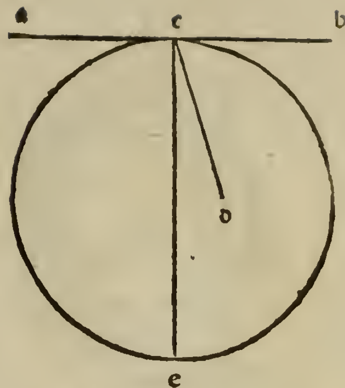
SI circulum linea recta contingat a contactu vero ad centrum linea recta ducatur.neceſſe eſt eam ſuper lineã contingentem eſſe perpendicularem.
¶ Sit linea.a.b.contingens circulum.c.e.cuius cẽtrũ ſit.d.in puncto.c.qui iungatur cũ centro per lineam.c.d. dico hanc eſſe perpendicularem ſuper lineam contingentem.Si enim non eſt perpendicularis ad ipſã. ſit ergo.d.f.perpendicularis ad eandem que ſecet circũferentiam circuli i puncto e.eritq̧ vterq̧ anguloꝛum qui ſunt.ad.f.rectus igitur per.18. pꝛimi linea. c.d.eſt maioꝛ linea.d.f.quod eſt impoſſibile:Conſtat itaq̧.d.c.eſſe perpendicularem ſuper.a.b.quod eſt pꝛopoſitum.

Propositio .18.



I circulū linea recta cōtingat: a cōtactu in circulū linea quedā orthoganaliter ducat̄. i eadē cētrū cē necesse ē.

Sit vt prius linea.a.b.contingens circulum.c.e.in puncto.c. a contactu ducat̄ intra circulū.c.e.linea perpendicularis ad lineam.a. b.dico q̄ centrum circuli est in linea.c.e. est cōuersa prioris. Si eni non fuerit centrū in linea.c.e.sit alibi vbicunq3 cōtingat.sitq3.d. pducat̄ linea.d c.eritq3.d.c.per premissam perpendicularis ad lineā.a.b.qd̄ est impossibile cū.e. c.posita sit perpendicularis ad ipsam:quare patet propositum.

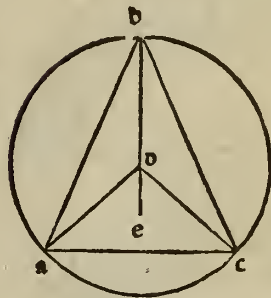


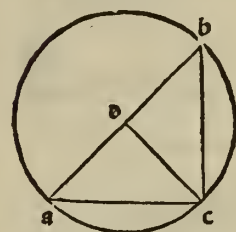
Propositio. 19.

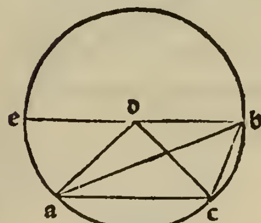


I intra circulum angulus supra centrū consistat: alius vero angulus supra circūferētiā cōsistēs eādē basim habeat inferior superiori duplus erit.

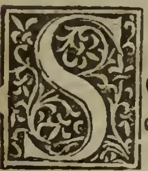
Sit vt in circulo.a.b.c. cuius centrū.d .fiat angulus. a.d.c.super centrū angulus.a.b.c.sup circūferentiā.sitq3 vtriusq3 anguli eadē basis q̄ sit arcus.a.c.dico angulū.a.d.c.duplū esse ad angulū.a.b.c. Qd̄ sic probatur. Aut eni due linee.a.b. b.c.icludūt duas lineas.a.d. d.c.aut altera earū sit linea vna cū altera reliquarū.aut etiā altera primarum secat alterā postremarū Sit ergo primo vt includant eos vt in prima figuratione apparet. producatur linea.b.d.e.eritq3 per.32.primi:angulus.a.d.c.extrinsecus equalis duob⁹ intrinsecis qui sunt.b.a.d. a.b.d.anguli quia ipsi sunt equales per.5.eiusdē erit angulus.a.d.e.duplus ad angulū.a.b.d.similiter quoq3 erit angulus.e.d.c. duplus ad angulū:d.b.c.quare totus angulus.a.d.c.duplus ē ad totū angulū. a.b.c.qd̄ est propositum. Qd̄ si altera duarū linearum.a.b. b.c.fiat linea vna cū altera duarū linearū q̄ sunt.a.d. d.c.vt in secūda figuratione apparet.per easdē p quas prius: simili mō liquet propositum. Qd̄ si altera duarum primarū secet alteram duarum postremarum.vt in.3.figuratione apparet.vbi linea.a.b.secat lineā.d.c. producatur linea.b.d.e.eritq3 per easde3 quas prius assumpsimus simili modo angulus.e.d.a.duplus ad angulū.d.b.a. totus angulus.e.d.c.duplus ad totū angulū.d.b.c.quare angulus.d.b.c.dupl⁹ ē ad angulū.a.b.c. qd̄ est propositum.





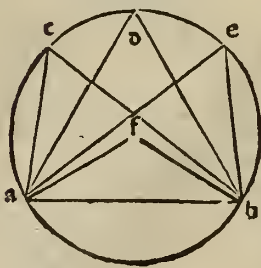


Propositio .20



I in vna circuli portione anguli super arcum consistant angulos quoslibet esse equales necesse est.

Sit vt in portione.a.d.b.circuli.a.d.b.cuius centrum.f.cōsistant quoslibet anguli super arcum.a.d.b.qui sūt.c.d.e.dico eos cē equales.protrahatur eni corda.a.b. ab eius extremitatibus :ducantur in centrum linee.a.f. b.f.eritq3 per premissam angulus.f. cousistens super centrū ad vnūquēq3 eorum.duplus:quare ipsi sunt equales:qd̄ est propositum.



Propositio .21.

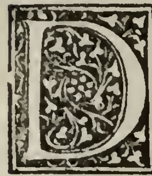


I intra circulum quadrilaterū describat̄. quoslibet eius duos angulos ex aduerso collocatos duobus rectis angulis equos esse necesse est.

Sit quadrilaterū.a.b.c.d.inscriptū circulo.a. b.c.d. dico quosq3 duos ei⁹ angulos ex aduerso collocatos cē eq̄les duob⁹ rectis. ptrahant̄ eni in q̄drilatero diametri.a.c.b.d.eritq3 p premissā angulus. c.b.d. eq̄lis

angulo.c.a.d.⁊ angulus.a.b.d.angulo.a.c.d.quare totus.a.b.d.erit eq̄lis duo/
bus angulis qui sunt.a.c.d.⁊.c.a.d.⁊ quia ipsi cum angulo.a.d.c. sunt eq̄les duo
bus rectis.per.32.primi: erunt duo anguli.b.totalis.⁊.d.totalis equales duob⁹
rectis quod est propositum.Similiter quoq; probabitur angulos. a.⁊.c. totales
esse equales duobus rectis.

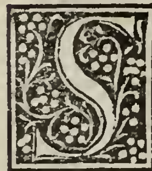
Propositio .22



Duas circuli similes portiones inequales.super vnam re/
ctam lineam assignatā.ex eadē parte cadere impossibile ē

¶Sit linea recta assignata.a.b.sup quā fiat portio circuli.a.c.b.di/
co q sup eandem lineā ex parte eadem non fiet alia portio que sit si
milis huic.⁊ ea maior aut minor.¶Qd̄ si fuerit hoc possibile fiat er
go portio.a.d.b.maior ea que tamen sit similis ei.fiat ergo angulus.a.c. b.ī por
tione minori.⁊ angulus.a.d.b.in maiori.erit ergo vt linee.a.d.⁊ .d.b. includant
lineas.a.c.⁊.c.b.vt pʒ ī figuratiōe prima.Aut vt altera primarum fiat eadem cum
altera postremaꝝ.vt in scd̄a.aut vt altera secet alteram vt in tertia.¶Qd̄ si fuerit
primo mō erit per.21. primi: āgulus.c.maior angulo.d.nō ergo sūt portiones si/
miles per diffinitionē. Qd̄ si scd̄o modo erit ad huc angulus.c.maior angulo.d.
per. 16.eiusdem.nec sic igiť erūt portiones similes.Si aūt tertio modo sit ut linea
a.d.secet lineam..c.b.⁊ secet circūferentiam portionis minoris in puncto.e.⁊ du/
cať linea.e.b.eritq; p eadē.16.primi:angulus.a.e.b.ꝯsistēs ī portiōe.a.c.b.maior
āgulo.d.sʒ.e.ē eq̄lis.c.p.20.h⁹ q̄re.c.ē maior.d.q̄re nullo mō sil'es. ¶Sil'r quoq;
mō ꝓbabis q sup lineā. a.b.nō fiet portio sil'is portioni.a.c.b.minor.c.a.posito.c
in loco.d.⁊.d.in loco. c.in figurationibus predictis.erit eni per premissas scʒ per
21.⁊.16.primi:⁊ premisso modo angulus.d.omniū figurationū maior angulo.c.
quare portiones nō erūt similes.¶Et nota q licet proponatur super lineam vnaʒ
nō posse fieri portiones similes inequales ex eadem parte.verum est tamē q nec
ex diuersis qd̄ licet probare minori que est ex vna parte supposita maiori que ē ex
alia.necesse eni.erit per cōmunem sciam ipsam a maiori excedi. non ergo sunt si/
miles per hanc.22.

Propositio .23.



Si circulorum similes portiones super lineas equas fue/
rint.ipsas portiones equales esse necesse est.

¶Sint due linee.a.b.⁊.c.d.equales super quas sint due portiones
circulorum.a.e.b.c.f.d.que sunt similes.dico q ipse sunt equales.
si enim non sunt equales altera earum supposita alteri excedet ma/
ior minorem. sed linea .a.b.non excedet lineam.c.d.nec excedetur ab ea: cum sint
equales.quare accidit contrariuʒ p̄misse qd̄ ē impossibile.erūt eni.a.b.⁊.c.d.linea
vna.

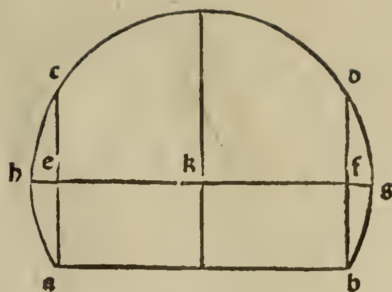
Propositio .24.

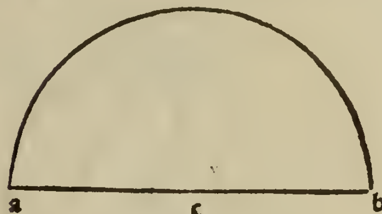


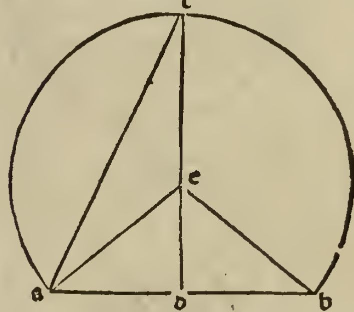
Dati semicirculi.siue semicirculo maioris minoris ue porti
onis circulum perf.cere.

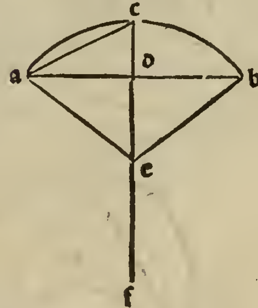
¶Intentum per hanc cōclusionē est ex omni arcu dato siue ex omni
circuli portione data perficere circulum. Sit ergo.a.b. quilibet arc⁹

ex quo volo perficere circulum protrabam in eo duas lineas qualitercunq; cōtin gat que sint.a.c.⁊.b.d.quas diuidam per equalia.a.c.quidā i puncto.e.⁊.b.d.in puncto.f.⁊ protrabam.e.g.perpendicularem ad.a.c.⁊.f.b.perpendicularem ad b.d.que secent se in puncto.k.eritq; per corel'.prime huius centrū circuli in vtraq; linearum.e.g.⁊.f.b.quare centrum est punctū.k.Si autem.e.g.non secet.f.b. sed sint linea vna.quēadmodū erit si due linee.a.c.⁊.b.d.sint equidistantes tunc ipsa applicabit' circūferētie dati arc⁹.ex vtraq; pte ipsa igit' diuisa p mediū i pūcto k.erit ibi centrū circuli per idem corel'.Equidistantes autem non erūt.e.g.⁊.f.b. quia cum in vtraq; sit centrum circuli per dictum corel'.essent eiusdem circuli duo centra.Sic potest de omni arcu siue de omni portione cōmuniter demōstrari qualiter inde circulus perficiatur.¶Quia tamen auctor videt' banc cōclusionē variare fm diuersas species arcuū omniū portionū enumerādo species:demōstrabim⁹ diuisim per species qualiter ex omni portione data circulus perficiatur. Sit ergo primū.a.b.portio data semicirculus.eritq; per diffinitionē semicirculi.linea.a.b. diametri.ea igitur diuisa per medium in puncto.c.erit.c.centrū circuli.¶Sit rursus portio.a.c.b.semicirculo maior cuius corda sit.a.b.quā diuido per equalia in puncto.d.a quo duco.d.c.perpendicularem ad ipsam que transibit per centrum per corel'.prime huius:⁊ protrabo lineam.a.c.⁊ quia linea.a.b.est minor diametro cum sit.a.c.b.portio maior semicirculo:erit.a.d. minor semidiametro.sed.d.c est maior semidiametro. ergo.d.c.est maior q̄3.a.d.ergo per.19.primi: angulus c.a.d.est maior angulo.a.c.d.fiat itaq; per.23.primi:angulus.c.a.e equalis angulo.a.c.d.producta linea.a.e.que secet lineam.c.d.in puncto.e.eritq; p sextā primi.linea.a.e.equalis linee.e.c.producat' igitur linea.e.b.eritq; per.4.primi linea e.b.equalis linee.a.e.quare tres linee.e.a.e.b.e.c.sunt equales ergo per.9.huius e.est centrum circuli.¶Sit iterum.a.c.b.portio minor semicirculo.cuius corda sit a.b.quā diuido per equalia in puncto.d.a quo produco lineam.c.d.e.perpendicularem ad lineā.a.b.que secet circūferentiam in puncto.c. bāc manifestū est transire per centrum per corelarium prime huius.produco iterū lineam.a.c:eritq; angulus.a.c.d.maior angulo.c.a.d.si est equalis erit portio.a.c.b.semicirculus.⁊ si minor erit maior semicirculo:positū est autē q̄ sit minor.produco igitur lineā.a. e.que cum linea.a.c.faciat angulū equalem angulo.c.⁊ secet lineam.c.f.in puncto e.⁊ manifestū ē q̄ punctum.e.cadat extra datam portionē.⁊ produco lineam.e.b ⁊ quia angulus.a.totalis est equalis angulo.c.erit per.6.primi linea.e.a.equalis linee.e.c.⁊ quia per quartā primi linea.e.b.est equalis linee. e.a. erit per.9. huius punctū.e.centrum circuli quare patet propositum fm omnes species portionum circuli.







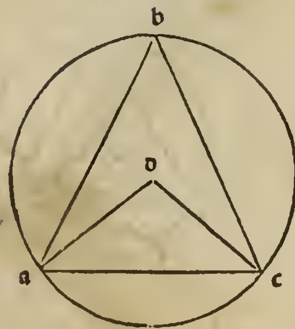


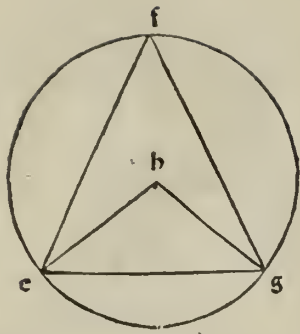
Propositio 25.



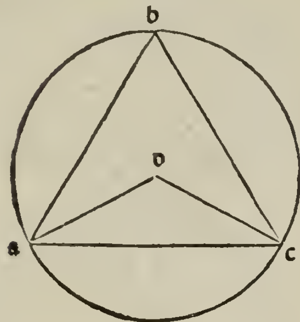
I in equis circulis seu super centra.seu sup circūferētias equales anguli consistant.super equos arcus eos cadere necesse est.

¶Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrū.d.⁊.e.f.g.cuius centrū.b.⁊ fiāt supra cētra eo⁊ duo anguli.a.d.c.⁊.e.b.g. qui ponant' equales.dico duas arcus.a.b.c.⁊.e.f.g.esse equales.protrabantur due linee.a.c. ⁊.e.g.⁊ fiant duo anguli in circūferentiis ipsorū consistentes supra predictos arcus qui sint angulus.a.b.c.⁊ angulus.e.f.g.quia ergo circuli sunt equales. erunt





per diffinitionē equalium circulorum semidiametri equales: ꝛ quia duo anguli.d ꝛ.h.sunt equales erit per.4.primi:linea .a.c.equalis linee.e.g.ꝛ per.19.huius erit angulus.b.equalis angulo.f.cum.d.angulus sit equalis angulo.h.ergo per diffi/ nitionem similium portionum due portiones.a.b.c.ꝛ.e.f.g.sunt similes: ꝛ q: ipse sunt sup lineas:a.c.ꝛ.e.g.equales ipse erunt equales per.23. huius: quare arcꝰ.a b.c.ꝛ.e.f.g.sunt equales.Qđ si anguli.b.ꝛ.f.qui sunt in circūferentia ponantur equales erunt per diffinitionē portiones similes ꝛ anguli.d.ꝛ.h .equales p.19. hu ius : ꝛ quia circuli sunt equales per positionem erunt per .4. primi: due linee.a.c. ꝛ.e.g.equales quare ut prius portiones equales per.23.huius cum sint similes ꝛ super equales lineas.igitur ꝛ arcus equales :quod est propositum.

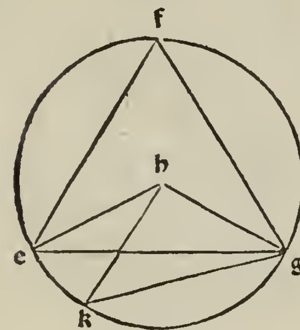


Propositio .26.



Si in equis circulis equi sumātur arcus.infra illos forma/ tos angulos. qui supra centra eoꝝ seu supra circumferē / tias cōstituātur equos esse necesse est.

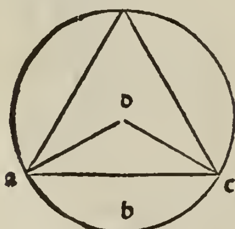
¶Sint vt prius duo circuli.a.b.c.cuius centrū.d.ꝛ.e.f.g.cuiꝰcentrū h.sintq; duo arcus.a.b.c.ꝛ.e.f.g.equales fiantq; super ipsos arcus duo anguli in centro qui sint .d.ꝛ. h.ductis.a.d.c.d.e.h.g .h. Itemq; super eos/ dem arcus fiant duo alii anguli in circumferentia qui sint.b.ꝛ.f.ductis lineis.a.b c.b.e.f.ꝛ.g.f.dico duos angulos d.ꝛ.h.adinuicē eē eq̄les Itēq; duos.b.ꝛ.f.adin uicem esse equales ꝛ est hec conuersa prioris.si enim non sunt.d.ꝛ. h.anguli ad in uicem equales:sit ergo.h.maior a quo abscindatur angulus.k.h.g.qui sit equalis angulo.d.eritq; per premissam arcus.k.e.f.g.equalis arcui.a.b.c. sed duo arcus a.b.c.ꝛ.e.f.g.positi sunt equales:accidet ergo partē esse equalem toti: quod ē im/ possibile:quare anguli.d.ꝛ.h.totales sunt equales. ¶Simili quoq; modo proba bis angulos.b.ꝛ.f.esse equales.vel si maius probato ꝙ anguli.d.ꝛ.h.sint equa/ les.sequitur.b.ꝛ.f.esse equales per.19.huius ꝛ econuerso.



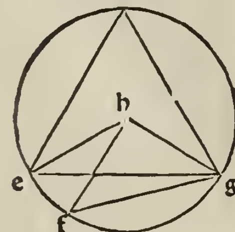
Propositio .27.

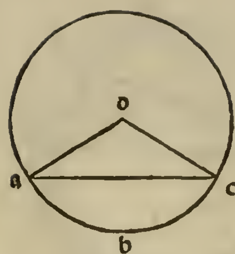


Si in circulis equalibus eque linee arcus resecent. arcus quoq; equos esse.si autē linee īequales fuerint arcꝰ quo q; inequales.ꝛ a maiore linea maiorem arcum:a minore vero minorem abscindi necessariū est.



¶Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centꝝ.d.ꝛ.e.f.g.cuiꝰ cētruꝫ h.sitq; corda.a.c.eq̄lis corde.e.g.dico duos arcus.a.b.c.ꝛ.e.f.g.quos p̄dicte cor de ex predictis circulis resecant esse equales.Qđ si corda.e.g.ponat̄ maior corda a.c.dico arcū.e.f.g.esse maiorē arcu.a.b.c.Primū quidem sic probat̄ ducantur a centris linee ad extremitates cordaꝝ que sint.d.a.d.c.h.e.h.g.ꝛ quia circuli posi ti sunt fore eq̄les.erūt hee semidiametri equales.ꝛ q: linea. a.c. posita est equalis linee.e.g.erit per.8.primi:angulus.d.equalis angulo.h.totali: quare per.25.huiꝰ erit arcus.a.b.c.equalis arcui.e.f.g.sicq; patet primum. scđm sic. sit.e.g. maior a.c.eritq; per.25.primi angulus.h.maior angulo.d.fiat ergo angulus.f.h.g.eq̄/ lis angulo.d.eritq; per.25.huius arcus.f.g.equalis arcui.a.b.c.quare arcus. e.f. g.est maior arcu.a.b.c.quod est scđm. ꝓpositū.



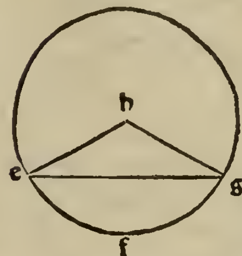


Propositio .28.



Irculorum equalium equos arcus equas cordas habere necesse est.

¶ Sint duo circuli equales.a.b.c.cuius centrum.d.&.e.f.g .cuius centrum.h.sitque arcus.a.b.c.equalis arcui. e.f.g. dico quod corda.a. c.est equalis corde.e.g.& est hec conuersa prime partis premisse.¶ Ducantur linee.d.a.d.c.h.e.h.g.eruntque per.26.huius anguli.d.&.h.equales:quare per quartam primi:erit.a.c.equalis.e.g.quod est propositum. Quecunque autem probate sunt passiones de diuersis circulis equalibus intellige multo fortius veras esse de eodem.

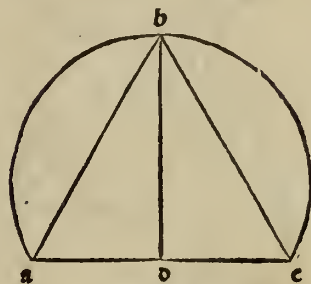


Propositio .29.



Atum arcum per equalia diuidere.

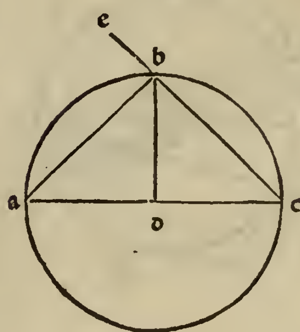
¶ Sit datus arcus.a.b.c.cui subtendatur corda.a.c.que diuidatur per equalia in puncto.d.a quo ducatur perpendicularis ad ipsam que sit d.b.secans circumferentiam dati arcus in puncto.b.quem dico diuidere datum arcum per equalia.ducantur enim linee.b.a.b.c.que erunt equales per.4. primi quare per primam partem.27.huius arcus.a.b.erit equalis arcui.b.c. quod est propositum.



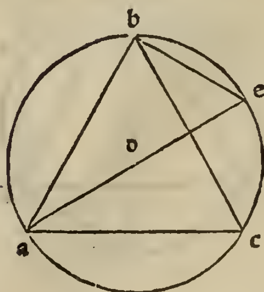
Propositio .30.

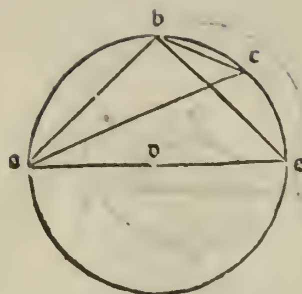


I rectilineus angulus in semicirculo supra arcum consistat.rectus est.Si vero in portione semicirculo minore recto maior. Si autem in portione semicirculo maiore recto minor. ¶ Itemque omnis portionis angulus semicirculo maioris recto maior. minoris vero recto minor de necessitate erit.

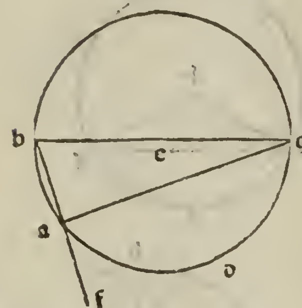


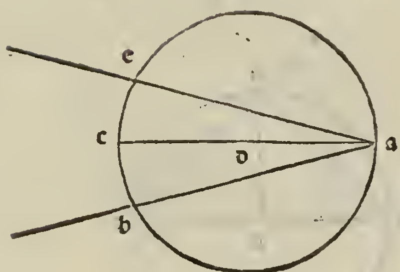
¶ Sit vt in circulo.a.b.c.cuius centrum.d.& diameter.a.d.c.semicirculus. a.b.c. in cuius semicirculi circumferentia fiat angulus.a.b.c.ductis lineis.a.b.&.b.c.dico illum angulum esse rectum.protrahatur ab ipso angulo in centrum linea .b.d. eritque per quintam primi: angulus.a.b.d.equalis angulo.a.& angulus.d.b.c. equalis angulo.c.& quia angulus.c.d.b.est equalis duobus angulis.d.b.a. &.a.per.32.primi:ipse erit duplus ad angulum.d.b.a.eadem ratione angulus.a.d.b.duplus erit ad angulum.d.b.c.ergo duo anguli.c.d.b.&.a.d.b.dupli sunt ad totalem angulum.a.b.c.sed ipsi sunt equales duobus rectis. per.13.primi: erit igitur angulus a.b.c.totalis medietas duorum rectorum:quare rectus quod est primum propositum.¶ Idem aliter protrahatur.b.c.vsque ad.e.eritque per.32.primi:angulus .a.b. e.equalis duobus angulis.a.&.c.& quia angulus.a .est equalis angulo .a.b. d.et angulus.c.angulo.c.b.d.erit angulus.a.b.e.equalis totali angulo.a.b.c.ergo vterque eorum est rectus per diffinitionem.¶ Secundo sic patet:sit in circulo. a.b.c. cuius centrum.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.maior semicirculo:& fiat super eius circumferentiam angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.&.b.c.dico illum angulum esse minorem recto.ducantur enim diametri.a.d.e.& linea.e.b.eritque per primam partem huius.b.totalis rectus.quare angulus.a.b.c.erit minor recto per communem scientiam cum sit pars eius:sicque patet secundum.¶ Tertium sic.Sit rursus in circulo. a.b.





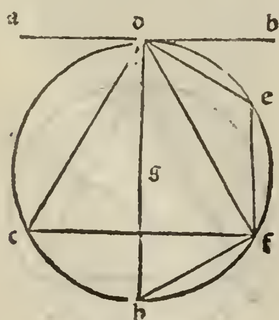
c.cuius centrum.d.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.que sit semicirculo minor: ⁊ fiat super eius circumferentiam angulus.a.b.c.ductis lineis.b.a.⁊.b.c.dico hunc angulum esse maiorem recto.producantur enim diametri a.d. c .⁊ linea.b.e. eritq₃ per primam partem huius angulus.a.b.e.rectus.quare angulus. a.b.c. erit maior recto quod est tertium propositum.℄ Quartum ⁊ quintum sic. Sint in circulo a.b.c.d.cuius centrum.e.portio.a.b.c.cuius corda.a.c.maior semicirculo ⁊ portio.a.d.c.cuius eadẽ corda.a.c.minor semicirculo dico angulũ contentum ab arcu b.a.⁊ corda.a.c.esse maiorem recto ⁊ angulum contentum ab arcu .d.a. ⁊ corda a.c.esse minorem recto.producantur diametri .c.e.b.⁊ linea.b.a.vsq₃ ad.f.eritq₃ per primam partem huius angulus.b.a.c.rectus.quare per.13.primi angulus.f. a.c.est similiter rectus.Quia igitur angulus rectus est primi ⁊ secũdus pars recti euidenter patet vtrũq₃.quare tota liquet hec pẽthamembris conclusio. ℄ Ex istis autem duobus vltimis partibus nota etiã instantiam contra illas duas argumẽtationes ad quas tulimus instantiam.in.15.huius.transitur enim ab angulo portionis semicirculo minoris qui est minor recto per vltimam partem huius ad angulum portionis semicirculo maioris qui est maior recto per penultimam partem huius.non tamen per equale.Cum enim omnis portio circuli sit semicirculus aut maior semicirculo.aut minor:sit autem tam angulus semicirculi per primam partem.15.quã angulus portionis minoris per vltimã partẽ huius minor recto. portionis vero maioris sit maior recto.⁊ tñ nõ erit alicui⁹ portionis ãgul⁹.nec simpl'r aliquis contentus a circumferentia.⁊ linea recta nec rect⁹ nec eq̃lis recto.Qđ ut clarius pateat sit i circulo.a.b.c.cuius centrum.d.linea.a.b.cui non sit determinatus finis ex parte.b.secans ex ipso portionẽ semicirculo minorẽ.eritq₃ per vltimã partem huius minor recto.huius circuli sit diameter.a.d.c.⁊ imaginetur linea. a.b. moueri ad partem.c.super punctũ.a.que quãdiu fuerit citra.c.vel in ipso.c.cooperiens diametrum.a.d.c.faciet cum arcu angulum minorem recto. In omni autem pũcto vltra.c.velut in.e.faciet p penult̃ ptem h⁹ angulũ maiorẽ recto.trãsit ergo a minori ad maius non per equale.⁊ sicut in rectilineis angulis est reperire maiorẽ angulo semicirculi ⁊ minorem.non tamẽ equalem ut mõstratũ ẽ.i.15.huius:sic in angulis portionis est reperire maiorem recto ⁊ minorem non tamen equalem :vt patet ex ista demonstratione.





Propositio .31.


Si circulum linea recta contingat ⁊ a contactu in circulum quedam circulum secans recta linea preter centrum ducatur quoscunq₃ duos angulos cum contingẽte facit.duobus angulis qui in alternatis circuli super arcus consistunt portionibus:equales sunt.



℄ Sit recta linea.a.b.contingens circulum.c.d.e.f.cuius centrũ.g .in puncto.d. a quo.d.ducatur in circulum preter centrum linea.d.f.secans ipsum.fiantq₃ angulus.d.e.f.consistens super arcum portionis.d.e.f.ductis lineis.c.d.⁊.c.f. ⁊ angulus.d.c.f.consistens super arcum portionis.d.c.f.ductis lineis.e.d.⁊.e.f.dico angulum.c.esse equalem angulo.b.d.f.⁊ angulum.e. angulo. a.d.f. ducantur enim diametri.d.g.h.⁊ linea.f.h.eritq₃ per.17.huius.d.h.perpendicularis super. a.b. ⁊ per primam partem premisse angulus.d.f.h.rectus.quare duo anguli.a. d.h.⁊

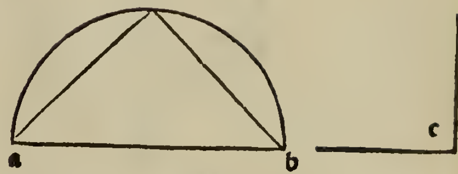
d.f.b.sunt equales.posito ergo cõmuni angulo.b.d.f:erit angulus.a.d.f.equalis duobus angulis qui sunt.d.f.b.&.b.d.f.sed hi duo cum angulo.b. sunt equales duobus rectis per.32.primi:ergo angulus a.d.f.cum angulo.b. equales duobus rectis.sed angulus.a.d.f.cum angulo.b.d.f.equiualet duobus rectis per.13.primi:ergo angulus.b.d.f.est equalis angulo.b.ergo & angulo. c.per.20.huius & hoc est primum.& quia duo anguli.c.&.e.sunt equales duobus rectis per.21. huius erit angulus.e.equalis angulo.a.d.f.quod est secũdum. Uel istud secũdum sit angulus. a.d.f cum angulo.b.equiualet duobus rectis.vt premonstratum est.sed angulus.e.cum angulo.b.equiualet duobus rectis per.21.huius.ergo angulus.e.est equalis angulo.a.d.f.quod est propositum.

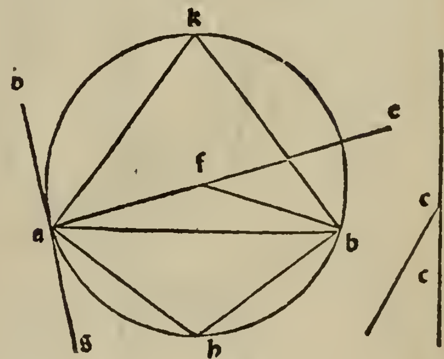
Propositio .32.



Super datam lineam.circuli portionẽ describere capientem angulum.dato angulum equalem.seu rectum. seu maiorem seu minorem recto.

Sit.a.b.linea data &.c.datus angulus super lineam a.b.volo describere vnã circuli portionẽ recipientẽ i circũferẽtia rectilineũ angulũ equalem angulo.c.Si igitur fuerit angulus.c.rectus diuisa.a.b.p medium describam super eam semicirculum.factumq; erit propositum.per primam partem.30. huius. Si autẽ sit obtusus ductã lineam.d.a.cum linea.b.a. continentẽ equalẽ angulum angulo.c.& a puncto.a.ducam lineam.a.e.perpendicularem sup lineam a.d.& super punctũ.b.faciã angulũ p.23.p̃mi equalẽ angulo.e.a.b.i quo obtusus excedet rectum.ducta linea.b.f.vsq; ad perpendicularem.a.e.eruntq; per.6.p̃mi: linee.f.a.& f.b.equales:facto itaq; pũcto.f.centro circuli describam ẽm quantitatem linee.f.a:circulum.a.b.b.eritq; per corel.15.huius linea.a.d.contingens circulum.quare per premissam angulus qui fit in portione.a.b.b.est equalis angulo.d.a.b.quare & angulo.c.quod est propositum. Si autem angulus.c. sit acutus.producam lineam.a.g:continentem cum linea.a.b.angulum equalem angulo.c.& a puncto.a.ducam.a.e.perpendicularem ad lineam.a.g.& super punctum b.faciam angulum equalem angulo.e.a.b.in quo rectus excedit acutũ.ducta linea b.f.vsq; ad perpendicularem.a.e.eruntq; per.6.primi linee.f.a.&.f.b.equales: facto itaq; puncto.f centro circuli.describam ẽm quantitatem linee.f.a.circulum.a. k.b.eritq; per corelarium.15.huius linea.a.g.contingens circulũ.quare per premissam angulus qui fit in portione.a.k.b.est equalis angulo.g.a. b. quare & angulo.c.quod est propositum.



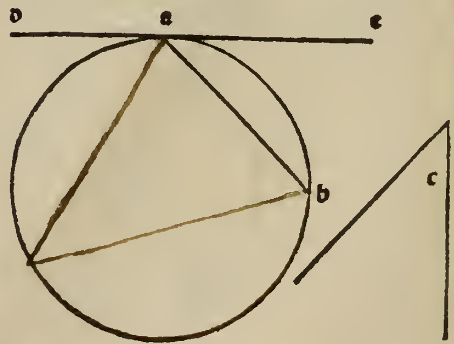


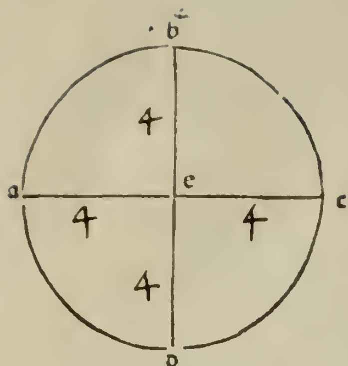
Propositio .33.



Dato circulo:dato angulo. equum angulum capientem portionem abscindere.

Sit.a.b.datus circulus.et.c.datus angulus.volo ergo a circulo.a b.abscindere portionem vnam capientem equale; angulum angulo.c.produco lineam.d.a.e.contingentem datum circulum in puncto.a.a quo ducto in circulum lineam.a.b.continentem cum linea .a.e. angulum equalem angulo.c.eritq; per.31.huius portio.a.b.existens a parte linee.a.d.recipiens angulum equalem angulo.c.quod est propositum.



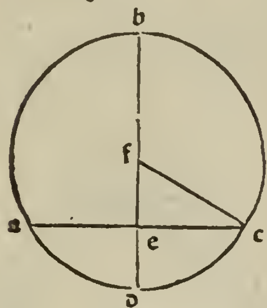


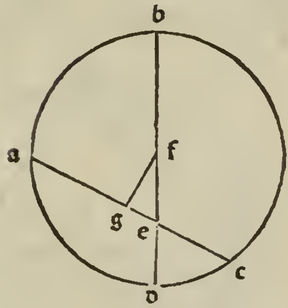
Propositio .34.

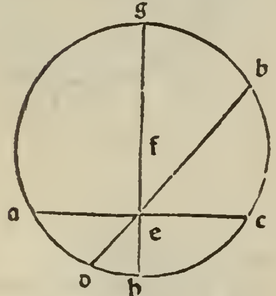


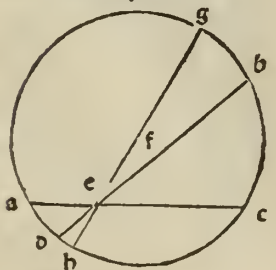
SI intra circulum due recte linee sese inuicem secent. quod sub duabus partibus vnius earum procedit. equum est ei rectangulo qd sub duabus alterius linee partibus cotinetur.

Sint due linee.a.c.et b.d.secantes se in circulo a.b.c.d.super punctum e.dico quod illud rectangulum qd fit ex. a.e.in e.c.equum est ei qd fit ex b.e.in e.d.aut enim ambe linee a.c.et.b.d.transibunt per centrum circuli aut altera tantum aut neutra.quod si ambe transeant per centrum.erit.e.centrum circuli. omnesque 4 linee equales: quare liquet propositum. Qd si altera earum tantum transit per centrum sit illa.b.d.centrumque circuli sit.f.aut ergo.b.d.secabit a.c.per equalia aut per inequalia.secet ergo primo per equalia:eritque per primam partem.3.huius secans eam orthoganaliter.ducatur itaque linea.f.c.eritque per.5.secundi qd fit ex .b.e.in.e.d.cum quadrato.e.f.equale quadrato linee.f.d.quare et quadrato linee.f.c.ergo per penultimam primi et quadratis duarum linearum. f.e. et.e. c.dempto ergo vtrique quadrato.e.f.erit quod fit ex.b.e.in.e.d.equale quadrato linee.e.c.et quia.e.c. est equalis.a.e.patet propositum. Qd si.b.d.transiens per centrum secat.a.c.per inequalia a centro.f.ducatur.f.g.perpendicularis ad.a.c.eritque per secundam partem tertii huius.a.g. equalis.g.c. et ducatur linea.f.c. eritque per.5.secundi quod fit ex.b.e.in.e.d.cum quadrato.e.f.et ideo per penultimam primi cum quadratis duarum linearum.f.g.et.g.e.propter id qd angulus.f.g.e.est recto et est equalis quadrato linee.d.f.et ideo linee.f.c.propter quod per penultimam primi et quadratis duarum linearum.f.g.et.g.c.dempto ergo vtrique quadrato linee.f.g.erit quod fit ex .b.e.in e.d.cum quadrato linee.g.e.equale quadrato linee.g.c.sed per.5.secundi quod fit ex.a.e.in.e.c.cum quadrato linee .g.e.est equum ei quod fit ex:a.e.in.e.c.cum quadrato eiusdem.g.e.dempto igitur vtrique quadrato linee.g.e:erit quod fit ex .b.e. in.e.d.equale ei quod fit ex.a.e.in.e.c.quod est propositum. Qd si neutra earum transit per centrum siue altera diuidat alteram per equalia siue per inequalia. producam lineam.g.f.e.b.diametrum circuli transeuntem per punctum sectionis earum.Et si altera diuidat alteram per equalia.ut.b.d.a.c.tunc.g.h.diuidit etiam.a.c. per equalia.ergo orthogonaliter per tertiam huius.ergo per secundum modum huius conclusionis quod fit ex.g.e.in.e.h.equum est ei quod fit ex.a.e.in .e.c. et per tertium modum huius quod fit ex.g.e.in.e.h.equum est ei quod fit ex:b.e.in.e.d ergo quod fit ex.a.e.in.e.c.equum est ei quod fit ex.b.e.in.e.d.quod est propositum. At si neutra diuidit alteram per equalia erit per tertium modum huius conclusionis qd fit ex.g.e.in.e.h.equale vtrique eorum que fiunt ex.a.e.in.e.c.et.b.e.in.e.d. quare vnum eorum erit equale alteri:quod est propositum.









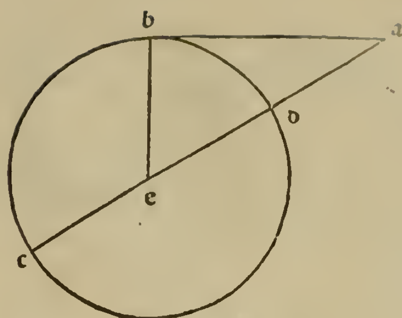
Propositio .35.

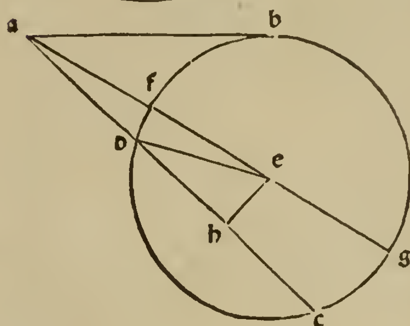


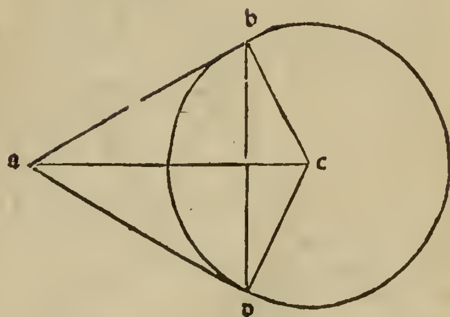
SI extra circulum punctus signetur.ab eo autem ad circulum alia linea secans. alia contigens due recte linee ducantur qd sub tota secante.atque parte sui extrinseca continetur equum est ei quadrato qd ex contingente linea describitur.

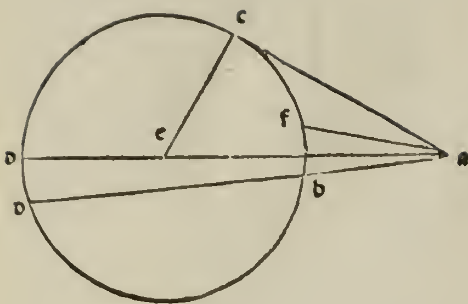
Sit.a .punctus signatus extra circulum.b.c.d.cuius centrum. e.a quo

ducantur ad circulum due linee.a.b.contingens.⁊.a.c.d.secās.dico ꝙ illud quod fit ex.a.c.in.d.a.equum est quadrato linee.a.b.aut enim.a.d.c. transit per cen/trum aut non transeat:ergo primo per centrum quod est.e.⁊ ducatur linea. e.b. que per.17.huius perpendicularis erit super lineam.a.b.⁊ quia linea. d.c. diuisa est per equalia in puncto.e.⁊ est ei addita linea.d.a.erit per sextam secundi quod fit ex.c.a.⁊.a.d.cum quadrato linee.e.d.⁊ ideo cum quadrato linee. e.b. equale quadrato linee.e.a.⁊ ideo per penultimam primi equale quadratis duarum linea rum:e.b.⁊.b.a.propter id quod angulus.b.est rectus.dempto ergo vtrinq3 qua/drato.e.b.erit quod fit ex.c.a.in.a.d.equale quadrato linee.a.b.quod est propo sitū.℄Qd̄ si linea.a.d.c.non transit per centrum sumatur.a.f.e.g.transiens per centrū ⁊ ducāt linee.e.d.⁊.e.b.⁊ sit.e.h.ppendicularis ad.a.d.c.eritq3 p.3.huius d.h.equalis.h.c.quia ergo linea.d.c.diuisa est per equalia in puncto.h. ⁊ addita sibi linea.a.d.erit per.6.secundi quod fit ex.c.a.in.a.d.cum quadrato.d.h. equa le quadrato linee.a.h.ergo addito vtrinq3 quadrato.h.e.erit quod fit ex.c.a.in .a. d.cum quadratis duarum linearum.d.h.⁊.h.e.⁊ ideo per penultimam primi cū quadrato.d.e.propter id quod angulus.h.est rectus .⁊ ideo cum quadrato.e.f. propter id quod.e.d.⁊.e.f.sunt equales.equale quadratis duarum linearum.a.h ⁊.h.e.⁊ ideo per penultimam primi quadrato linee .a.e.sed quia per sextam se/cundi quod fit ex.g.a.in.a.f.cum quadrato.f.e.equale est quadrato linee.a.e. q2 ergo vtriq3 eorum que fiunt ex.c.a.in.a.d.⁊ ex.g.a.in.a.f.cum quadrato linee.f. e.est equale quadrato linee.a.e.ipsa erunt inter se equalia. Dempto ergo vtrinq3 quadrato linee.e.f.erit quod fit ex.c.a.in.a.d.equale ei quod fit ex.g.a.in.a.f.sed id quod fit ex.g.a.in.a.f.est equale quadrato linee. a.b .per premissum modum huius:ergo quod fit ex.c.a.in.a.d.est equale quadrato linee.a.b.quod est propo situm.℄Et ex hac nota ꝙ puncto extra circulum signato si ab ipso ad circulum quolibet secantes linee ducantur rectangula que continentur sub totis. ⁊ earum portionibus extrinsecis adinuicem sunt equalia.quoniam omnia sunt equalia qua drato linee contingentis.℄Nota etiam ꝙ si a quolibet puncto extra circulum si/gnato due linee contingentes ad circulum ipsum ducantur.ipse erunt adinuicem equales.erit enim quadratum vtriusq3 earum equale ei quod fit ex linea secante ab ipso puncto ducta in circulum.in partem eius extrinsecam .hoc autem euidenti/us patet per penultimam primi.℄Sit.a.punctus signatus extra circulum.b.c.d. cuius centrum.e.⁊ ab ipso ducantur due linee.a.b.⁊.a.d. contingentes circulum in punctis .b.d.dico ipsas esse equales. producam enim lineas. e.a. e.b.⁊ .e.d. eritq3 per.17.huius vterq3 angulorum.b.⁊.d.rectus. quare per penultimam pri/mi quadratum.a.e.erit equale duobus quadratis duarum linearum .a.b.⁊ .b.e. Similiter quoq3 ⁊ duobus:duarum.a.d.⁊.d.e.quare quadrata duarum linearu3 a.b.⁊.b.e.sunt equalia quadratis duarum.a.d.⁊.d.e .⁊ quia quadrata duarum que sunt.b.e.⁊.e.d.sunt equalia:erunt quadrata duarum que sunt. a.b.⁊. a.d.e/qualia:ergo.a.b.est equalis.a.d.quod est propositum.℄Aliter etiā ducatur linea b.d. eritq3 per quintam primi angulus .e.b.d.equalis angulo.e.d.b. propter id quod linea:e.b.est equalis linee.e.d.⁊ quia vterq3 duorum angulorum.b.⁊.d. est rectus.erit per cōmunem scieńtiam angulus.a.b.d.residuus equalis angulo.a.d.b residuo.per sextam.ergo primi est linea.a.b.equalis linee.a.d.









Propositio .36.



SI fuerit punctus extra circulū signatus a quo due linee ad circūferētiā ducanť. altera secans. altera circumferentie applicata fueritq; qđ ex ductu totius secantis in partē sui extrinsecam equum ei quod ex ductu applicate in seipsam fit: erit linea applicata ex necessitate circulū contingens.
¶ Sit a punctus signatus extra circulum.b.c.d.cuius centrum.e. a quo ducantur ad circulum linea.a.b.d.secans ipsum ⁊ linea.a.c.applicata circumferentie.⁊ esto vt qđ fit ex.d.a.in.a.b.sit equale quadrato.a.c.dico lineam.a.c.esse contingentē ⁊ est hec conuersa prioris. Si enim non est contingens. sit ergo contingens linea a.f: eritq; per premissam quod fit ex.d.a.in.a.b.equale quadrato linee.a.f.quare quadratum linee.a.f.est equale quadrato linee.a.c.ergo.a.c.est equalis.a.f.quod est impossibile.per.8.huius.erit ergo.a.c.contingens quod est propositu;. ¶ Idē ostēsiue ꝓbabiť maneat prior dispositio ⁊ ypothesis.⁊ si linea.a.b.d.trāsit p cētꝝ ducatur linea.c.e.q; erit per.6.secundi qđ fit ex.d.a.in.a.b.cum quadrato.e.b .et ideo cum quadrato.c.e.equale quadrato.a.c.sed qđ fit ex.d.a.in.a.b.positum est equale quadrato.a.c.ergo quadratum.a.c.cū quadrato .c.e.ē equale quadrato.a e. ergo per vltimā primi angulus.c.est rectus.ergo per correľ 15.huius linea. a.c. est contingens circulum quod est propositum.¶ Si autem.a.b.d.non transit per centrum ducatur a puncto.d.linea transiens per centrum.⁊ quia qđ fit ex hac to/ta in eius partem extrinsecam est equale ei quod fit ex.d.a.in.a.b.per premissam ipsum erit equale quadrato linee.a.c.quare vt prius.a.c.erit contingens circulū.
Explicit liber tertius. Incipit liber quartus.

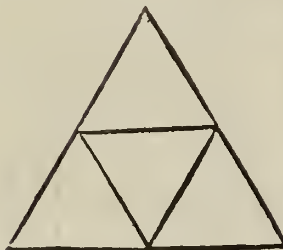
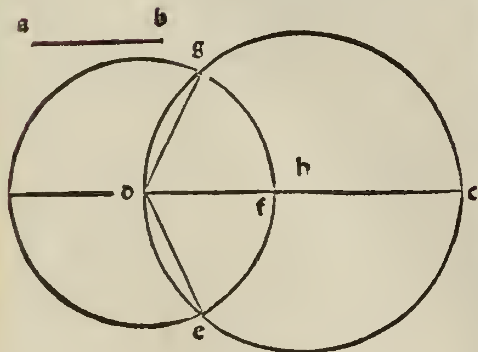




FIgura intra figuram dicitur īscribi quando ea que inscribitur eius in qua inscribitur.latera vno quoq; suorum angulorum ab interiore parte contingit.¶ Circumscribi vero figura figure perhibetur quotiēs ea quidē figura eius cui circūscribitur suis lateribus omnibus omnes angulos contingit.

Propositio. .1.



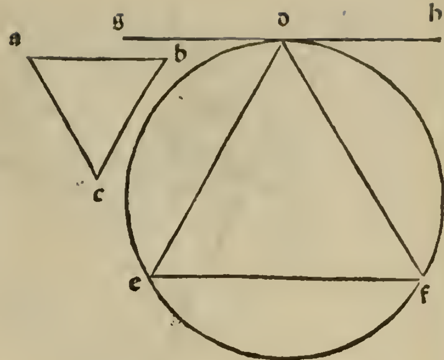


INtra datum circulum date linee recte que diametro mi/nime maior existat equam rectam lineam coaptare.
¶ Sit linea data.a.b.circulusq; datus.c.d. e.cui⁹ diameter.c.d.qua nō ē maior linea.a.b.volo itra datū circulū coaptare lineā eq̄lē.a.b que si fuerit equalis diametro cōstat ꝓpositū.si aūt minor ex diametro sumať.d.f.sibi eq̄lis ⁊ sup punctū.d.ꝺm quātitatē linee.d.f.describať circulus f.e.g.secans datum circulum in punctis.g.⁊.e.ad alterum quorum ducatur linea a puncto.d.vt.d.e.vel.d.g.eritq; vtralibet earum equalis linee.a. b.eo ꝙ vtraq; earū est equalis linee.d.f.per diffinitionem circuli:quare habemus propositū.

Propositio .2.

Intra assignatũ circulum triangulum triangulo assignato equiangulum collocare.

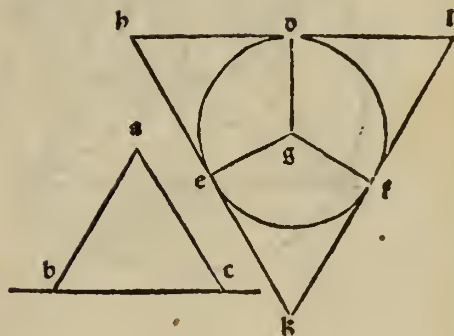
¶Sit assignatus triãgulus.a.b.c.assignatusq; circulus.d.e.f.volo intra hunc circulum collocare vnũ triangulum equiangulum triangulo.a.b.c. equilaterũ enim non ẽ necessariũ eẽ sed ẽ possibile.produco.g.d.h.contingentem circulum in puncto.d.super quẽ facio angulum.h.d.f. ducta linea.d.f.equalẽ angulo.c.et angulum.g.d.e.ducta linea.d.e.equalem angulo.b.et protraho lineam.e.f.eritq; per.31.tertii angul⁹.e.equalis angulo.c.q: vterq; est equalis angulo.h.d.f.e.quidẽ per positionẽ.c.vero per.31.tertii eadẽ rõne erit angulus.f.equalis angulo.b.quare per.32.primi.d.tertius erit equalis.a.tertio.quare habemus propositum.



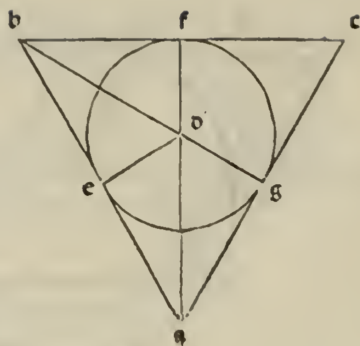
Propositio .3.

Circa assignatum circulum assignato triangulo triangulũ equiangulum describere.

¶Sint vt prius assignatus triangulus.a.b.c. assignatusq; circulus d.e.f.cuius centrum.g.circa hunc circulum volo describere vnũ triangulum equiangulum triangulo.a.b.c.equilaterum enim nõ ẽ necessarium sed ẽ possibile.producam basim.b.c.i vtrãq; partem.vt fiant duo anguli extrinseci.et a centro.g.producam lineam.g.d.ad circũferentiam.et constituã angulum.d.g.e.ducta linea.g.e.equalem angulo.b.extrinseco. et.d. g.f. ducta linea g.f.equalem.c.extrinseco.et a punctis.d.e.f.producam in vtranq; partem lineas orthogonaliter que per correl'.15.tertii erunt contingentes circulũ q̃s cõtingentes ptrahã quousq; concurrant in punctis.h.k.l. necesse est enim ipsas concurrere. cum enim vterq; angulorum qui sunt ad.d.et vterq; eorum qui sunt ad.e. sit rect⁹ si intelligatur protrahi linea.d.e.erunt duo anguli qui sunt ad partes.h. minores duobus rectis.quare p penultimã petitionẽ i ptem illam ptracte concurrent linee l.d.h.k.e.h.eadem rõne concurrent due linee.h.d.l.k.f.l.cum vterq; angulorum qui sunt. ad.f.sit etiam rectus. Quia ergo in quadrilatero .h.d.e.g. duo anguli.d.et.e.sunt recti.erunt duo anguli.g.et.h.equales duobus rectis.cuiuslibet enim quadrilateri quatuor anguli sunt equales quatuor rectis.vt mõstratũ ẽ supra.32 primi:et quia duo anguli.b.intrinsecus et extrinsecus sunt similiter equales duob⁹ rectis.p.13.pmi:at vero.b.extrinsec⁹ posit⁹ ẽ equalis.d.g.e.erit intrinsec⁹.h.equalis.b.simili quoq; rõne erit.c.intrisecus equalis.l.et quia duo anguli.b.et.c. intrinseci sunt minores duobus rectis.per .32.primi:erunt similiter duo anguli .h.et.l. minores duobus rectis.quare per penultimam petitionem due linee. h.e.et.l.f. ptracte concurrent in puncto.k.fietq; triangulus.h.k.l.et quia angulus.h. ẽ equalis angulo.b.intrinseco.et angulus.l.angulo.c.intrinseco.erit per.32.primi: angulus.k.equalis angulo.a.quare habemus propositum.



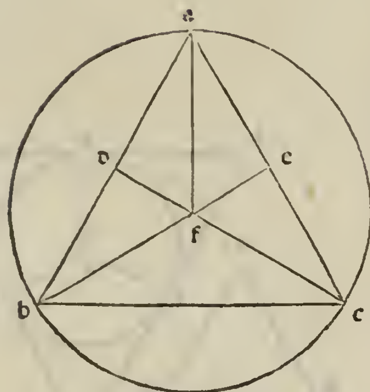
Propositio .4.




Intra datum triangulum circulu3 describere.

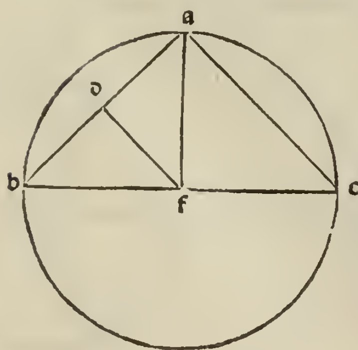
C Sit assignat⁹ triãgulus.a.b.c.volo intra ipsu3 circulum describere hec ẽ q̃si cõuersa scde .diuido eni duos ei⁹ angulos.a.ꝛ.b .p eq̃lia.a qdã ducta linea.a.d.b.vero .ducta linea.b.d.q̃ ꝯcurrãt i puncto.d. a quo ducã ꝑpẽdiculares ad tria latera ipsi⁹.d.e.q̃dẽ:ad.a.b.d.f.ad .b.c.ꝛ.d.g.ad.a.c.ꝛ quia duoꝝ trianguloꝝ.e.a.d.ꝛ.g.a.d. angulus.a.vni⁹ ẽ eq̃/ lis angulo.a.alterius.ꝛ vterq3 angulorũ.e.ꝛ.g.rectus ꝛ latus.a.d.cõmune. erit p 26.primi:linea.d.e.equalis linee.d.g.eadem rõne cum duorum triangulorum.e.b d.ꝛ.f.b.d.angulus.b.vnius sit equalis angulo.b.alterius ꝛ vterq3 anguloꝝ.e. et f.rectus:latus quoq3.d.b.commune:erit per eandem.linea.e.d.equalis linee.d.f. quare tres linee.d.e.d.f.d.g.sunt equales.posito ergo centro in.d.ꝛ descripto cir culo secundũ quantitatẽ vnius earum transibit per.9.tertii per reliquarum duarũ extremitates:ꝛ quia per corr̃.15.tertii vnaqueq3 linearum.a.b.b.c.ꝛ.c.a. erit cõ tingens circulum.patet perfectum esse propositum.

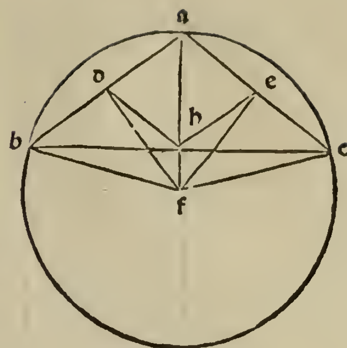
Propositio .5.



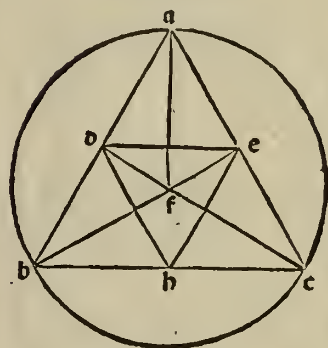

Circa trigonum assignatum siue illud sit orthogoniũ siue ambligonium.siue oxigonium circulum describere.

C Sit trigonus assignatus.a.b.c.volo circa ipsum describere circulũ hec est quasi conuersa tertie.diuido duo eius latera .a.b.et.a.c .per equalia.a.b.quidẽ in puncto.d.ꝛ.a.c.in puncto.e.a quibus punctis produco perpendiculares ad lineas.a.b.ꝛ.a.c.quas protrabo quousq3 cõcurrant in puncto.f.sintq3.d.f.ꝛ.e.f.concurrent eni q̃m cũ vterq3 anguloꝝ.d.ꝛ.e.sit rect⁹ si intelligatur ꝑtrahi linea.d.e.fient duo anguli ad partẽ in quã protrahunt̃ mino res duobus rectis:quare cõcurrent per penultimã petitionẽ igitur a puncto. f.qui est punctus cõcursus quẽ dico esse centrum circuli quesiti.protrahõ lineas ad sin/ gulas angulos que sunt.f.a.f.b.f.c.ꝛ quia in triangulo.a.d.f.duo latera.a.d.ꝛ.d f.sunt equalia duobus lateribus.b.d.ꝛ.d.f.trianguli.b.d.f.ꝛ angulus.d. vni⁹ an gulo.d.alterius:quia vterq3 rectus:erit per quartã primi.f.a.equalis. f.b.eadẽ ra tione erit.f.a.equalis.f.c.cõpatis lateribus ꝛ angulis duorum triangulorum.a.e. f.ꝛ.c.e.f.ergo per.9.tertii punctum.f.erit centrum circuli quesiti.hec est vniuersa/ lis demonstratio ad omnes spẽs trigoni. C Quia tamẽ auctor videt̃ velle mediu3 variare disiungendo inter orthogonium ambligonium ꝛ oxigonium. de quolibet eorum sigillatim est demõstrandũ . C Sit ergo trigonus propositus orthogonius sitq3 angulus.a.rectus:latus.b.c.respiciens hunc angulũ rectũ diuido per equalia in.f.a quo puncto quẽ dico esse centrũ circuli ad medium punctum vtriusq3 duoꝝ reliquoꝝ lateꝝ qui sit.d.duco lineam.f.d.ꝛ quia linea.f.d.diuidit duo latera.a.b ꝛ.b.c.trianguli.a.b.c.per equalia:ipsa erit equidistans tertio .videlicet linee. a.c. hoc eni demõstratũ est supra.39.primi:et quia angulus.a.positus est rectus .erit per secundã partem ꝛ per tertiam.29.primi:vterq3 angulorum qui sunt ad .d.re/ ctus:ducatur igit̃ linea.f.a. eritq3 per quartã primi:linea.a.f.equalis linee.b.f.cõ paratis adinuicẽ laterib⁹ ꝛ angulis triãguloꝝ.a.d.f.b.d.f.ꝛ q2 linea.b.f. ẽ eq̃lis linee.c.f.erũt.3.linee.b.f.a.f.c.f.adinuicẽ eq̃les.quare p.9.tertii erit. f. centrum circuli quesiti. C Sit rursus trigonus. a. b. c. ambligonius .sitq3 angulus .a .





obtusus latus.b.c.respiciens hunc angulum obtusum.diuido per equalia in puncto.h.a quo ad media puncta duorum reliquorum laterum que sunt.d.z.e. duco lineas.h.d.z.h.c.eritq3.d.h.equidistans.a.c.z.e.h.equidistans.a.b. propter id quod demonstratum est supra.39.primi:videlicet q linea secans duo latera alicuius trianguli per equalia.tertio est equidistans:quare per secundam partem.29.primi erit vterq3 duo angulorum.h.d.h.z.c.e.h.eqlis agulo.a.z ideo vterq3 obtusus.ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.et.e.f.ad lineam.a.c.quousq3 concurrant in puncto.f.quē dico esse centrum circuli. Manifestū ē enī eas concurrere propter causā prius dictā.secabit vtraq3 earum lineam.b.c.que respicit obtusum z concurrent extra triangulum.a.b.c.igitur a puncto.f.qui ē punctus concursus earum:produco lineas.f.a.f.b.f.c.que per quartam primi bis assumptam erunt equales cōparatis primo lateribus et angulis duorum triangulorum.a.d.f.b.d.f.deinde aliorum duorum.a.e.f.c.e.f.quare per.9.tertii.f.ē centrum circuli quesiti. ¶ Esto iterum vt trigonus.a.b.c.sit oxigonius diuisis omnibus eius lateribus per equalia:videlicet latus.a.b.in puncto.d.z latus.a.c.i puncto.e.z.b.c.in puncto.h.protrabo lineas.d.e.d.h.z.e.h.eritq3.d.h.equidistans a.c.z.e.h.a.b.propter id quod demonstratum est super.39.primi:quare per secundam partem.29.primi:vterq3 angulorum.h.d.h.c.e.h.erit equalis angulo.a.z iō acutus:ductis igitur perpendicularibus.d.f.ad lineam.a.b.z.e.f.ad lineam.a.c. manifestum est eas concurrere intra triangulum.a.b.c.sitq3 punctus concursus f.quem dico esse centrum circuli:produco enim lineas.f.a.f.b.f.c.que per q̄rtam primi:bis assumptam vt prius erunt equales:quare per.9.tertii erit.f.centrum circuli quesiti. ¶ Per predicta patet q si triangulus fuerit orthogonius centrum circuli circūscribendi cadet in medio lateris quod opponitur angulo recto. Si fuerit ambligonius centrum cadet extra triangulum. Si autem fuerit oxigonius cadet intra triangulum.

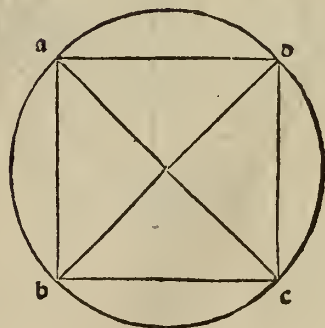


Propositio .6.

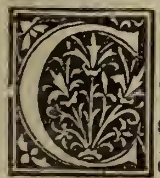


Ntra datum circulum quadratū describere.

¶ Sit datus circulus.a.b.c.d.cuius centrū.e.volo intra ipsū describere quadratū.protrabo in ipso duas diametros.a.c.z.b.d.secantes se orthogonaliter supra centrū.e.quarū extremitates coniungo protractis lineis.a.b.b.c.c.d.z.d.a. quas dico cōtinere quadratum quesitum:ipse enim erunt equales adinuicem.per quartam primi ter assumptam propter id qd quatuor linee.e.a.e.b.e.c.z.e.d.sunt equales.et quatuor anguli qui sunt.a.d.e.recti.si vnusquisq3.quatuor angulorum.a.b.c.z.d.est rectus per primam partem.30.tertii:propter id quod quilibet eorum ē in semicirculo erit igitur.a.b.c.d.quadratum per diffinitionem quod est propositum.

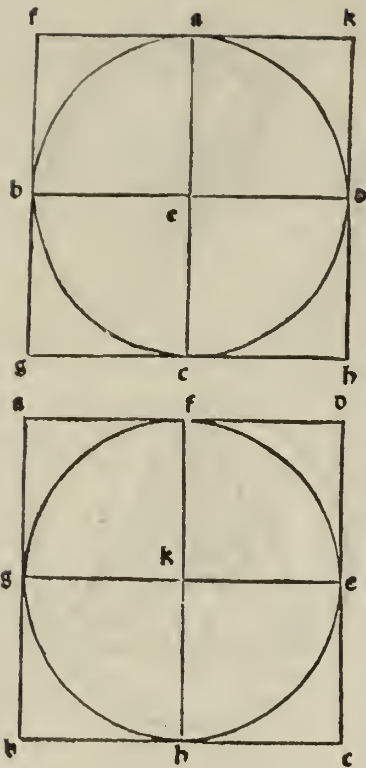


Propositio .7.



Irca propositum circulum quadratum describere.

¶ Sit ꝓposit⁹ circul⁹.a.b.c.d.cui⁹ centꝝ.e.volo circa ipm describere q̄dratū:ꝓtrabo i ipso duas diametros.a.c.et.b.d.secātes se orthogo/



gonaliter sup cētrū.e.a q̄ꝝ extremitatibus duco i vtrāq3 ptē lineas orthogonaliter quousq3 q̄libet eaꝝ ꝯcurrāt cū duab⁹ lateralib⁹ sintq3 pūcta ꝯcursus eaꝝ.f.g.b.k. eritq3 p conel'.15.tertij vterq3 anguloꝝ qui sūt ad vnūquēq3 quatuor pūctoꝝ.a.b. c.d.rectus:quia ergo in quadrilatero.a.f.b.e.tres anguli.a. b.ꝛ.e. sunt recti: erit quartus angulus qui est.f.rectus:habet enim quodlibet quadrilaterum quatuor. angulos equales q̄tuor rectis:vt demonstratum est supra.32.primi :eadem rōne quilibet angulorum.g.h.ꝛ.k.erit rectus:ergo per secūdam partem.28.primi. due linee.f.g.ꝛ.k.h.Itemq3 due.f.k.ꝛ.g.h.sunt equidistantes.ergo per.34.primi.f.k est equalis.g.h.ꝛ.f.g.k.h.ꝛ quia p candē.f.k.est equalis.b.d.ꝛ. f.g.a.c. At vero b.d.est equalis.a.c.erūt quatuor linee.f.k.g.h.f.g.ꝛ.k.h. equales: sed ꝛ quatuor anguli.f.g.k..h. sunt recti :vt probatum est prius. ergo.f.g. k.h. est quadratum per diffinitionē quod est propositum.

Propositio .8.



Ntra quadratum assignatum circulum describere.

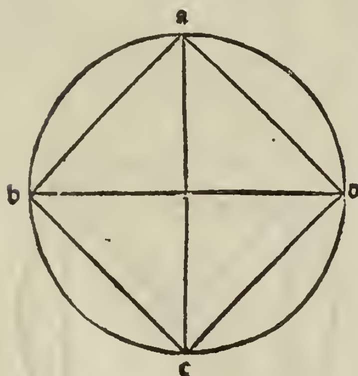
¶Sit quadratum assignatum. a.b.c.d.volo intra ipsum describere circulu3 hec est quasi conuersa .6.diuido vnūqdq3 latus eius p equalia.a.d.quidē in puncto.f.b.a.in puncto.g.c.b.in puncto.h.ꝛ.d.c. in puncto.e.ꝛ produco lineas.e.g.ꝛ.f.h.secantes se in pūcto .k.quē dico esse centrum circuli.erit eni3.f.h.equidistans ꝛ equalis.a.b.per.33.primi:ꝓpter id quod.a.f.ꝛ.d.h.sunt equales ꝛ equidistantes.Similiter per eandem ꝛ.d.c a.b.ꝛ quia omnes medietates quatuor laterū ipsius quadrati sunt adinuicē equales erunt per.34.primi:quatuor linee.k.e.k.f.k.g.ꝛ.k.h.equales.ergo per.9.tertij.k.est centrum circuli quesiti.

Propositio .9.



Irca assignatum quadratum circulum describere.

¶Sit quadratum.a.b.c.d.volo circa ipsum circulu3 describere .hec est quasi conuersa.7. Protraho in ipso duas diametros.a.c.ꝛ.b.d. secantes se in puncto.e.quē dico esse centrum circuli. Cum eni linee a.d.ꝛ.a.b.sint equales erūt per.5.primi: anguli.a.d.b.ꝛ.a.b.d.equales.ꝛ quia angulus.a .totalis est rectus.erit per.32.primi:vterq3 eorum medietas recti.¶Simili quoq3 modo ꝓbabitur quēlibet partialiū angulorum a predictis diametris ꝛ laterib⁹ quadrati propositi contentorum esse medietatem recti quia igitur angulus.e.a.d.est equalis angulo. e.d.a.erit per.9.primi:linea.e.a. equalis linee.e.d.eadem rōne erit.e.a.equalis.e.b.ꝛ.e.c.equalis.e.d.quare quia quatuor linee.e.a.e.b.e.c.e.d.sunt equales.erit per.9. tertii e.centru3 circuli quesiti.quod est propositum.



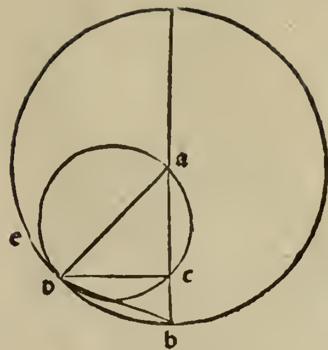
Propositio .10.

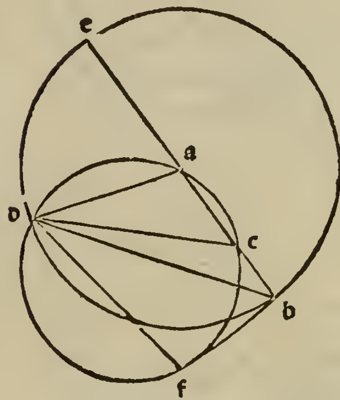


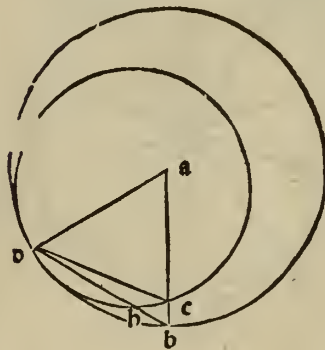
Uum equaliu3 laterum triangulum designare. cuius vterq3 duorum angulorum quos basis optinet. reliquo duplus existat.

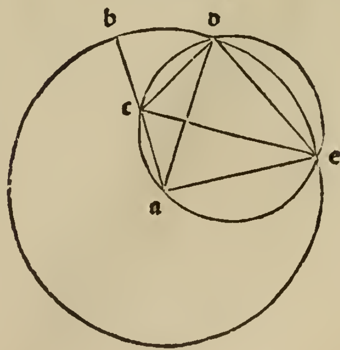
Intentio ē describere vnū triangulū duū eq̄liū lateꝝ ꝛ tertii ineq̄lis cui⁹ vterq3 anguloꝝ q̄ sup lat⁹ qd ē reliqs i eq̄le existūt ad tertiū duplus existat. Ad hoc aūt faciēdū sumat̄. linea q̄libet q̄ sit .a.b.que diuidat̄ ſm ꝙ docet.11.scdi in puncto.c.ita ꝙ illd quod fit ex.a.b.i.b.c.sit equale quadrato. a.c

factoq; puncto.a.centro fm ipsius quantitatem describatur circulus.b.d.e.intra quē per primam huius coaptetur linea.b.d.equalis linee.a.c.et producantur due linee.d.a.d.c.dico triāgulū.a.b.d.eē q̄lis ꝓponit̄: circūscribat̄ circul⁹ q̄ sit d.c.a. per.5.huius triangulo.d.c.a.quia ergo linea.d.b.est equalis .linea.a.c.erit quod fit ex.a .b. in.b.c .equale quadrato linee. b.d. quare per vltimam tertii. b.d. linea est contingens circulum.d.c.a.ꝛ per.31.eiusdem angulus.c. d.b. est equalis angulo.c.a.d.posito ergo cōmuni angulo.c.d.a.erit totus angulus.b.d.a. equalis duobus angulis.c.a.d.c.d.a.sed per.32.primi angulus.b.c.d.est eq̄lis eisdē quia extrinsecus ad ipsos.ergo angulus.b.d.a.est equalis angulo.b.c.d.ꝛ q2 angulus.a.d.b.est equalis angulo.a.b.d.per.5.primi:eo ꝙ latera.a.d.ꝛ.a.b.sūt equalia.erit angulus.b.c.d. eq̄lis angulo.c.b.d.ergo per.6.primi: linea.c.d.est equalis linee.b.d.quare ꝛ linee.c.a.ergo per.5.primi:angulus.c.a.d.est equalis angulo.c.d.a.quia ergo vterq; angulorum c.d.b.ꝛ.c.d.a.ē eq̄lis āgulo.c.a.d. erit tot⁹ angul⁹.b.d.a.dupl⁹ ad āgulū.d.a.b.ꝛ iō angul⁹.a.b.d.sibi eq̄lis.dupl⁹est etiā ad angulū.b.a.d.qđ est propositū.¶ Forsan dicet aduersarius circulū.d.c.a.circūscriptum trigono partiali secare circulum.b.d.e in aliquo puncto arcus.b.d.ita ꝙ simul secabit lineam.b.d.vnde ipsa non erit circulo applicata.sicut in demonstratione supponitur. sed ipsum secans. Sit ergo si possibile est vt ponit aduersarius ꝛ a puncto.b.ducatur ad ipsum circulum minorem contingens.b.f.ꝛ ducantur linee.f.a.f.d.eritq; per penultimā tertii qđ fit ex.a.b.in.b.c.equale quadrato .b.f. ergo.b.f.est equalis.b.d.quare per.5.primi angulus.b.f.d.est equalis angulo .b.d.f.ꝛ quia per.31.tertii angulus.b.f.a.est equalis angulo .a.d.f.erit angulus .b.d f.maior angulo.a.d.f.quod est impossibile.cum ipse sit pars eius.¶ Aliter possumus istud refellere ꝛ ostendere ꝙ ille minor circulus nullo modo secabit lineā. b.d forsan enim diceret ꝙ secaret eam non secando arcum.d.b.maioris circuli. Si enī possibile est ꝙ secet eam.sit hoc in puncto.b.eritq; qđ fit ex.a.b.in.b.c. equale ei quod fit ex.d.b.in.b.b.Demonstratum est enim supra penultimā tertii ꝙ si ab aliquo puncto extra circulum signato quotlibet linee secantes ad circulum ducantur que sub totis ꝛ earum portionibus extrinsecis continentur.equalia sunt adinuicē: ꝛ quia quod fit ex.a.b.in.b.c.est equale quadrato.b.d.erit qđ fit ex. d.b. in.b.b. equale quadrato.d.b.quod est impossibile per scđam scđi:quare cōstat ꝓpositum ¶ Et nota ꝙ minor circulus necessario secabit maiorē ꝛ abscindet ab eo arcū vnū equalem arcui.b.d.ꝛ maior abscindet similiter ab eodem vnum arcum equalē arcui.d.c.Quod sic probat̄.si enim minor non secat maiorem.contingit ergo ipsum in puncto.d.ꝛ quia per.11.tertii circulorum se contingentium centra.ꝛ punct⁹ contactus sunt in linea vna.erit centrū minoris circuli in linea.a.d.propter hoc ꝙ in ea est centrum maioris ꝛ punctus contactus.ergo per.17.tertii angulus.a.d.b.est rectus quare similiter ꝛ angulus.a.b.d.sibi eq̄lis ē rectus qđ ē impossibile.per.32. primi:Secet ergo ipsū in punctis.e.d.dico arcum.e.d.maioris esse equalē arcui. d.b.ꝛ arcum.e.d.minoris esse equalem arcui.d.c.produco lineas. d.e.c.e.ꝛ. e.a. eritq; per.26.tertii vnusquisq; quatuor angulorum qui sunt.d.e.c.e.a.d.a. c.et a.d.c.equalis alii propter id ꝙ duo arc⁹.d.c.ꝛ.e.a. sūt eq̄les.p.27.eiusdē q̄re totalis angul⁹.a.c.d.dupl⁹ ē ad angulū.b.a.d.ꝛ iō eq̄lis vtriq; angulorum .a.b.d. ꝛ.a.d.b.ꝛ q2 angul⁹.a.e.d.ē eq̄lis angulo.a.d.c.p.5.primi: ꝓpter id qđ.a. e.ꝛ.a d.sunt equales a cētro ad circūferentiam.erūt duo anguli.e.ꝛ.d.trianguli. a.e.d.

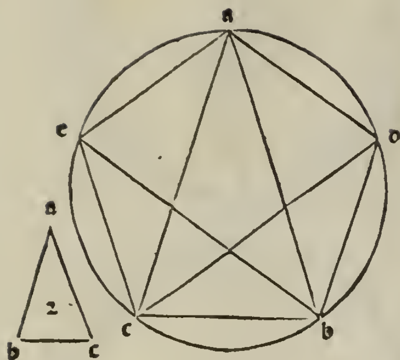








equales duobus angulis.d.z.b.trianguli.a.d.b.ergo per.32.primi: reliquus an/gulus.a.vnius est equalis reliquo angulo.a.alterius:ergo per.25.tertii arcus .e.d maioris est equalis arcui.d.b.z per eādē arcus.e.d.minoris est equalis arcui.d.c.z hoc est quod proposuimus.

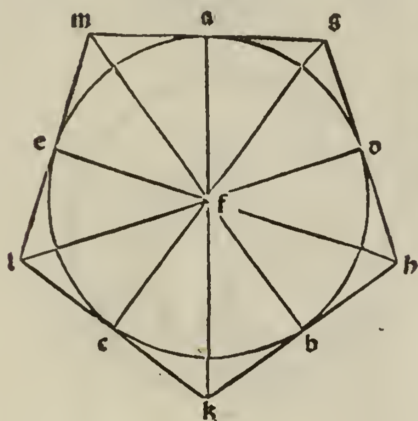


Propositio .11.



Ntra datum circulū equilaterum.atq3 equiangulū pentbagonum describere.

¶Sit datus circulus.a.b.c.volo intra ipsum describere pentbago/num vnū equilaterū atq3 equiangulū.designo triangulū vnū qualē3 premissa proponit.qui sit.2.cui aliu3 equiangulum intra datū circulum describo.sicut docet secūda huius:qui sit.a.b.c.sitq3 vterq3 angulorum .a.b.c z.a.c.b.duplus ad angulum.c.a.b.vtrūq3 eorum diuido per equalia ductis lineis b.e.z.c.d.eruntq3 per.25.tertii.5.arcus in quos.5.puncta.a.d.b.c.e. diuidūt circulum adinuicē equales.propter id qd quinq3 anguli qui in dictos arcus cadunt sunt adinuicem eqles.continuatis igitur illis quinq3 pūctis per lineas rectas que sunt.a.d.d.b.b.c.c.e.z.e.a.erit pentbagonus.a.d .b.c.e. inscriptus dato circulo qualis proponitur:est enim equilaterus per.28.tertii cū.5.arc⁹:quorū eius quinq3 latera sunt corde:sint ad inuicem equales:z etiam equiangulus per.26.eiusdem eo q quinq3 arcus.d.a.c.a.c.c.e.c.b.c.b.d.z.b.d.a.in quos anguli ipsius pentba/goni cadunt sunt adinuicem equales:sicq3 constat propositum.



Propositio .12.



Irca propositum circulum pētbagonum equilaterū atq3 equiangulum designare.

¶Sit propositus circulus.a.b.c.cuius centrū.f.volo circa ipsu3 de/signare pentbagonū equilaterū atq3 equiangulum.supra circumferentiam ipsius circuli quasi fm doctrinam premisse sibi inscripsissem pētbagonum quinq3 puncta angularia notabo.que sunt.a.d.b.c.e.ad que cētro du cam lineas.f.a.f.d.f.b.f.c.f.e.z ab eisdem punctis educam perpendiculares ad istas lineas in vtranq3 partem quousq3 concurrant in punctis.g.b.k.l.m.eruntq3 bee linee contingentes circulum per corelarium.15.tertii:z ad ista pūcta concur/sus ducam a centro lineas.f.g.f.b.f.k.f.l.f.m. Et quia monstratum est super pe/nultimā tertii q si ab aliquo puncto extra circulu3 signato due linee contingentes ad ipsū circulum ducanť q ipse erunt equales. erit linea.g. a.equalis linee.g.d.z b.d.b.b.z sic de ceteris.At qm̄ quinq3 arcus i quos quinq3 puncta.a.d.b.c.e.di/uidunt circulum.sunt adinuicem equales.erunt per.26.tertii quinq3 anguli.a.f.d d.f.b.b.f.c.c.f.e.e.f.a.consistentes super bos arcus in centro.f.sibi inuicem equales.Sunt autem duo latera.a.g.z.f.a.trianguli.f.g.a. equalia duobus lateribus d.g.z.f.d.trianguli.f.g.d.z latus g.f.cōmune.ergo p.8.primi:duo anguli eorū q̄ sunt.a.d.f.Jtēq3 duo anguli qui sunt.a.d.g.sunt adinuicem equales. eadē rōne duo anguli qui sunt.a.d.f.in triangulis.d.f.b.z.b.f.b.Jtemq3 duo qui sunt .a.d b.sunt adinuicem equales.Similiter quoq3 singuli trium reliquorū angulorū qui sunt.b.f.c.c.f.e.e.f.a.z singuli triū.qui sunt.k.l.m.diuidanť p equalia.primi quidem per lineam.f.k.secundi per lineā.f.l.tertii vero per lineā.f.m. z quia bii tres anguli qui sunt.b.f.e.c.f.e.e.f.a.sunt sibi inuicem equales z aliis duob⁹ q̄ sūt.a.f d.z.d.f.b.equales erunt eorum dimidia que sunt decē anguli facti in centro.f.ad/

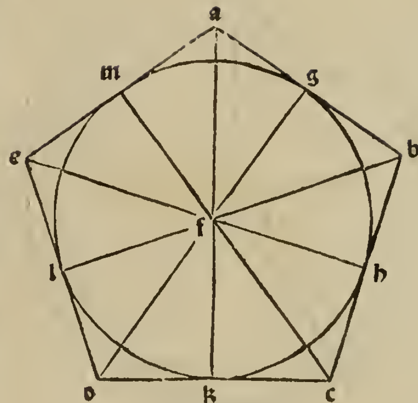
inuicē equales. Quia igitur duo anguli.a.z.f.trianguli.g.a.f.sunt equales duo/
bus angulis.a.z.f.trianguli.m.a.f.z latus.a.f. cōmune erit per.26.primi angul⁹
g. vnius equalis angulo.m.alterius z latus.g.a.equale lateri.a.m.eadem ratiōe
erit angulus.g.in triangulo.g.f.d.equalis angulo.b.in triangulo.d.f.b.z latus.g
d.equale lateri.d.b.quare quia.g.a.est dimidiū.g.m.z.g.d.dimidiū.g.b.z.g.a.z
g.d.sunt equalia: erunt per cōem scientiā.g.m.z.g.b.coꝝ dupla equalia. Simili/
ter quoqȝ ꝓbabim⁹.g.m.esse equale.m.l z.m.l.l.k.z.l.k.k.b.quare pēthagon⁹.g
b.k.l.m.est equilaterus.sed z equiangulus: cuȝ eni duo anguli qui sunt ad.g.sunt
adinuicem equales. z duo qui sunt ad .m.siliter adinuicem equales. z.g. partia/
lis.sit equalis.m.ptiali.vtrūqȝ eni probatū est prius.erit per eandē cōem scientiā
g.totalis equalis.m.totali.z eadem rōne ꝓbabis equalitatem in ceteris angulis:
quare est equiangulus.sicqȝ constat propositum.

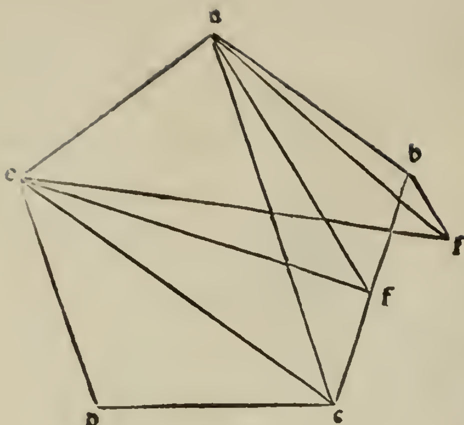
Propositio .13.



Intra equilateruȝ atqȝ equiangulum penthagonum assi
gnatum circuluȝ describere.

Sit assignatus penthagonus equilaterus atqȝ equiangulus: quia
de aliis nō est necessariū hoc esse possibile.a.b.c.d.volo sibi iscribe
re circulū.hec est quasi cōuersa.11.duos eius ꝓpiquos angulos qui
sunt.a.z.e.diuido per equalia ductis lineis.a.f.z.e.f.donec cōcurrāt in pūcto.f.i
tra ipsum penthagonum quē dico esse centrum circuli: cōcurrent enim propter id
quod dimidiū totalis anguli.a.z similiter totalis anguli.e.minus ē angulo recto.
Si enim intra penthagonum non cōcurrēt.aut extra ipsum penthagonum aut
in latere pēthagoni.aut in eius angulo: qui vtriqȝ anguloꝝ diuersoꝝ opponitur.
Concurrāt ḡ primo extra in pūcto.f.z ducatur linea.b.f.z quia duo latera. e.a.et
a.f.trianguli.e.a.f.sūt equalia duobus lateribus.b.a.z.a.f.trianguli .b.a.f.z an
gulus.a.vnius angulo.a.alterius erit per.4.primi basis.e.f.equalis basi. f.b. z qȝ
angulus.a.partialis ē equalis angulo.e.partiali.propter id qđ.a.totalis.e. totali
erit per.6.primi.f.a.equalis.f.e.quare.f.a. est equalis.f.b. ergo per.5.primi duo
anguli.b.totalis.z.a.ptialis sunt eq̄les.quare.a.ptialis ē eq̄lis vł maior.a. totali
qđ est impossibile. Concurrāt ergo in pūcto.f.super latus.b.c .eritqȝ arguendo p
premissas z premisso modo angulus.a.ptialis equalis angulo .a.totali quod est
impossibile. Quod si forsan concurrant in angulo.c.erit per easdeȝ z eodē modo
c.b.equalis.c.a.z ideo ad huc ut prius angulus.a.partialis equalis angulo .a.to
tali. Qđ qȝ hoc ē nō potest sit ergo punctus concursus qui ē.f.infra penthagonū
a quo duco.5.perpendiculares ad eius.5.latera.que sint.f.g.f.h.f.k.f.l.f.m .z ad
duos eius angulos ꝓpinquos altrinsecus angulis per equalia diuisis qui sunt .b.
z.d.duco lineas.f.b.f.d.z quia duo anguli.a.z.m.trianguli.a.f. m. sunt equales
duobus angulis.a.z.g.trianguli.a.f.g.z latus.a.f. cōmune erit per.26.primi.f.
m.equalis.f.g.per eandem quoqȝ probabis.f.l.equalem.f.m.sumptis duob⁹ tri/
angulis.z.f.m.z.e.f.l.quia iterum duo latera.a.f.z.a.b.trianguli.a.f. b.sūt equa
lia duobus lateribus.a.f.z.a.e.trianguli.a.f.e.z angulus.a.vnius.angulo.a: al/
terius erit per.4.primi angulus.b.partialis equalis angulo.e. partiali. z quia.b.
totalis equalis est.e.totali: z.e.totalis diuisus est per equalia erit etiam.b.totalis
diuisus per equalia. Eodem modo probabis.d.totalē diuisum per eq̄lia ꝓpter
equalitatem.d.partialis z.a.partialis sumptis triangulis.e.a.f.z. e.d.f. qȝ ergo





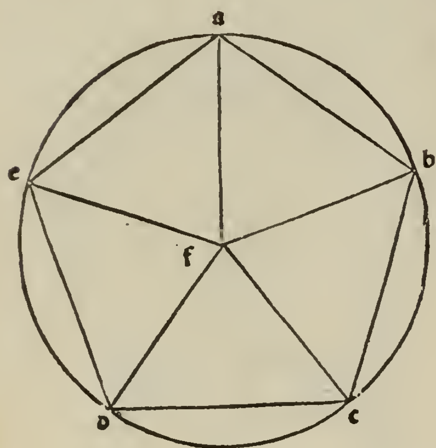
duo anguli.g.⁊.b.trianguli.g.f.b.ſunt equales duobus angulis.h.⁊.b. trianguli h.f.b.⁊ latus.f.b.cõe erit per.26.pꝛimi.f.h.equalis.f.g.¶Eodem modo ꝓbabis f. k.equalem.f.l.ſumptis triangulis.l.f.d.k.f.d.qm̃ igitur .5.linee.f.g.f.h.f.k.f.l. ⁊.f.m.ſunt equales.erit.f.centruꝫ circuli.per .9.tertij .quē deſcribemus ſm̄ quãtitatem vnius earum.⁊ tanget omnia latera penthagoni.ꝓpter equalitatem linearũ.⁊ nullum eoꝛum ſecabit per pꝛimam ꝑtem.15.tertij.ſicqꝫ cõſtat ꝓpoſitum.

Pꝛopoſitio .14.



Irca datum penthagonum qđ ſit equilaterum. atqꝫ equiangulum circulum deſcribere.

¶Sit vt pꝛius datus penthagonus equilaterus atqꝫ equiangulus. quia de alijs non eſt neceſſariũ hoc eſſe poſſibile.a.b.c.d.e.volo circa ipſum deſcribere circuluꝫ.hec eſt quaſi conuerſa.12.Duos eius ꝓpinquos angulos qui ſunt.a.⁊.e.diuido ꝑ equalia ductis lineis.a.f.⁊.f.e. quouſqꝫ concurrant intra ipſum penthagonũ in puncto.f.cõcurrent eni ⁊ intra pẽthagonum vt ꝓbatum eſt in pꝛemiſſa.⁊ a puncto cõcurſus duco ad reliquos angulos lineas que ſint.f.b.f.c.f.d.⁊ qꝛ duo latera.a.f.⁊.a.b.trianguli.a.f.b.ſunt equalia duobus lateribus.a.f.⁊.a.e.trianguli.a.f.e.⁊ angulus.a.vnius angulo: a. alterius erit ꝑ.4.pꝛimi.f.a.equalis.f.e.⁊ angulus.b.ꝑtialis angulo.e.ꝑtiali.⁊ quia.b.totalis eſt equalis.a.totali.⁊.e.totalis diuiſus eſt ꝑ equalia.erit ſimiliter.b.totalis diuiſus ꝑ equalia.hoc quoqꝫ modo ꝓbabis vtrũqꝫ angulorum.c.⁊.d.diuiſum eſſe per equalia.⁊.5.lineas.f.a.f.b.f.c.f.d.f.e.eſſe equales.quare ꝑ.9.tertij.f.erit centruꝫ circuli.ſicqꝫ patet ꝓpoſitum.

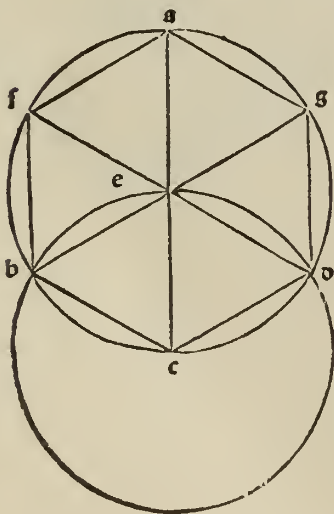


Pꝛopoſitio .15.



Ntra pꝛopoſitum circulum.exagonum equilaterum atqꝫ equiangulum deſcribere.¶Ex hoc itaqꝫ manifeſtum eſt ꝙ latus exagoni equũ eſt dimidio diametri circuli cui inſcribitur.

¶Sit ꝓpoſitus circulus.a.b.c.d.cuius centrum.e. volo ſibi inſcribere exagonum equilaterum atqꝫ equiangulũ.ꝓduco diametrum.a.e.c.⁊ ſm̄ quantitatem ſemidiametri.e.c.facto centro puncto.c.deſcribo circulum.e.b.d. ſecantem pꝛiorē in duobus punctis.b.d.a quibus ꝓduco duas diametros in circulo pꝛimo que ſint.b.e.g.d.e.f.trium ergo diametrorum extremitates coniungo.6.lineas que ſunt.a.f.f.b.b.c.c.d.d.g.⁊.g.a.quas dico continere exagonum queſitum.erit eni vt demonſtrat pꝛima pꝛimi vterqꝫ triangulorum.b.e.c.c.e.d. equilaterus. quare et equiangnlus ꝑ.5.eiuſdē ergo ꝑ.32.pꝛimi duo anguli.b.e.c.⁊.c.e.d.cũ vno equali vni eoꝛum ſunt equales duobus rectis ꝓpter id qđ quiſqꝫ eorum ē tertia duoꝛum rectoꝛum.ſed ipſi ꝑ.13.eiuſdē cũ angulo.d.e.g.ſunt equales duobus rectis.ergo angulus.d.e.g.e equalis vtriqꝫ eorum.quare ꝑ.15.eiuſdē. 6.anguli.qui ſunt ad.e.ſunt adinuicē equales.ergo ꝑ.25.tertij arcus in quos cadũt ſunt equales.quare ⁊ eorũ coꝛde ꝑ.28.eiuſdē qui ſũt latera ipſiꝰ exagoni.Equilaterꝰ igitur ē ſed ⁊ equiangulꝰ ꝑ.26.tertij ꝓpter id qđ ſex arcus in quos angularia puncta exagoni diuidũt circulũ bini ⁊ bini ſũpti ſũt adinuicē equales.vt arcꝰ.a.f.b.arcui.f.b.c.⁊ iõ angulus.f. qui cõſiſtit in p̃mo ē eq̃lis angulo.b:qui cõſiſtit i ſcđo. idē in ceteris .quare cõſtat ꝓpoſitum.¶Coꝛrelarium ex hoc patet ꝙ dimidiũ diametri ⁊ latus exagoni ſunt

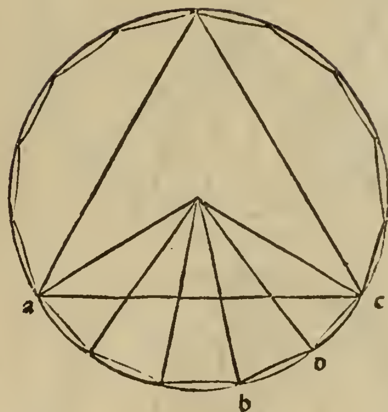


latera eiusdem trianguli equilateri. vt.e.c.z.c.b.z.c.d. ¶ Et nota ꝙ non propo/nitur circa propositum circulum exagonum equilaterum atq3 equiangulum desi/gnare. Nec intra talem exagonum aut circa talem circulum describere. quẽadmo/dum fecit de triangulo quadrato z penthagono. non q2 non sit necessariũ hoc eẽ possibile. sed quia hec tria per eadem precepta fiunt in penthagono equilatero et equiangulo. z in omni figura equilatera. atq3 equiangula quecunq3 fuerit. Unde quamcũq3 figurã equilaterã z equiangulã scimus circulo inscribere: eandẽ circulo extra. z circulũ sibi intra z extra: hisdem medijs per que hec in penthagono fecim⁹ describemus. ¶ Nota etiam ꝙ omnis figura equilatera circulo inscripta. aut cir/cũscripta est etiã necessario equiangula. de inscripta patet per 27. z. 26. tertij sum ptis arcubus circuli. quibus latera inscripte figure corde sũt binis z binis. In hos eni arcus ipsius figure anguli cadunt. De circũscripta autẽ ductis a circuli centro lineis ad omnes eius angulos. z ad loca cõtactus facile probabis. si plene intelle/cte demonstrationi. 13. huius diligẽs intellectus accesserit. erit eni vt omnes ipsi⁹ figure angulos linee a centro venientes p equalia diuidãt. sumptis itaq3 quibusli bet duobus eius ꝓximis lateribus cũ linea ad angulũ ab eis contentum. z cũ duo bus ad eorũ extremitates a centro venientibus duos triangulos ab eis cõtentos equiangulos adinuicẽ. p. 4. primi esse ꝓbabis. Sicq3 faciendo de omnibus patebit eos esse equiangulos p hanc cõmunẽ sciam quoꝝ dimidia sũt equalia. tota quoq3 esse equalia.

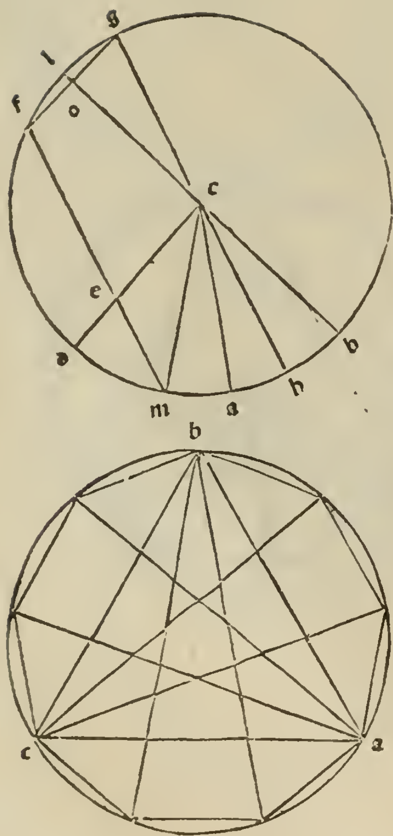
Propositio. 16.



Intra datu3 circulum. quindecagonum equilaterum atq3 equiangulũ designare. ¶ Deinde circa quẽlibet circulũ assignatu3 quindecagonum equilaterum atq3 equiangu lum atq3 intra datum quindecagonu3 circulũ describere ¶ Sit datus circulus. a.b.c. volo sibi inscribere quindecagonũ equi laterum z equiangulum. deinde etiam circũscribere atq3 intra talem quindecago/num ꝓpositum circulum describere. Non ꝓponit autem circa talem quindecago/num circulũ describere. quia hoc satis dat intelligere p alia que ꝓponit. In dato circulo iuxta doctrinã secunde huius. ꝓtraho latus trianguli equilateri. ꝙ sit. a.c z iuxta doctrinã scdi latus penthagoni equilateri atq3 equianguli qd sit. a.b. Et quia arcus. a.c. est totius circũferentie tertia: cuius arcus. a.b. est quinta. erit sup/fluum inter eos qd est arcus. b.c. due tertie: arcus. a.b. vel due quinte arcus. a.c. si ue due quintedecime totius circũferẽtie Nam in omni toto excedit tertia quintã. in duabus tertijs ipsius quinte. vel in duabus quintis ip sius tertie. siue in duab⁹ quintis decimis totius. hoc eni patet in quinta z tertia pmi numeri habẽtis quin tam z tertiam qui est. 15. eius enim tertia que est. 5. excedit eius quintam que ẽ tria in duabus vnitatibus que sunt due tertie ipsius ternarij qui ẽ quinta. vl' due quin te ipsius quinarij qui est tertia siue due quintedecime ipsius. 15. qui est totũ. diui/so igitur arcu. b.c. per equalia. in. d. patet vtrumq3 duorum arcuum. c.d. z. d.b. esse tertiam arcus. a.b. vl' quintam arcus. a.c. siue quintãdecimã totius circumfe/rentie. subtensis igitur eis cordis. c.d. z. d.b. coaptatisq3 continue intra datum cir culum sibi equalibus per primam huius complebitur figura proposita. ¶ Cetera vero duo que proponit cũ tertio ꝙ dat intelligere videlicet quindecagonũ circulo



circumscribere ac circulum quindecagono inscribere ac etiam circumscribere ex.12. 13.7.14.huius plene intellectis facile perficies. ¶Et nota ꝙ quamcunq; figuram equilateram circulo scimus inscribere duplo plurium laterum circulo scimus inscribere ⁊ circũscribere.⁊ ipsi circulum.diuisis eni arcubus quibus latera eius q̃ scitur inscribi subtenditur.per equalia ⁊ a punctis medijs ad extremitates laterũ ipsius figure ductis lineis fiet intra circulum figura duplo plurium laterum que erit equilatera per.28.tertij.ergo ⁊ equiangula.hoc enim demonstratũ est supra.15.huius ꝙ omnis figura equilatera circulo inscripta est etiam equiangula.Et quia hãc circulo scimus inscribere sciemus cetera tria per.12.13.⁊.14.huius. ¶Quia igitur scimus inscribere triangulum equilaterum: sciemus per hoc ⁊ exagonum ⁊ per exagonũ duodecagonũ ac per duodecagonu; figuram.24.laterum. ⁊ sic in infinitum duplando.Et licet per triangulum possit vt diximus inscribi exagonus.posuit tamen huius propriã demonstrationẽ ex qua sequitur potissima perutile. Et similiter quia scimus ⁊ inscribere quadratum sciemus per hoc inscribere omnem figurã cuius laterum numerus est pariter par.per penthagonum quoq; sciemus decagonum.⁊ figurã.20.laterum.sicq; continue duplando.idem quoq; intellige de quindecagono.per ipsum enim scientur figure.30.⁊.60.⁊ omnium continue duplatoꝝ laterum.¶Ceterarum autem figurarum de quibus ista non docet. vel que p has nõ habenť difficilis est scientia.⁊ parũ vtilis.vt sunt eptagona nonagena vndecagona. Qd si scirem⁹ triangulũ duũ equaliũ laterũ designare.cuius vterq; angulorum ad basim triplus esset ad reliquũ sciremus eptagonũ vt supra penthagonum circulo inscribere.ꝙ si vterq; quadruplus esset ad reliquũ sciremus nonagonũ.et si quintuplus.vndecagonũ. Jdemq; in ceteris figuris imparium laterum.posito vtroq; anguloꝝ ad basim multiplici ad reliquũ.per eum numerum qui est medietas.maximi paris sub impari numero laterum ipsius figure contenti.



Datũ angulũ in tria equa diuidere.Sit angulus dat⁹.c.volo ipsũ diuidere in tres eq̃les angulos qd sic facio.pono p̃mo.c.centrũ circuli describendo circulũ q̃litercũq; cõtingat. ⁊ ꝓtraho latera cõtinentia datũ angulũ vsq; quo secet circũferentiã in punctis.a.⁊.b.tunc a puncto.c.qd est centrũ circuli duco lineã. c.d. perpendicularit̃ ad lineã.c.b.⁊ in linea.c.d.assigno punctũ.e.a quo duco lineam ad equalitatẽ.c.b.vsq; quo secet circũferentiã circuli in puncto.f. ⁊ ꝓduco .e.vsq; a.deinde protraho lineã.g.h.equidistantẽ.f.a.que sc;.g.h.transeat per centrũ.⁊ duco lineam.f.g.equidistantẽ linee e.c.⁊ protraho lineam.c.h.incontinuũ ⁊ directum vsq; ad.l.que secat lineã.f.g.orthogonaliter in puncto.o.⁊ per equalia. dico ergo ꝙ arcus.l.g.est equalis arcui.b.h.propter hoc.ꝙ angulus.l.g. c. est equalis angulo.h.c.b.cũ sint contra se positi.Cum igitur arcus.f.g.sit duplus arcui.l.g. erit etiã duplus arcui.b.h.sed arcus.f.g.est equalis arcui.a. h.cũ sint inter duas lineas equidistantes que sunt.f.a.⁊.g.h.ergo arcus.h.a.est duplus arcui.b.h.ergo ⁊ angulus.a.c.h.est duplus angulo.h.c.b.diuidam ergo angulum.a. c.h. per equalia per lineam.c.m.⁊ patet propositum.

Jntra datũ circulũ nonãgulũ equilateꝝ atq; eq̃ãgulũ designare.qd sic fieri potest iuxta doctrinã scdc hui⁹.inscribã circulo assignato triangulũ eq̃lateꝝ atq; eq̃angulũ q̃ sit a.b.c.⁊ vnũquẽq; anguloꝝ ci⁹diuidã p tria eq̃lia ⁊ protrahã lineas diuidẽtes angulos vsq; ad circũferentiã ⁊ tunc qꝛ nouẽ anguli locati in circulo sũt equales de necessitate arcus suppositi ipsis angulis sunt equales. protrahã enim

cordas subtractas singulis arcubus & habebo intentum. Explicit liber quartus incipit liber quintus.

Diffinitio .1.



Ars est quantitas quantitatis minor maioris cum minor maiorem numeret.

¶ Pars quādoq; sumitur proprie: & hec est q̄ aliquotiens sumpta suum totum precise constituit: sine diminutione vel augmento: & dicitur suum totum numerare per illum numerum s̄m quē sumitur ad ipsi⁹ totius constitutionē: talem autem partem quā multiplicatiuā dicimus hic diffinit. ¶ Quādoq; sumitur cōmuniter & hec est qu: libet quantitas minor q̄ quotienscūq; sūpta suo toto min⁹ aut maius constituit. quā aggregatiuā dicimus: eo q cum alia quantitate diuersa totum suū cōstituat: p se aūt quotienscūq; sumpta fuerit non producat.

Diffinitio .2.



Multiplex est maior minoris quando eas minor metitur.

¶ Pars relatiue dicitur ad totu; & in istis duobus extremis consistit coru; adinuicē relatio: & ideo diffinito minori extremo diffinit hic maius: vocat aute; ipsum multiplex propter hoc q minus ipsū aliquotiens sumptu; constituat: erunt igitur relatiue dicta adinuicē: pars & multiplex. Nā omnis pars submultiplex: vt patet per eius diffinitionē.

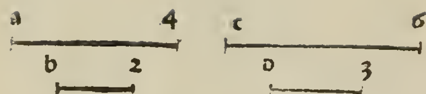
Diffinitio .3.



Proportio est duarum quantecunq; sint eiusdem generis quantitatum certa alterius ad alteram habitudo.

¶ Proportio est habitudo duarum rerum eiusdem generis adinuicem in eo q earu; altera maior aut minor: est reliqua vel sibi equalis. Non enim solu; in quantitatibus reperitur proportio. sed i pōderibus: potentijs et sonis. In ponderibus quidē & potētijs vult plato i thimeo esse proportionē: vbi elementorum numerū ostendit: in sonis autem esse proportionem liquet ex musica. Nam vt vult Boecius in quarto si quilibet neruus in duas inequales partes diuidatur. erit ipsaru; partiū suorumq; sonorum: eadem cōuerso modo proportio. S; in quibuscunq; proportio reperitur: ea participant naturā ꝓprietatēq; quātitatis: nō enim reperitur in aliquibus rebus duabus nisi in eo q earum vna est reliqua maior aut minor. aut sibi equalis. ¶ Quantitatis autem ꝓprium est s̄m ipsam equale vel inequale dici. vt vult Aristo. in predicamētis. vnde liquet ꝓportionē primo in quantitate reperiri. & per ipsam in omnibus alijs Nec esse in aliquib⁹ rebus proportionē cui similis nō sit in aliquibus quantitatib⁹ ꝓpter qō bene dixit euclides ꝓportionē simpliciter esse in quantitate cum eā diffiniuit per habitudinem duarū quantitatū eiusdem generis adinuicem. ¶ Cui⁹ diffinitionis intellectus ē: q proportio ē habitudo duarum quantitatum adinuicem que attenditur in eo q vna earum est maior aut minor alia vel sibi equalis: p qō patet q oportet eas esse eiusdem generis: vt duos numeros: aut duas lineas: aut duas superficies: aut duo corpa: aut duo loca: aut duo tempora. Non eni; potest

dici linea maior aut minor superficie. aut corpe nec tempus loco. sed linea. linea & superficies superficie. Sola enim vniuoca compabilia sunt. ¶ Qd autem dicit certa habitudo non sic intelligas quasi nota vel scita. sed quasi determinata: ut sit sensus. Proportio est determinata habitudo duarum quantitatum: ita inquã determinata q hec & non alia. Non enim est necessarium vt omnis habitudo duarũ quantitatum sit scita a nobis: nec etiã a natura. ¶ Nam proportio quedam est discretorum vt numerorum. quedã aũt continuorum. In numeris autẽ minor ẽ pars aut partes maiores vt demonstratur in septimo: quare & in eis omnibus est habitudo certa & nota. ¶ At vero in continuis est proportio magis larga: est enim i eis vbi minor quantitas est pars: aut ptes maioris: & talium omnium mediantibus numeris ẽ proportio nota: que & rationalis dicitur. Dicuntur qz omnes tales quantitates cõmunicantes: quia eas vna & eadẽ necessario metitur. vnde & omnes numeri sũt cõmunicantes. omnes enĩ ipsos metitur vnitas. Est etiam vbi minor non ẽ pars. aut partes maioris & in talibus nõ est nota proportio. nec nobis nec nature. Diciturqz hec proportio irrõnalis: & hee quãtitates incõmunicantes: vnde fit: ut quecunqz proportio reperitur in numeris reperiatur in omni genere continuorum: vt in lineis superficiebus corporibus & temporibus: nõ autem econuerso: infinite enĩ sunt proportiones in continuis reperte: quas numerorum natura nõ sustinet. Sz quecunqz proportio reperitur in vno genere continuorum eadem reperitur i oibus alijs. Nam qualitercunqz se habet aliqua linea ad quãlibet aliam: sic se habet quelibet superficies ad aliquã aliã. & quodlibet corpus ad aliqd aliud: similiter & tempus. sed non sic qulibet numerus ad aliquẽ aliũ: vnde magis ẽ larga proportio in continuis. qz in discretis Ex quo manifestum est proportionẽ geometricam esse maioris abstractionis: qz proportionem arismeticam: omnis enĩ proportio circa quã arismetica versatur rõnalis est: geometria vero rõnales & irrõnales eqliter considerat.



Diffinitio .4.



Proportionalitas est similitudo proportionum.

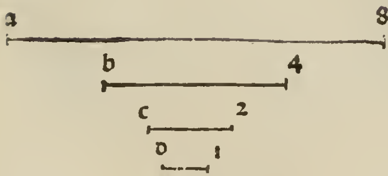
¶ Ut si dicamus q que est proportio. a. ad. b. ea est etiam. c. ad. d. proportio que est inter. a. & b. similis est illi que est inter. c. & d. hec autem silitudo que ex istis proportionibus resultat dicitur proportiõalitas

Diffinitio .5.

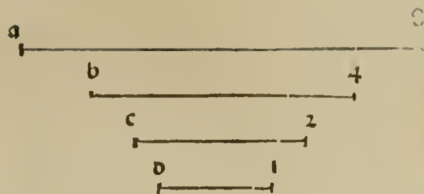


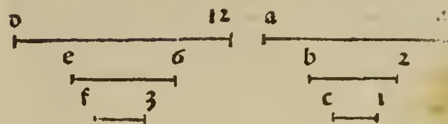
Quantitates que dicuntur continuam habere proportionalitatem: sunt quarum eque multiplicia: aut equa sũt: aut eque sibi sine interruptiõe addunt aut minuunt.

¶ Supposita diuisione proportionalitatis p cõtinuã & discõtinuam diffinit mẽbra diuidentia. & primo cõtinuã imo vt verius dicã: supposita diuisione proportionalium p continue proportionalia & incõtinue: diffinit nõ cõtinuã proportionalitatẽ: nec incõtinuam: sed cõtinue proportionalia & incontinue. diffinitio autem continue proportionalitatis & incõtinue satis patet per diffinitionẽ cõtinue proportionalium & incontinue. ¶ Cõtinua aũt proportionalitas ẽ cũ quotlibet quãtitatũ eiusdẽ generis in qua proportiõe prima antecedit scdam in eadẽ quelibet aliarum antecedit pximo cõsequentẽ. vt cũ dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. b ad. c. & c. ad. d. eritqz quelibet earum antecedens & consequens: excepta prima que est solũ antecedens: & vltima que est tm̃ cõsequens. Et in hac proportionalitate necesse est omnes quantitates esse eiusdem generis propter cõtinuationẽ propor/



tionū eo ꝙ nō sit ꝓportio inter quantitates generum diuersoꝝ: ⁊ hec erit ad min⁹ in tribus terminis constituta. ¶ Incōtinua autem est cū quatuor quantitatū siue omnes fuerint eiusdē generis siue due prime vnius ⁊ due postreme alterius: i qua proportione prima antecedit scđam in eadē tertia antecedit quartā: vt cū dicimus sicut se habet. a. ad. b. ita. c. ad. d. eritqꝫ earum quelibet: aut tm̄ antecedēs aut tm̄ consequens: nec est necesse vt sint omnes quatuor eiusdē generis sicut erat in proportionalitate cōtinua: eo ꝙ cōsequēs prime proportionis nō cōtinuat̄ antecedenti scđe: sed possibile est vt sint eiusdē generis: ⁊ possibile est vt sint diuersoꝝ. Sicut eni contingit lineā repiri duplam ad lineam aut triplam: ita superficiem ad superficiē: ⁊ corpus ad corpus: ⁊ tēpus ad tempus: ⁊ numerus ad numeꝝ. ¶ Viso quid sit continua ꝓportionalitas. ⁊ quid incōtinua explanemus diffinitionē continue ꝓportionaliū premissam. Quantitates inquit proportionales cōtinue sunt quaꝝ eq̄ multiplicia aut sibi sunt eq̄lia: aut eq̄ sibi sine iterruptione addūt: aut minuūt verbi gratia. Sint tres quātitates eiusdē generis. a. b. c. ad quas sumant̄. d. e. f. eq̄ multiplicia: vt sicut. d est multiplex ad. a. ita. e. sit multiplex ad. b ⁊. f. ad. c. erūtqꝫ omnes in eodē genere. Multiplicia eni ⁊ submultiplicia in eodē sunt genere: sitqꝫ vt. d. e. f. aut sint equalia adinuicē: aut silr̄ se habeant in addendo aut minuendo ita ꝙ sicut. d. addit super. e. aut minuit ab ipso: ita. e. addat sup. f. aut minuat ab ipso. Cū hec inquā multiplicia sic se habuerint erūt tres quātitates. a. b. c. cōtinue ꝓportionales. Multiplicia autē nō intelligas silr̄ sic se habere in addēdo aut minuendo quantū ad quantitatē excessus: sed quantū ad proportionē: aliter eni diffinitio esset falsa. Nam quarūlibet quantitatū eiusdē generis equis se differentijs excedentium eque multiplicia accepta equis etiā differentijs se excedūt: vnde silr̄ se habent in addendo ⁊ minuendo quantū ad quātitatem excessus. Nec tamē priores quātitates sūt cōtinue proportionales: imo minoꝝ est semp maior proportio. hoc autē ideo euenit qm̄ eaꝝ multiplicia nō silr̄ se excedunt quātū ad proportionē. sed solū quantū ad quantitatē excessus: est eni ⁊ ibi in minoribus multiplicib⁹ maior proportio. verbi gratia: sumant̄ tres numeri equis differentijs se excedentes: immediate videlicet arismetice: vt. 2. 3. 4. horuꝫ trium omnes eque multiplices equalit̄er se excedunt. dupli quidē binario tripli ternario. ⁊ sic de ceteris: nō tamen sunt. 2. 3. 4. cōtinue proportionalia: imo minoꝝ est maior proportio: est eni ipsoꝝ ꝓportio sesquialtera: ⁊ maioꝝ sesquitertia: q: ergo inter eos nō est similitudo proportionū. Nō erit inter eos ꝓportionalitas: ⁊ iō neqꝫ continua neqꝫ incontinua. patet ergo similitudinē illam additionis aut diminutionis nō intelligi quantū ad quantitatem excessus: sed quantum ad proportionem: erit itaqꝫ sensus diffinitionis premisse. Continua proportionalia sunt quarū omnia multiplicia equalia sūt continue proportionalia: sed noluit ipsam diffinitioneꝫ proponere sub hac forma quia tunc diffiniret idem p idem: aperte tamē rei est istud cum sua diffinitione cōuertibile. Tres autem quantitates. a. b. c. oportet esse eiusdē generis ad hoc ut earum multiplicia sibi inuicem equalia sint: aut similiter se habeant in addendo aut minuendo. Si enim. a. ⁊. b. essent diuersorum generum. essent etiā. d. ⁊. e. ipsarum a. ⁊. b. multiplicia eorūdē diuersorum generum: propter hoc ꝙ multiplicia ⁊ submultiplicia eiusdē sūt generis: quare. d. nō esset equalis. e. nec ea maior: aut mior. Nam quantitates diuersorum generum non sunt adinuicem comparabiles.

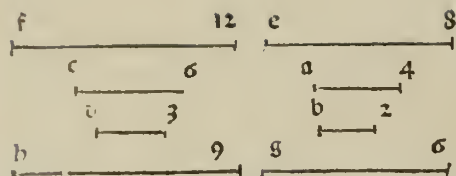




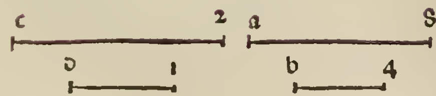
Diffinitio. 6.



Uantitates que dicunt̃ eẽ ƀm ꝓportionẽ vnã prima ad secũdã ⁊ tertia ad quartã sunt quaꝝ prime ⁊ tertie multiplices equales multiplicibus secũde ⁊ quarte equalibus fuerint similes vel additione vel diminutione vel equalitate eodem ordine sumpte.



¶ Posita superi⁹ diffinitione quãtitatũ continue ꝓportionaliũ. hic ponit diffinitionẽ incõtinue ꝓportionaliũ: ⁊ ẽ ꝙ quarũlibet. 4. quantitatũ quaꝝ prime ⁊ tertie eque multiplicia sũpta fuerint: itẽq̃ scõe ⁊ quarte eque multiplicia: fueritq̃ multiplex prime sic se habens ad multiplex scõe quantũ ad additionẽ aut diminutionẽ aut equalitatẽ: sicut multiplex tertie ad multiplex q̃rte: erit ꝓportio pme earũ ad scõam: sicut tertie ad q̃rtã. verbi grã. Sint q̃tuor quãtitates. a. b. c. d. sumanť q̃ ad pmã ⁊ ad tertiã que sunt. a. ⁊. c. eq̃ multiplicia vtpote dupla: que sint. e. ⁊. f. Itẽq̃ ad scõam ⁊ quartã que sunt. b. ⁊. d. sumãť alia eq̃ multiplicia: vtpote tripla. q̃ sint g. ⁊. h. sitq̃ vt hec. 4. multiplicia sic sũpta cõpata adinuicem ƀm ordinẽ primarum quatuor quantitatum: ita videlicet ꝙ. e. cõpetur ad. g. ⁊. f. ad. h. non autẽ. e. ad. f. aut. g. ad. h. sint similia in additione diminutione ⁊ equalitate: videlicet ꝙ si. e. addit supra. g. ⁊ silr. f. addat supra. h. aut si. e. minuit. a. g. ⁊. f. similiter minuat. ab. h aut si. e. est equalis. g. ⁊ similiter. f. sit equale. h. tunc proportio. a. ad. b. est sicut. c ad. d. similitudo autem in addendo aut diminuendo intelligatur hic sicut in diffinitione cõtinue ꝓportionaliũ: videlicet nõ quantũ ad quantitatẽ excessus. sed q̃ntum ad proportionẽ. ¶ Qđ aũt dicit eodẽ ordine sumpte intelligatur sicut expositum est: videlicet vt multiplicia non referanť adinuicem ƀm ordinẽ earum quantitatum: quibus eque multiplicia assumunť. vt multiplex prime non referať ad multiplex tertie: aut multiplex scõe ad multiplex quarte. sed referatur ƀm primũ ordinẽ ipsaꝝ. 4. quantitatum: videlicet multiplex prime ad multiplex scõe. ⁊ multiplex tertie ad multiplex quarte. ¶ Erit itaq̃ sensus istius diffinitionis. Incõtinue ꝓportionales sunt quatuor quãtitates ⁊ ꝓportio prime ad scõam ẽ sicut tertie ad quartam cũ sumptis eque multiplicibus ad primã ⁊ tertiam. Itẽq̃ eque multiplicibus ad scõam ⁊ quartã erit ꝓportio multiplicis prime ad multiplex scõe: sicut multiplicis tertie ad multiplex quarte: sed nõ diffiniuit sub hac forma. propter cãm predictã. licet a pte rei idẽ sit. Nõ ẽ autẽ necessariũ ut quatuor quantitates. a. b. c. d. sint eiusdem generis: eo ꝙ. b. nõ continuať in proportione: cum. c. sed possunt eẽ due prime vnius generis: ⁊ due sequentes alterius. ꝑ qđ patet ꝙ necesse est referri multiplex prime ad multiplex secunde: ⁊ multiplex tertie ad multiplex quarte. nõ autẽ multiplex prime ad multiplex tertie: aut multiplex scõe ad multiplex quarte q̃ non semp sunt eiusdẽ generis. multiplex pme ⁊ tertie: nec multiplex scõe ⁊ q̃rte: fuit autẽ necesse sumere eq̃ multiplices ad pmã ⁊ tertiã: itẽq̃ eque multiplices ad scõam ⁊ q̃rtam: ⁊ nõ eque multiplices ad primã ⁊ scõam: ⁊ itẽ non eque ad tertiã ⁊ quartã q̃ nisi ꝑ mltipliciũ sũptionẽ cõtinuãť termini pme ꝓportiõis cũ terminis scõe. nõ erit ꝑ quid sit ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d.



Diffinitio .7.



Uantitates quarũ ꝓportio ẽ vna ꝓportiõales noĩantur.

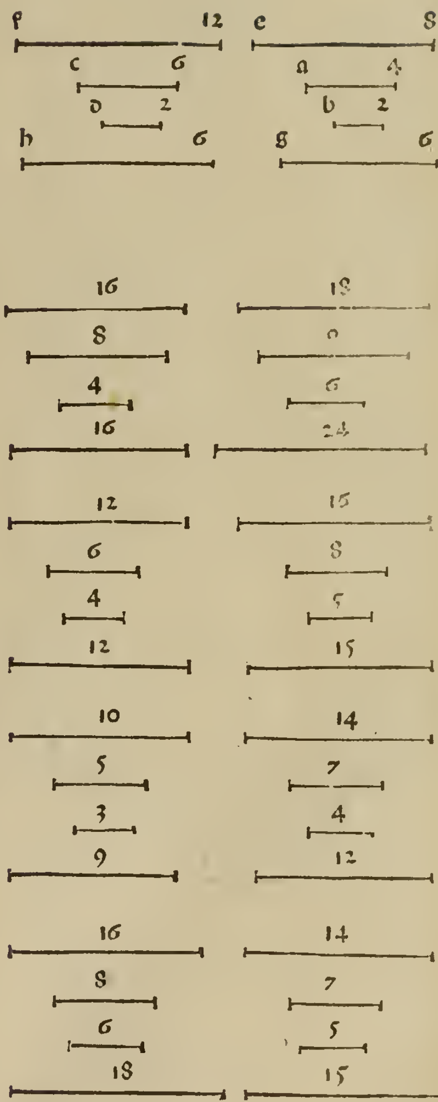
¶ Postquã diffiniuit quantitates continue proportionales ⁊ incontinue diffiniuit quantitates ꝓportionales simplr: et ꝑ diffinitio.

Diffinitio .8.



Um fuerint prime ⁊ tertie eque multiplices. Itemq̃ʒ secunde ⁊ quarte eque multiplices. addetq̃ʒ multiplex prime super multiplicem secunde. Nō addet autē multiplex tertie super multiplicē quarte. dicetur prima maioris proportionis ad scđam q̃ʒ tertia ad quartam.

¶ Diffinitis quãtitatibus proportionalibus diffinit quantitates imꝓportiōales Sūt aūt imꝓportionales inter quas ē filitudo proportionū qḋ cōtigit dupliciter aut quia maior est ꝓportio p̄me ad secundā q̃ʒ tertie ad quartā: aut quia minor ⁊ ideo eius sunt due species. Prima quando maior est ꝓportio primi ad scđm q̃ʒ tertij ad quartum: ⁊ dicitur hoc maior improportionalitas. ¶ Secūda vero qñ minor est proportio primi ad scđm q̃ʒ tertij ad quartū: ⁊ dicit̃ minor improportionalitas. diffinit ergo eas inter quas est maior proportio primi ad scđam q̃ʒ tertie ad quartā que est maior inproportionalitas: diffinitionē autē earum inter quas est minor proportio prime ad scđam q̃ʒ tertie ad quartā non ponit quia ipsa patet ex alia. ¶ Cū igit̃ fuerint. 4. quantitates ad quarum p̄mam ⁊ tertiā sumpta sint eque multiplicia. ⁊ ad scđam ⁊ quartā eque multiplicia ⁊ multiplicia p̄me ⁊ scđe relata adinuicē non se habebunt similiter multiplicibus teritie ⁊ quarte relatis adinuicem in additione diminutione ⁊ eq̃litate: ille. 4. quantitates erunt improportionales. ¶ Qḋ si ita fuerit ꝙ multiplex prime sit equale multiplici scđe. multiplex vero tertie sit minus multiplici quarte. Aut ꝙ multiplex p̄me sit maius multiplici scđe. multiplex aūt tertie sit equale. aut minus multiplici quarte. Aut ꝙ multiplex p̄me sit maius multiplici secūde: ⁊ similiter multiplex tertie multiplici quarte: verūtamen plus excedit quãtum ad proportionem non quantum ad quãtitatē excessus. multiplex prime multiplex scđe q̃ʒ multiplex tertie multiplex q̃rte. Aut ꝙ multiplex prime sit minꝰ multiplici scđe. ⁊ silr̃ multiplex tertie multiplici quarte. verūtñ minus minuit quãtū ad proportionē non quãtū ad quãtitatē excessus: multiplex prime multiplici secūde: q̃ʒ multiplex tertie a multiplici quarte: erit quolibet istoꝝ. 4. modoꝝ maior proportio prime ad secūdā q̃ʒ tertie ad quartā. Quatuor autē modis istis oppositis erit minor ꝓportio p̄me ad secūdā q̃ʒ tertie ad q̃rtā. Exempla aūt istoꝝ oīum euidenter sumēt̃ ex numeris. Additio q̃lla multiplicis p̄me super multiplex secūde. Non aūt multiplicis tertie sup̱ multiplex quarte: de qua loquitur auctor in diffinitione: latitudinē habet ad istos. 4. modos predictos ⁊ ipsos comprehēdit. vñ sensus istiꝰ diffinitionis ē cū sūptis sit multiplicibꝰ vt proponit fuerit maior proportio multiplicis p̄me ad multiplex secūde q̃ʒ multiplicis tertie ad mltiplex q̃rte: erit maior ꝓportio p̄me ad 2am q̃ʒ tertie ad q̃rtā: nō diffinimit autē sub hac forma ꝓpter cōeʒ cām p̄us dictā. Vel possumꝰ dicere ꝙ additio mltiplicis p̄me sup̱ multiplex secūde: ⁊ nō multiplicis tertie sup̱ mltiplex q̃rte: de q̃ loquit̃ in p̄missa diffinitione maioris iꝓportionalitatis ꝓprie accipit̃ prout verba diffinitionis sonãt: ⁊ nō se extēdit nisi ad scđm q̃tuor predictoꝝ modoꝝ: lʒ reuera quolibet illoꝝ q̃tuor modoꝝ sit maior ꝓportio prime ad secūdā q̃ʒ tertie ad quartam vñ sensus illius diffinitionis ē cū sūptis sit multiplicibꝰ vt ꝓponit si multiplici prime exñte maiori multiplici secūde: non sit necessariū ꝙ multiplex tertie sit maius multiplici quarte: tūc erit maior ꝓportio prime ad secūdā q̃ʒ tertie ad quartam. propter hoc autem non posuit reliquos tres additionis modos in predicta diffinitione: q̃ iste est illis omnibꝰ magis planꝰ: ⁊ ad dictā diffinitionē sufficiēs. Nusq̃ʒ



eni est maior proportio prime.4.quantitatũ ad scdam q̃3 tertie ad quartam: quin contingat aliqua eque multiplicia ad primã ⁊ tertiã repiri. Que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia scde ⁊ quarte: inuenietur multiplex prime addere super multiplex scde: nõ aũt multiplex tertie super multiplex quarte. Nec vsq̃3 contingit hoc reperire quin sit maior proportio prime ad scdam q̃3 tertie ad quartam vt demonstrabimus infra supra decimam huius. ¶ Possunt autem esse hec quãtitates improportionales diuersoꝝ generum sicut ⁊ quãtitates incõtinue proportionales si inter eas fuerit incõtinua improportionalitas: vt si dicatur maior est proportio a.ad.b.q̃3.c.ad.d. Si autem fuerit continua improportionalitas erũt oẽs eiusdẽ generis necessario sicut sunt in continua proportionalitate. vt si dicatur maior est proportio.a.ad.b.q̃3.b.ad.c.

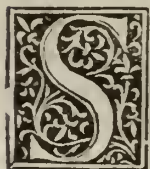
Diffinitio .9.



Est autem proportionalitas ad minus inter tres termios constituta.

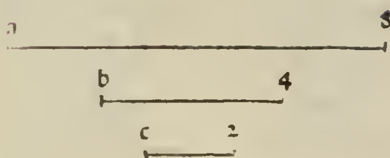
¶ Postq̃3 auctor diffiniuit ꝓportionẽ ꝓportionalitatẽ ⁊ q̃ntitates ꝓportionales ⁊ iꝓportionales. ostẽdit q̃s sit minim⁹ numer⁹ terminorũ inter quos proportionalitas potest cõsistere maximũ autẽ nõ ponit: quia illum nõ cõtingit sumere: potest enim proportio quelibet continuari i terminis infinitis: siue fuerit rõnalis proportio siue irrõnalis. ¶ Ad proportionalitatẽ aũt exigunt ad minus due proportiões siles: eo ꝙ proportiõalitas sit similitudo proportionũ. Quelibet aũt proportio habet antecedens ⁊ consequẽs: ergo q̃libet proportionalitas habet ad minus duo antecedẽtia ⁊ duo consequẽtia: hoc ẽ impossibile fieri in paucioribus q̃3 tribus terminis: in quibus medius coꝝ fiet antecedẽs ⁊ ꝯsequẽs: ⁊ iõ proportiõalitas erit ꝯtinua: quare in trib⁹ terminis ad minus erit cõtinua proportionalitas cõstituta. Incõtinua aũt non erit i paucior ib⁹ q̃3 in.4.eo ꝙ in ipsa quilibet termin⁹ ẽ tm̃ antecedẽs: aut tm̃ ꝯñs: idem intellige de minori numero terminoꝝ improportionalitatis. Si enim fuerit ꝯtinua: erit ad minus inter tres terminos. Si incõtinua ad minus inter quatuor.

Diffinitio 10.



Si fuerit tres q̃ntitates ꝯtinue ꝓportiõales dicef ꝓportio prime ad tertiã. ꝓportio prime ad scdam duplicata.

¶ Diffinit proportionẽ q̃ ẽ iter extremos termios continue proportionalitatis in trib⁹ termis cõstitute. ⁊ dicit ꝙ si fuerit proportio primi ad scdm sicut scdi ad tertiũ: erit proportio p̃mi ad tertiũ sicut primi ad scdm duplicata: hoc ẽ ex duabus talib⁹ cõposita. siue qd idẽ ẽ erit proportio primi ad tertiũ. sicut p̃mi ad scdm duplicata: hoc est in se multiplicata. verbi grã. i numeris Sint.3.numeri cõtinue proportionales: sintq̃3 continue dupli: vt.2.4.8 proportio primi ad tertiũ erit sicut proportio p̃mi ad scdm in se multiplicata: proportio aũt p̃mi ad scdm ẽ dupla: dupla vero in se multiplicata: producit quadruplã: vnde proportio extremoꝝ ẽ quadrupla: videlicet duplũ dupli: vel scdm prioꝝ expositionem proportio extremorum est sicut proportio primi ad secundũ duplicata: quia quadrupla constat ex duabus duplis.

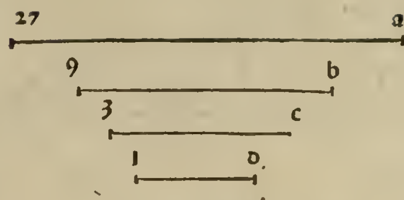




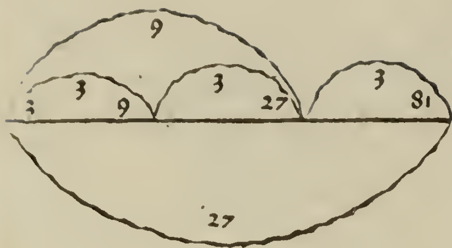
Diffinitio .11.

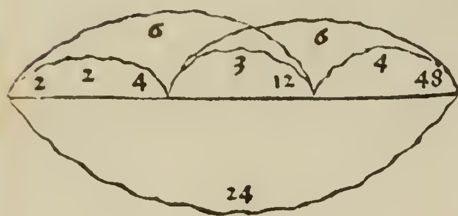
Cum fuerit q̃tuor q̃ntitates ꝯtinue ꝓportionales. ꝓportio prime ad quartã dicef ꝓportio prime ad scdã triplicata

¶ Diffinit ꝓportionē q̄ ē īter extremos termīos ꝯtinue ꝓportiōalitatis ī.4.termi nis ꝯstitute: ⁊ dicit ꝙ si fuerit.4.q̄ntitates ꝯtinue ꝓportionales erit ꝓportio p̄me ad q̄rtā sicut ꝓportio p̄me ad scđam triplicata hoc ē ex tribus talib⁹ cōposita. q̄n̄ tales inueniūtur in ea: siue qđ idem est: erit proportio prime ad quartam sicut pri me ad secundam triplicata. hoc est in se. postea in productum multiplicata. Verbi gratia: in numeris. Sunt quatuor numeri continue proportionales: sintq; cōtinue tripli. vt sint.1.3.9.27. proportio primi ad quartum erit sicut ꝓportio primi ad secundū in se postea productū multiplicata: proportio autem primi ad secūdum est tripla: tripla vero in se multiplicata ꝓducit nocuplā ⁊ tripla in nocuplam pro/ ducit vigincuplam septuplam. erit itaq; proportio extremorum vigincupla septu/ pla. qđ est triplum tripli. Vel ſm priorem expositionem proportio extremorum ē sicut proportio primi ad scđm triplicata: quia vigincupla septupla constat ex tri bus triplis. Non diffinit autem proportionem extremorum continue proportio/ nalitatis inter plures q̄ȝ quatuor terminos cōstitute: propter id ꝙ dimensiones in rebus naturalibus reperte non excedunt ternariū. ¶ Denominatio autem ꝓpor/ tionis duarum quantitatum quibus nullum interponitur medium habet naturaȝ linee. Earuȝ vero quibus interponitur vnū mediū in cōtinua ꝓportionalitate ha bet naturā superficiei eo qđ fit ex multiplicatione denomiationis duarū primarū in se. Omne autem qđ ex multiplicatione linee: in lineam ꝓducitur: naturā habet superficiei: si in se quidē quadrati: si vero in alterā parte altera longioris. Sed ꝓ/ portionis earum quantitatuȝ denominatio quibus in cōtinua ꝓportione duo me dia interponuntur naturam habet solidi: quia prouenit ex multiplicatione deno/ minationis duarum primarum primo in se. ex qua multiplicatione producitur su perficies: deinde in productum ex qua multiplicatione prouenit solidum siue cor/ pus: omne ⁊ enim qđ ex multiplicatione linee in superficiem producitur crescit iso lidum. ¶ Est ergo ac si diceret proportio duarum quantitatum est simplex inter/ uallum: ⁊ habens naturam simplicis dimensionis ut linee: proportionalitas au/ tem trium est duplex interuallum: ⁊ habens naturam duplicis dimensionis vt su/ perficiei: proportionalitas aūt quatuor est triplex interuallum: ⁊ habens naturā trine dimensionis ut solidi. Et quia dimensiones vlterius non procedunt. ideo nō diffiniuit proportionem contentam inter extremos proporcionalitatis in quinq; terminis: aut pluribus constitute: vel non diffiniuit proportionem in his quia ea rum ꝓportio habetur ex predictis diffinitionibus. Si enim in tribus terminis ꝓ/ portio extremorum cōstat ex proportione primorum duplicata: ⁊ in q̄tuor termi/ nis cōstat ex eadem triplicata: i.5.terminis constat ex eadem quadruplicata: ⁊ in sex ex eadē quīcuplicata: vn̄ queadmodū i trib⁹ termīs ꝯtinue ꝓportiōalib⁹ ꝓpor tio extremoꝝ ꝯtinet ꝓportionē p̄moꝝ bis. ⁊ i.4.termīs ter. sic i.5.termis ꝯtinebit quater. ⁊ in sex quinquies. ⁊ ita deinceps. ut semꝑ ꝓportio extremoꝝ i termis cō/ tinue ꝓportionalibus totiēs cōtineat ꝓportionē p̄morum quot sunt omnes ter/ mini min⁹ vno. Siľiter quoq; si ꝓportio extremoꝝ cōtinue proportiōalitatis i tri bus termis ꝯstitute ē ea q̄ producit̄ ex proportōe p̄moꝝ in se semel multiplicata: ⁊ in.4. in se bis multiplicata: in quinq; terminis ea que producitur ex proportione p̄morum in se ter multiplicata. ⁊ i.6.termis quater: ⁊ sic semꝑ ut termini fuerint duobus plures multiplicationibus: siue vt multiplicationes sint equales medijs



extremis interpositis. Et nota quod etiam in proportionalitate continua extremorum proportio producitur ex omnibus proportionibus intermediis. ¶ Ex predictis apparet quod proportio extremorum continue proportionalitatis in tribus termis constitute denominatur a quadrato: in quatuor vero terminis constitute denominatur a cubo: quorum quidem quadrati et cubi latus est denominatio proportionis primi ad secundum: verbi gratia: in numeris Sint quatuor numeri continue proportionales qui sint continue tripli. 3.9.27.81. proportio primi ad secundum denominatur a ternario. est enim tripla: primi vero ad tertium a nonario qui est quadratus ternarii. nam ipsa est nocupla. At vero proportio primi ad quartum denominatur. a. 27. qui est cubus denominationis proportionis primi ad secundam videlicet ternarii. ipsa enim est viginacupla septupla. ¶ Et proportio extremorum in proportionalitatis continue in tribus terminis constitute denominatur a superficiali non quadrato: cuius latera sunt denominationes ipsarum proportionum. in quatuor vero terminis constitute denominatur a solido non cubo. cuius tria latera sunt denominationes trium proportionum: quod etiam patet in numeris. Sint quatuor numeri continue improportionales: qui sunt. 2.4.12.48. in quibus proportio primi ad secundum est dupla: secundi ad tertium tripla: et ideo primi ad tertium sexcupla: tertii vero ad quartum quadrupla: et ideo primi ad quartum viginacuplum quadrupla. Senarius ergo qui est denominatio proportionis primi ad tertium est superficialis: cuius latera sunt duo et tria. qui sunt denominationes duarum primarum proportionum 24. vero qui est denominatio proportionis primi ad quartum est solidus cuius latus sunt. 2.3.et.4. qui sunt denominationes trium proportionum inter illos quatuor terminos entium.



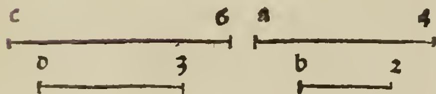


Diffinitio .12.



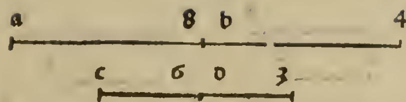
Quantitates que sunt in proportione vna. antecedens ad consequentem et antecedens ad consequentem. dicetur econtrario sicut consequens ad antecedentem. sic consequens ad antecedentem. ¶ Itemque permutatim sicut antecedens ad antecedentem sic etiam consequens ad consequentem.

¶ Diffinit species proportionalitatis que sunt. 6. videlicet conuersa. permutata. disiuncta: coniuncta: euersa et equa. ¶ Sunt autem hee species quasi quidam modi arguendi: diffinit ergo primo conuersam proportionalitatem et permutatam: in quibus manent antecedentia et consequentia eadem secundum substantiam: quod non est in disiuncta: coniuncta aut euersa: et in quibus nihil extra sumitur ut in equa: vocat autem antecedens primum extremum proportionis: consequens vero vocat secundum. ¶ Vult itaque per hanc diffinitionem quod si fuerit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et ex hoc ego concludam: ergo. b. ad. a. sicut. d. ad. c. videlicet vt faciam de antecedentibus consequentia et de consequentibus antecedentia: quod iste modus arguendi vocetur proportionalitas econtrario siue conuersa. Si autem sic arguam. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ergo. a. ad. c. sicut. b. ad. d. videlicet vt ambo extrema prime proportionis: fiant antecedentia: et ambo extrema secunde consequentia: vult quod iste modus arguendi vocetur proportionalitas permutata: et in isto modo arguendi fit antecedens secunde proportionis consequens: et consequens prime antecedens.



Propositio. 13.

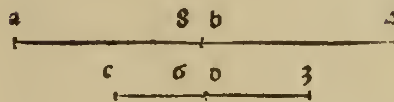

Oniuncta vero proportionaltas dicitur quotiens sicut antecedens cum consequente ad cōsequens. sic etiam antecedens cum consequente ad consequens.



¶ Diffinit coniunctam disiunctam et euersam in quibus etiam nihil extra sumitur sed termini non manent in ipsis. idem s̄m substantiā et vult q̄ si ita fuerit. vt sit. a. ad. b. sicut. c. ad. d. et ego ex hoc concludam. ergo totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. q̄ iste modus arguendi dicatur proportionalitas coniuncta.

Propositio. 14.

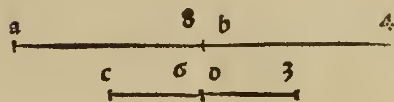

Isiuncta vero proportionalitas dicitur augmētorum antecedentium supra consequentia equa comparatio.



¶ Uult q̄ si fuerit proportio totius. a. b. ad. b. sicut totius. c. d. ad. d. et ex hoc ego concludam. ergo. a. ad. b. sicut. c. ad. d. q̄ iste modus arguendi vocetur disiuncta proportionalitas.

Propositio .15.

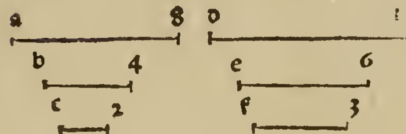

Uersa proportionalitas dicitur quorūlibet antecedentiū ad augmenta sui supra cōsequentia sua similitudo proportionum.



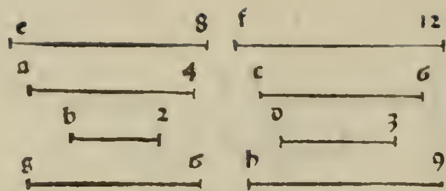
¶ Uult q̄ si fuerit. a. b. ad. b. sicut. c. d. ad. d. et ex hoc ego concludā ergo. a. b. ad. a. sicut. c. d. ad. c. q̄ iste modus arguendi dicatur euersa proportionalitas.

Propositio .16.


Qua proportionalitas dicitur quātitatibus plurimis propositis aliisq̄ scd̄m eundem numerū in vna proportione applicatis mediorum equali numero remoto vtrorumq̄ summorum similitudo proportionum.



¶ Diffinit equam proportionalitatem que ad probandum propositum ad extra sumit̄. et vult q̄ si sumant̄ quotlibet quantitates. vt. a. b. c. itemq̄ totidem alie siue sint eiusdem generis cum primis. siue alterius. vt. d. e. f. fuerintq̄ secunde in proportiōe primaꝝ siue eodē ordine. vt si dicatur. a. ad. b. sicut. d. ad. e et. b. ad. c. sicut. e. ad. f. siue ordine cōuerso vt si dicat̄. a. ad. b. sicut. e. ad. f. et. b. ad. c. sicut. d. ad. e. et ex hoc concludatur. ergo. a. ad. c. sicut. d. ad. f. q̄ iste modus arguendi vocetur equa proportionalitas. ¶ Horum autē 6. modorum arguendi qui dicūtur species ꝓportionalitatis quatuor ꝓbat auctor in lrā infra in isto. 5. Permutatam quidē proportionalitatem probat in. 16. huius. disiunctā vero in. 17. coniunctam in. 18. equam vero proportionalitatē demonstrat. in. 22. et 23. Sed in. 22. cū quantitates duorū ordinū eodē ordine sunt proportionales. in. 23. cū vero sūt ꝓportionales ordine conuerso. Cōuersam vero ꝓportionalitatē: aut euersā non demōstrāt eo q̄ conuersa p3 ex diffinitiōe quātitatū icōtinue ꝓportionaliū. Euersa aūt p3 ex pmutata adinuicē. 19. vt sup eādē. 19. sum⁹ dicturi. qualr̄ autē ꝯuersa ꝓportiōalitas ex dione quātitatū icōtinue ꝓportiōaliū māifesta sit demōstrem⁹ nūc. ¶ Sit ergo ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. volo ꝰ demōstrare. qḋ erit b. ad. a.



sicut.d.ad.c.sumatur.e.ad.a.⁊.f.ad.c.eque multiplicia.similiter quoq3.g. ad.b. ⁊.h.ad.d.eque multiplicia.eritq3 per conuersionem diffinitionis quātitatum in/continue proportionalium. vt.e. ⁊.g. itemq3.f.⁊.h.similiter se habeant in additione diminutione ⁊ equalitate.intelligo tunc.b.primum.a.secundum. d.tertium.c q̄rtū.sūptaq3 sūt ad primū ⁊ tertiū.g.⁊.h.eque multiplicia.Itēq3 ad secūdū ⁊ q̄r/tum.e.⁊.f.eque multiplicia ⁊ quia multiplicia primi ⁊ secundi que sunt.g.⁊.e.similiter se habent multiplicibus tertij ⁊ quarti que sunt.h.⁊.f.adinuicem diminutiōe ⁊ equalitate.erit p dictā diffinitionem proportio.b.primi.ad.a.secundum.sicut.c tertij ad.d.quartum quod est propositum.Constat itaq3 modus arguendi qui dicitur conuersa proportionalitas.¶ Huius autē quinti libri principia plurimis dif/ficilima esse videntur.⁊ quibusdam conclusionibus quas ex ipsis demonstrat. magis ab intellectu distantia . Nihil enim videtur intellectui imediacius adherere. q̄3 ꝙ duarum quarūlibet quantitatū equalium sit ad tertium quālibet vna proportio:qđ tamen huius quinti septima demonstrat ex diffinitione incontinue proportionalitatis que ab intellectu primo videtur q̄3 plurimum esse remota .quis enim non facilius duarum quantitatum equalium ad aliquē tertiam eandem esse pro/portionem concedat.q̄3.4.quantitatum si multiplicia prime ⁊ tertie equaliter sumpta multiplicibus secunde.⁊ quarte equaliter sumptis similiter se habuerint i ad/ditione diminutione ⁊ equalitate esse proportionem prime ad secundam.sicut tertie ad quartam. Verum si subtiliter intuemur liquido constabit nō posse vniri in/tellectui ꝙ proportio duarum quantitatum equalium ad tertiam sit vna. nisi per quid est esse proportionem vnam.Si enim quis ignoret quid est esse proportionē vnam eandem proportionem alteri .quomodo cognoscet duarum quantitatum equalium esse eandem proportionem ad tertiam. Indiget igitur proculdubio in/tellectus anteq̄3 illam que videbatur conceptibilis propositio apprehendat huius rei que per ipsius diffinitionē habebitur cognitione.postmodum vtrum ea diffi/nitio duabus quantitatibus equalibus ad tertiam comparatis cōueniat pertractatione.qđ si diffinitio inuenta fuerit illis quātitatibus conuenire concludetur pro/positum. Sin autem oppositum. Non est igitur immediata propositio q̄3 superficialis apprehensio immediatā iudicauit. ¶ Similiter quoq3 imediacius iudicat prima apphensio adherere intellectui ꝙ duarum quantitatum inequalium maior est proportio maioris earum ad aliam q̄3 minoris ad eandem quā demonstrat.8. huius. q̄3 qđ.4.quātitatum sit maior proportio prime ad secundam q̄3 tertie ad quartam.cum multiplicibus ad primam ⁊ tertiam equaliter sumptis. Itemq3 alijs ad secundā ⁊ quartam ⁊ equaliter multiplex prime addit super multiplex se/cunde.⁊ multiplex tertie non addit super multiplex quarte.ex quo que predicta est propositio demonstratur:sed similiter nec ipsa potest intelligi nisi per quid est esse proportionē maiorem¶. Igitur oportuit euclidem que quantitates dicuntur proportionales:⁊ que inproportionales diffinire. Proportionales autem sunt qua/rum proportio vna est.⁊ Improportionales quarū proportiones diuerse. Itaq3 diffiniuit quantitates quarum proportio vna . ⁊ eas in quibus connectuntur extrema nō dissociatis medijs quas vocauit continue proportionales.et dixit hāc ꝓportionalitatē i tribꝰ termis ad minꝰ existere.ꝓpter hoc ꝙ vnū saltē bis sumēdū ē mediū.et eas ī quibꝰ accidit interruptio medioꝝ:⁊ hec sūt icōtinue ꝓportiōales ⁊ hec ꝓportiōalitas ad minus exigit q̄tuor termios ꝓpter alteriꝰ medij sūptionē

⁊ diffiniuit etiam quantitates que sunt inproportionales.quarum est maior vna proportio quã sit alia. Et si esset omnis proportio scita siue rationalis. tunc facile esset intellectui cognoscere que proportiones essent vna ⁊ que diuerse. ℂ Que enĩ haberent vnam denominationem.essent vna. que autem diuersas diuerse. hec autem facilitas manifesta est ex arismetica. quoniam omnium numerorum proportio scita ⁊ rationalis est. Unde Jordanus in scdo arismetice sue diffiniẽs que proportiones sunt eedem ⁊ que diuerse. dicit easdem esse que candẽ denominationem recipiunt. Maiorem vero que maiorem ⁊ minorem que minorem. Sed ĩfinite sũt proportiones irrationales. quarum denominatio scibilis non est. quare cum euclides cõsideret in hoc libro suo proportionalia cõmuniter nõ contrahẽdo ad rõnales vl' irrõnales quoniam cõsiderat proportionem repertam in continuis que communis est ad istas. Non potuit diffinire idemptitatem proportionũ per idẽptitatem denominationũ. sicut arismeticus: eo ꝙ multarũ proportionum vt dictum ẽ sunt denominationes simpliciter ignote. diffinitionẽ autem oportet fieri ex notis vnde malicia ꝓportionum irrõnalium coegit euclidem tales diffinitiones ponere. Quia ergo non potuit vt patet ex premissis diffinire proportionalitatem siue idemptitatem proportionum. per idemptitatem habitudinum. siue denominationum ipsorum terminorum propter irrationalitatem habitudinũ ⁊ in cõuenientiã terminorum coactus est refugere ad terminoꝝ multiplicia. vt ex illorum habitudinibus quantum ad excessum ⁊ equalitatem consideratis equis numerositatibus sumptoꝝ per qđ ad naturam irrationalitatis reducuntur propositam diffinitionẽ venetur. nihil enim in quocunq; inequalitatis genere terminis magis idẽ q̃3 eorum multiplicia. nec terminorum habitudinibus. q̃3 multiplicium habitudo. ℂ Et quia proportio est duarum quãtitatũ eiusdem generis certa habitudo. considerata in eo ꝙ sunt equales aut ꝙ altera maior. ideo idemptitas proportionum entium inter primam. 4. quantitatum ad secundam ⁊ tertiam ad quartam est similis equalitas prime ad secundam. ⁊ tertie ad quartam. aut similis maioritas. aut similis minoritas. hec autem similis equalitas. aut similis maioritas. aut sil'is minoritas. tunc est inter quatuor. quaslibet quantitates cum est inter omnes eaꝝ equaliter multiplices. ℂ Qđ ergo dicit in quinta diffinitiõe. quantitates que dicunt̃ cõtinuam proportionalitatem habere. ⁊ cetera ac si diceret. omnes illas quantitates voco continue proportionales qđ est eas similiter esse equales continue ⁊ similiter continue esse maiores. ⁊ similiter continue esse minores quarum omnes eque multiplices. aut sibiinuicem sunt. similiter continue equales. vel similiter continue maiores. vel similiter continue minores quod est etiam ipsas multiplices esse cõtinue ꝓportiõales qđ si hoc alicubi i mľtiplicib9 dissonat eas dico nõ eẽ cõtinue ꝓportionales. ℂ Qđ autẽ dicit in sexta diffinitione. Quãtitates que dicũt̃ eẽ ẽm ꝓportionẽ vnam prima ad scđam ⁊ tertia ad quartam. ⁊ cetera ac si diceret oẽs. 4. quãtitates voco icõtinue proportionales. ⁊ se habere primam ad secundam sicut tertia se habet ad quartã: qđ ẽ primã ad scđam. ⁊ tertiam ad quartã similit̃ se habere in equando aut addẽdo aut minuendo. quarum omnes eque multiplices prime ⁊ tertie ad oẽs eque multiplices secũde ⁊ q̃rte. similiter se habẽt aut i equãdo aut addẽdo aut minuẽdo quod est etiam multiplices prime in eadem proportione se habere ad multiplices secunde. in qua multiplices tertie se habẽt ad multiplices quarte. quod si hoc alicubi dissonat in multiplicibus. dico non esse proportionem

pꝛime ad ſecūdā ſicut tertie ad quartā. qđ autē dicit in .5. diffinitione ē ac ſi diceret maioꝛē pꝛopoꝛtionem voco. 4. quātitatū pꝛime ad ſecundā quā tertie ad quartam quod eſt pꝛimā magis excedere ſecūdā quā tertia excedat quartā. quaꝝ aliqua ex multiplicibus pꝛime addit ſuper aliquam ex multiplicibus ſecunde: aliqua ex multiplicibus tertie ſumpta ſecundum numerationē multiplicis pꝛime non addente ſup aliquē ex multiplicibus quarte: ſumpta ſm numerationē multiplicis ſcđe. qđ ē eſſe maioꝛē pꝛopoꝛtionē multiplicis pꝛime ad multiplicē ſcđe. q̄ȝ multiplicis tertie ad multiplicē quarte. ℂ Diffinitiones autē iſtas niſi ſunt aliqui demonſtrare. quoꝝ ametus filius Ioſeph tentauit eas demōſtrare in epiſtola ſua quā de ꝓpoꝛtione ⁊ pꝛopoꝛtiōalitate cōpoſuit. ⁊ accepit tria per modū poſitiōis tanq̄ȝ pꝛincipia que dicit eſſe per ſe nota ⁊ ꝓbatione non indigere. ℂ Quoꝝ pꝛimū eſt quod ſi fuerint. 4. quātitates. quaꝝ ſit pꝛopoꝛtio pꝛime ad ſcđam ſicut tertie ad quartam. erit ecōuerſo ꝓpoꝛtio ſcđe ad primā ſicut quarte ad tertiam. ⁊ hic eſt modus arguendi quē vocauit ſuperius euclides conuerſam pꝛopoꝛtionalitatē. ⁊ errauit qm̄ dixit ꝓpoſitionem eſſe per ſe notā. cuius antecedens ⁊ cōſequēs ſunt ignota. Ignotum ē enim quid ſit eſſe pꝛopoꝛtionem pꝛime quantitatis ad ſecūdā ſicut tertie ad quartam. quare hoc ignoto poſito impoſſibile eſt intelligere quid ex ipſo ſequatur ſimiliter quoqȝ q͛ cōſequēs eſt ignotum. impoſſibile eſt intelligere quid ad ipſam antecedat. ℂ Scđm pꝛincipiū eius fuit: ꝙ ſi fuerint. 4. quātitates quaꝝ ſit pꝛopoꝛtio pꝛime ad ſcđam ſicut tertie ad quartā. ſi pꝛima ſit maioꝛ ſcđa: erit tertia maioꝛ quarta. ⁊ ſi minoꝛ minoꝛ. ⁊ ſi equalis equalis. ℂ Tertiū fuit ꝙ ſi fuerint. 4. quātitates quarum ſit pꝛopoꝛtio pꝛime ad ſecūdā ſicut tertie ad quartā: erit pꝛimo ad qđlibet multiplex ſecunde: ſicut tertie ad eque multiplex ex multiplicibus quarte: ⁊ accidit ſibi in iſtis duobus pꝛincipijs idem peccatum qđ accidebat in pꝛimo. Accepit enim ī oībus ignota ſimil'rtāq̄ȝ nota. quare non demonſtrauit. peccauit etiā in ſecunda demōſtratione ⁊ in tertia ⁊ in quinta. ī quarū qualibet arguit ex. 8. vl' ex 10. huius que pꝛobantur ex diffinitione in continue ꝓpoꝛtionalitatis: Arguit enī ſic ſi pꝛopoꝛtio a. b. ad. e. eſt maioꝛ q̄ꝑ. g. ad. d. ſit ergo. v. b. ptis. a. b. ad. e. ſicut. g. ad. d. per qđ apparet ipſum ſupponere ꝙ duaꝝ quātitatū. a. b. ⁊. u. b. in equaliū relatarum ad. e. maioꝛ maioꝛem ⁊ minoꝛ minoꝛem ad ipſā optinet pꝛopoꝛtionem vel ꝙ quātitas ad. e. habebit minorem pꝛopoꝛtionē q̄ȝ habeat. a. b. erit minoꝛ. a b. quoꝛum pꝛimum demonſtrat. 8. huius. ⁊ ſcđm. 10 Nā cū vultis ſumere quātitatē que ſe habeat ad. e. in pꝛopoꝛtione. g. ad. d. dabo tibi maioꝛem aut minoꝛem aut equalem. a. b. indifferenter ſicut voluero. quare autē non demonſtrat aut accidit ſibi circulus ⁊ pꝛincipia eſſe ignotioꝛa concluſionibus. Supponēda ſunt igit' cū euclide pꝛincipia tanq̄ȝ nota. ⁊ non ipſa ex concluſionibus. ſed concluſiones ex ipſis demonſtrande ſunt.

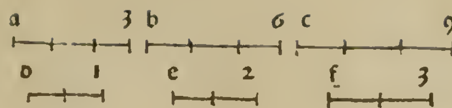
Pꝛopoſitio .1.





I fuerint quolibet quantitates aliaꝝ totidem eque multiplices. aut ſingule ſingulis equales neceſſe ē quemadmodum vna illarum ad ſui cōparem. totum quoqȝ ex his aggregatum ad omnes illas pariter acceptas ſimiliter ſe habere.

ℂ Sit quotlibet quātitates. que ſint. a. b. c. aliarum totidem que ſint. d. e. f. eque multiplices vnaqueqȝ ad ſui cōparē. aut ſingule ſint ſingulis equales. ita videlicet

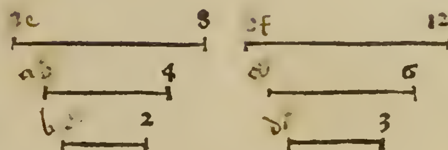


ꝙ sicut.a.ē mltiplex.d.ita.b.ē multiplex.e.⁊.c.mltiplex.f.vł si.a.ē eq̄lis.d.ꝙ siliť b.sit eq̄le.c.⁊.c.eq̄lis.f.dico ꝙ sicut se hab.3a.ad.d.ita se habet aggregatū ex omnibus que sunt.a.b.c.ad aggregatum ex omnibus que sunt d.e.f ¶Qḋ si singule singulis sint equales patet propositū per hanc cōmunē sciam: si equalib⁹ equalia addanť tota quoq3 erunt equalia. Si autē sint omnes suis cōparibus eque multiplices diuisis eis ꝑm quantitatē suaꝝ submultipliciū: erit aggregatū ex prima pte. a.⁊.prima.b.⁊ prima.c.equale aggregato ex.d.e.f.p predictā cōmunez sciam adiuuante hac: que eidem sunt equalia inter se sunt equalia. ¶Similiter quoq3 aggregatū ex secūdis ptibus quantitatum.a.b.c.erit equale aggregato ex.d.e.f.sicq3 de ceteris: ⁊ q: hoc poterit totiens fieri quotiens. d.continet̄ in.a. erit vt eq̄le aggregatū ex.d.e.f.totiēs ptineať i aggregato ex.a.b.c.quotiēs.d.continet̄ i.a.q: ḡ quotiēs.d.numerat.a.totiēs aggregatū ex.d.e.f.numerat aggregatū ex.a.b.c.patet ꝙ sicut.a.est multiplex ad.d. ita aggregatū ex.a.b.c.aggregati ex.d.e.f. quod ē propositum.

Propositio .2.



Si fuerint sex quantitates.quaꝝ prima ad scḋam atq3 tertia ad quartā eque multiplices.quinta vero ad secundam atq3 sexta ad quartā eque multiplices: totum prime ⁊ quinte ad scḋam.totumq3 tertie ⁊ sexte ad quartam eque multiplicia esse conueniet.

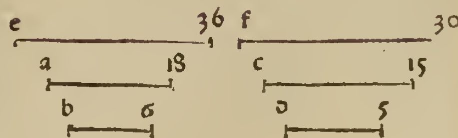


¶Sint sex quantitates.a.prima.b.secunda.c.tertia.d.quarta.e. quinta.f. sexta. Sitq3 .a.⁊.c.eque multiplices ad.b.⁊.d.itēq3.c.⁊.f. sint eque mltiplices ad easdē dico ꝙ sicut totū aggregatū ex.a.⁊.e.ē multiplex ad quātitatē. b. ita totū aggregatū ex.c.⁊.f.est multiplex ad quantitatē.d.Nam q: numerus ꝑm quē.b.continet̄ in.a.est equalis numero.ꝑm quē.d.continetur in.c.Similiter quoq3 numerus ꝑm quē.b.continet̄ in.e.est equalis numero ꝑm quē.d.continet̄ in.f.erit per cōmunez sciaz que est: si equalibus equalia addanť ⁊ cetera.numerus ꝑm quē.b.continetur in aggregato ex.a.⁊.e.equalis numero ꝑm quē.d.continet̄ in aggregato ex.c. ⁊.f. quare sicut aggregatū ex.a.⁊.e.est multiplex ad.b.ita aggregatū ex.c.⁊.f.ē multiplex ad.d.quod est propositum.

Propositio .3.



Si fuerint primum secundi ⁊ tertiuz quarti eque multiplicia: ad primum vero ⁊ tertium multiplices sumantur equales erunt: multiplex primi ad secūdū atq3 multiplex tertij ad quartum eque multiplicia.



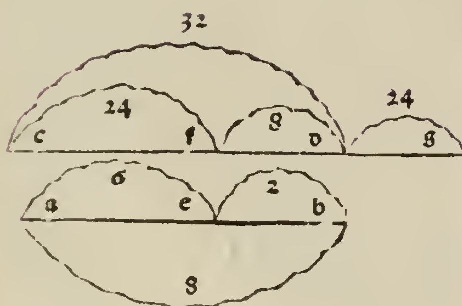
¶Sit sex q̄ntitates.a.prima.b.secūda.c.tertia.d. quarta.e.qnita. f.sexta. Sitq3.a.ad.b.⁊.c.ad.d. itēq3.e.ad.a.⁊.f.ad.c.eq̄ mltiplices.dico ꝙ sicut e.est multiplex ad.b.ita.f.ad.d.diuidať enim.e.ꝑm quantitatē.a.sui multiplicis. ⁊.f.ꝑm quantitatē.c.eritq3 ꝓpter equalitatē partiū.e.ad.a.⁊ partiū.f.ad.c. vt q̄libet ptiū.e.sit ita multiplex ad.b.sicut quelibet ptiū.f.ad.d.Quia ergo sicut prima ps.e.ē multiplex ad.b.ita prima ps .f.ē multiplex ad.d.Itēq3 sicut scḋa pars.e.ē mltiplex ad.b.ita secūda.f.ad.d.ergo erit per premissā aggregatū ex duabus primis ptibus.e.ita multiplex ad.b.sicut aggregatū ex duab⁹ pmis ptib⁹.f.ad.d ⁊ q: rursus tertia ps.e.si sit aliq̄ tertia ps ē ita mltiplex.ad.b.sicut tertia.f.ad.d.erit p eādē ut totū aggregatū ex tribus primis partibus.e.sit ita multiplex ad.b.sicut totum aggregatum ex tribus primis partibus.f.ad.d. ¶Sitq3 si plures fuerint partes.e.⁊.f.componendo semper sequentem cum aggregato ex prioribus concludēs

ꝙ ſicut.e.eſt multiplex ad.b.ita.f.ad.d.per premiſſam totiens ſumptã: quot fue rint partes in.e.aut in.f.minus vna:ſicqȝ patet propoſitum.

Propoſitio .4.



I fuerit proportio primi ad ſecundum ſicut tertii adquar tum: ad primum auteȝet tertium eque multiplicia aſſignẽ tur. Itemqȝ ad ſecundum et quartum multiplices equa/ les erunt aſſignate multiplices eodem ordine proportio/ nales.



Sit proportio.a.primi ad.b.ſecũdũ.ſicut.c.tertij ad.d.quartum. Sumanturqȝ.e ad.a.ꝛ.f.ad.c.eque multiplicia. Itẽqȝ.g.ad.b.ꝛ.h.ad.d.eque multiplicia :dico ꝙ ꝓportio.e.ad.g.eſt ſicut.f.ad.h.Sumam.k.ad.e.ꝛ.l.ad.f.eque multiplicia.itẽqȝ m.ad.g.ꝛ.n.ad.h.eque multiplicia:ꝛ quia.e.ꝛ.f.ſunt eque multiplicia ad.a.ꝛ.c: itemqȝ.k.ꝛ.l.eque multiplicia ad .e.ꝛ.f .erunt per premiſſam.k.ꝛ. l.eque multi/ plicia ad.a.ꝛ.c.per eandem quoqȝ erunt.m.ꝛ.n.eque multiplicia ad.b.ꝛ.d. qua/ re per conuerſionẽ diffinitionis incontinue proportionalitatis.k.ad.m.ꝛ.l. ad.n. ſimiliter ſe habebunt in addendo diminuendo ꝛ equando:qꝛ ergo.k. ꝛ.l. ſũt eque multiplicia ad.e.ꝛ.f.itemqȝ.m.ꝛ.n.eque multiplicia ad.g.ꝛ.h.erit per diffinitio/ nẽ incontinue ꝓportionalitatis ꝓportio.e.ad.g.ſicut.f.ad.h.qḋ eſt propoſitum:

Propoſitio .5.



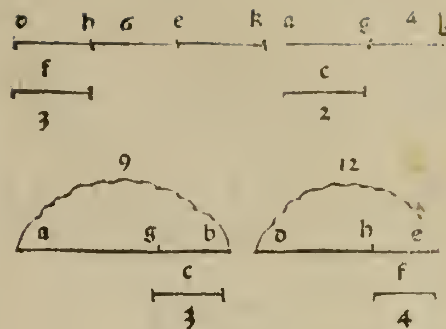
I fuerint due quantitates quarum vna ſit pars alterius minuaturqȝ ab vtraqȝ ipſarum ipſa pars erit reliquum re liquo atqȝ totum toti eque multiplex.

Uel ſic ſi aliquota erit reliquũ reliqui tota ps quota totũ toti⁹.Sit q̃ntitas.a.b.tota ps quantitatis.c.d.quota.e.b.ipſius.a.b.minua/ turqȝ.a.b. ex quantitate .c.d.ꝛ ſit reſiduum.f.c .eritqȝ. f.d.equalis.a.b .Simili/ ter quoqȝ minuatur.e.b.ex quantitate.a.b.ſitqȝ reſiduum e.a.dico ꝙ quota pars eſt quantitas.a.b.quantitatis.c.d.tota eſt quantitas.a.e.quantitatis.c.f. cũ eñi f.d.ſit equalis.a.b:erit.f.d.ita multiplex.e.b.ſicut.c.d.eſt multiplex .a.b. ponam itaqȝ.d.g.ita multiplicem.a.e.ſicut .f.d. eſt multiplex.e.b. eritqȝ ex prima huius quantitas.f. g.ita multiplex. a.b.ſicut.f.d .eſt multiplex. e.b. ꝛ quia ſic fuit. c.d. multiplex.a.b.ſicut.f.d.fuit multiplex.e.b .erit vtraqȝ duarum quantitatũ.c. d.f. g.eque multiplex quantitatis.a.b.quare per cõmunem ſcientiam.c .d.ꝛ.f.g. ſunt equales adinuicem:dempta igitur ab vtraqȝ earum quantitate.f.d.erit.c.f. equa/ lis.d.g.ꝛ quia.d.g.fuit ita multiplex.a.e.ſicut.f.d.e.b.ꝛ ideo ſicut.a.b.e.b.quare ꝛ ſicut.c.d.a.b.erit.c.f.ita multiplex.a.e.ſicut tota.c.d.totius.a.b. qḋ eſt propo/ ſitum.

Propoſitio .6.



I fuerint due quantitates ad alias duas eque multipli/ ces.dueqȝ minores duabus maioribus vtraqȝ a ſua mul tiplice ſubtrahantur.erunt duo reliqua earundẽ partium eque multiplicia.aut eis equalia.

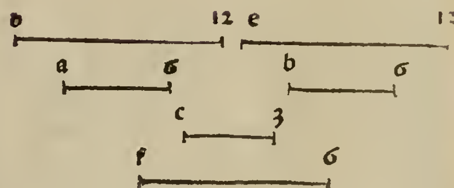


¶ Sint quantitates.a.b.ad.c.⁊.d.e.ad.f.eque multiplices:subtrahanturqꝫ.c.ex a.b.⁊.f.ex.d.e.⁊ sint residua:ex a.b.quidē.a.g.ex.d.e.d.b.eritqꝫ.g.b.equalis.c. ⁊.b.e.equalis.f.dico ꝙ duo residua.a.g.⁊.d.b. erunt equalia duabus quantitatibus.c.⁊.f.aut eis eque multiplicia.Sit ergo primo.a.g.equalis.c.dico ꝙ .d.b.est equalis.f.Sumam enim quantitatem.e.k.equalem.f.eritqꝫ per premissas ypotheses vt tociens.f.sit in.b.k.quotiens.c.in.a.b. quare sicut.a.b.est multiplex.c.ita b.k.est multiplex.f.sed sic erat etiam.d.e.erat multiplex eiusdem.f.erit igitur per cōem scientiam.b.k.equalis .d.e. dempta igitur cōmuni earum quantitate.b.e. erit.d.b.equalis.e.k.quare equalis.f.quod est propositū.¶ Si autem.a.g.sit multiplex.c.ponam vt.e.k.sit eque multiplex.f.eritqꝫ vt prius vt tociens.f.sit in.b.k quotiens.c.in.a.b.Sed tociens erat etiam in.d.e.erit igitur vt prius.d.e.equalis b.k.⁊.d.b.e.k.quare sicut.a.g.est multiplex.c.ita.d.b.est multiplex.f.ꝙ est propositum. Aliter idem cum ſm eundem numerum contineat quantitas.a.b.quantitatem.c.ſm ꝙ quantitas.d.e.quantitatē.f.demptaqꝫ ab eo vnitate remaneat vnitas vel numerus secundum ꝙ.a.g.continet.c.⁊ ſm ꝙ.d.b.continet.f.patet quantitates.a.g.⁊.d.b.esse equales aut eque multiplices quantitatibus.c.⁊.f.

Propositio .7.

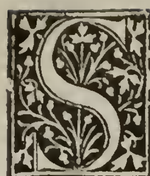


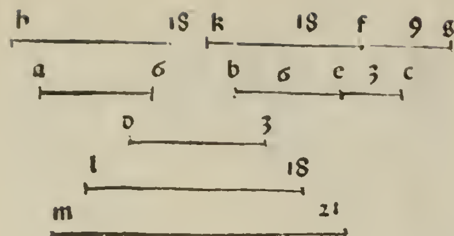
Si due quantitates equales ad quamlibet cōparentur earum ad illam erit vna proportio .itemqꝫ ad illas proportio illius vna est.



¶ Sint due quantitates.a.b.equales.que comparentur ad quamlibet tertiaꝫ vt ad.c.dico ꝙ eadem est proportio.a.ad.c.⁊.b.ad.c.itēqꝫ eadem.c.ad.a.⁊.c.ad.b.Primum sic probatur:cum enim.c.sit cōsequens ad.a primam ⁊ ad.b.tertiam ipsa erit in ratione secunde ⁊ quarte.Sumā igitur.d.ad.a primam:⁊.e.ad.b.tertiam eque multiplices: ⁊ sumam.f.quamlibet ex multiplicibus.c.que est secunda ⁊ quarta:⁊ quia.a.⁊.b.quarū sunt eque multiplices .d.⁊.e. posite sunt equales erit:vt si.d.diuidatur ſm quantitatem.a.⁊.e.secundū quantitatem.b.ꝙ partes vtrobiqꝫ sint numero ⁊ q̄ntitate equales: numero quidam per ypothesim propter equalitatem multiplicationis vtrobiqꝫ:quantitate autē per hāc cōem scientiam quotiens oportuerit repetitam: que eidem sūt equalia sibiinuicem sunt equalia:quia igitur prima ex partibus.d.est equalis prime ex partibus.e. ⁊ secunda:secunde:⁊ cetere ceteris.Suntqꝫ tot partes in.d.quot sunt in.e.erit per primam huius.d.equalis.e.quare per cōem scientiam: si due quātitates equales cōparentur ad aliam tertiam:aut ambe quantitates.d.⁊.e:sunt similiter maiores.f. aut similiter minores:aut sibi equales:igitur ex diffinitione incontinue proportionalitatis:que est proportio.a.prime ad.c.secundam:eadē est.b.tertie ad.c.quartā qđ est propositum.¶ Secundum eodē modo probabis ordine cōuerso:vt.c.ponatur prima ⁊ tertia.a.vero secunda .b.quarta .Cum vero quantitas.f.que est eque mltiplex prime ⁊ tertie sit aut similiter maior quātitatibus .d.⁊.e.que sūt eque mltiplices secunde ⁊ quarte:aut similiter minor aut eis equalis:erit per eandem diffinitionem proportio.c. prime ad.a.secundā :sicut.c.tertie ad.b. quartam quod est propositum secundum.

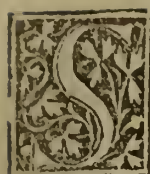
Propositio .8.


I due quantitates inequales ad vnā quantitatem propor tionentur. maior quidem maiorem. minor vero minorem optinebit proportionē. illius vero ad illas ad minorem vero proportio maior ad maiorem vero minor erit.



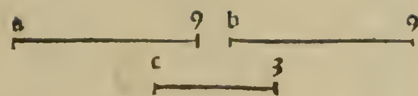
¶ Sint due quantitates inequales .a. et .b.c. sitq; maior .b.c. et pro portionentur ad eandem quantitatem que sit .d. dico q maior est proportio .b.c. ad .d. q̄3 .a. ad .d. et q econtrario maior est .d. ad .a. q̄3 .d. ad .b.c. Primū sic pro batur: ponam .e.b. equalem .a. et multiplicabo totiens .e.c. q proueniat quantitas maior .d. sitq; .f.g. et sumam .k.f. ita multiplicem .b.e. et similiter .h. ita multiplicē .a. sicut .f.g. est multiplex .e.c. eritq; per primam huius .h. ita multiplex .a. sicut .k. g. est multiplex .b.c. erit etiam .h. equalis .k.f. propter hoc q earum submultiplices que sunt .a. et .b.e. posite sunt equales: ponam quoq; q .h. nō sit minor .d. sed equa lis: aut maior: totiens enim multiplicabo vnāquēq; trium quantitatum .e.c.b.e. et a. equaliter: q .f.g. multiplex .e.c. proueniat maior .d. et q .h. multiplex .a. nō proue niat minor eadem: deinde totiens multiplicabo .d. quod proueniat quantitas ma ior .h. sitq; .m. prima quātitas multipliciū .d. q̄ sit maior .h. Sub quā sumā maxi mam multiplicem .d. aut sibi equalem: si .m. est prima in ordine multiplicium .d. que sit .l. eritq; ut .l. non sit maior .h. et constabit .m. ex .d. et .l. propter id qd̄ omne multiplex constat ex proximo precedenti multiplici et simplo: vt triplum ex duplo: et simplo. excepto primo multiplici quod constat ex bis simplo. ¶ Quia ergo .h. ē equalis .k.f. non erit .k.f. minor .l. itaq; .k.f. et .d. nō efficient minus q̄3 .l. et .d. qua re non efficient minus q̄3 .m. et quia .f.g. est maior .d. erit .k.g. maior q̄3 .m. ¶ In telligo igitur quantitatem .b.c. primam .d. secundam .a. tertiam .d. quartam: et q̄ ad primam et tertiam sumpta sunt eque multiplicia videlicet .k.g. et .h. Similiter quoq; ad secundam et quartam eque multiplicia: immo idem in ratione duorū qd̄ est .m. et addit .k.g. multiplex prime super .m. multiplex secunde: non addit autem h. multiplex tertie super .m. multiplex quarte: erit per diffinitionem maioris impro portionalitatis maior proportio .b.c. prime ad .d. secundā q̄3 .a. tertie ad .d. quar tam qd̄ est primum. ¶ Secundū probabis per eandem diffinitionem conuerso or dine: vt .d. sit prima et tertia .a. secunda .b.c. quarta: addit enim .m. multiplex pri me super .h. multiplicem secunde. Non addit autem .m. mnltiplex tertie super .k.g. multiplicem quarte: quare maior est proportio .d. ad .a. q̄3 .d. ad .b.c. quod est se cundum. ¶ Ex huius autem demonstrationis modo patet sufficientia diffinitio nis maioris improportionalitatis: q̄3 posuit auctor in principio huius quinti. Nusquā enim est maior proportio prime quatuor quantitatum ad secūdam q̄3 ter tie ad quartam. qnin contingat aliqua eque multiplicia ad primam et tertiam re periri: que cum relata fuerint ad aliqua eque multiplicia secunde et quarte: inuenie tur multiplex prime addere super multiplex secunde. Non autem multiplex tertie super multiplex quarte. hec autem multiplicia sic reperiemus: sicut demonstrabi mus infra supra .12. huius.

Propositio .9.

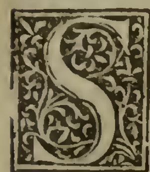


I fuerit aliquarum quantitatum ad vnam quantitatem pro
portio: vna ipsas esse eqles. Si vero vnius ad eas pro/
portio vna ipsas equales esse necesse est.

¶ Sit duarum quantitatum.a.&.b.proportio vna ad.c.dico eas ee equales.& si econuerso fuerit eadem proportio.c.ad vtranq; earu͂:ad/huc dico eas esse equales .hec est conuersa .7. Primum sic patet.si enim non sunt equales:sed altera earum maior:vtpote.a.erit per primam parte͂.premisse maior proportio.a.ad.c.q̄3.b.ad.c.quod est contra ypothe. Secundum quoq; patet: qr si.a.est maior.b.erit per secundam partem premisse maior proportio.c.ad.b. q̄3 ad.a.quod est etiam contra ypothesim.

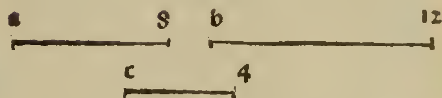


Propositio .10.



I fuerit vnius ad qua͂titate͂ vna͂ aliqua͂ proportio maior qua͂
titatem maiorem esse. Si vero vnius ad eandem propor/
tio maior minorem esse necesse est.

¶ Quod si fuerit maior proportio.a.ad.c.q̄3.b.ad.c.dico.a.esse maiorem.b.& si fuerit maior.c.ad.b.q̄3.c.ad.a.adhuc dico.a.esse maiore͂ b.hec est conuersa.8.Primum patet per primam partem.7.& per primam.8.nam per primam partem septime:non erit.a.equalis.b.nec etiam minor per primam octaue.Secundum vero pa.et ex secundis partibus earundem.

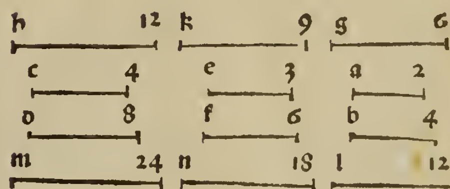


Propositio .11.



I fuerint quantitatum proportiones alicui vni equales
ipsas quoq; proportiones sibi inuice͂ equales ee͂ necesse e͂.

¶ Proportionem hanc qua͂ euclides in principio primi annumerauit inter co͂munes animi conceptiones:que eide͂ sunt equalia sibi quoq; sunt equalia: prout de quantitatibus intelligitur hic demonstrat prout proportionibus accomodatur.Sit ergo vtraq; duarum proportionum que sunt.a.ad.b.&.c.ad.d.equalis proportioni que est.e.ad.f.dico proportiones que sunt.a.ad.b.&.c.ad.d.sibi inuicem esse equales.Sumam enim.g.ad.a.&.h.ad.c.&.k.ad.e.eque multiplices. Itemq;.l .ad.b .&.m. ad.d.&.n.ad.f. eque multiplices:& quia per ypothesim proportio.e.ad.f.est sicut.a.ad.b.& similiter sicut.c. ad d.erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis bis sumpta͂ si.k.addit super.n.q̄.g.addit super.l.&.h.super.m.& si.k.minuit ab.n.q̄.g.minuat ab.l.&.h.ab.m.& si.k.est equalis.n.q̄d.g.sit equalis.l.&.h. equalis. m. quia igitur.g.ad.l.&.h.ad.m.similiter se habent in addendo diminuendo & equando. mediantibus.k.&.n.erit per diffinitionem incontinue proportionalitatis.a .ad.b sicut.c.ad.d.quod est propositum.

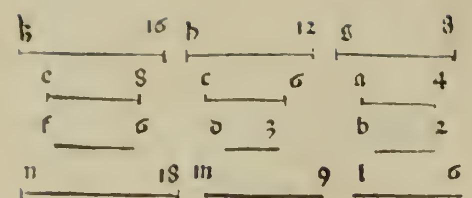


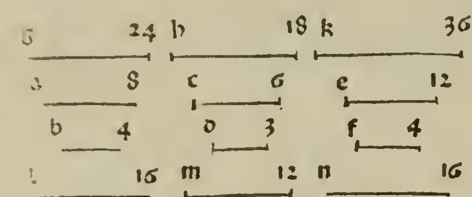
Propositio .12.

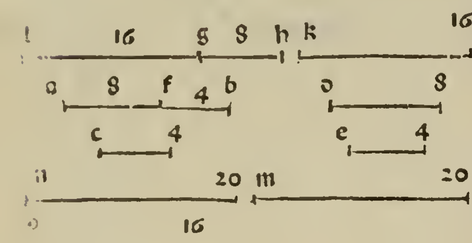


I fuerit proportio primi ad secundum sicut tertij ad quar
tum. tertij vero ad quartum maior q̄3 quinti ad sextu͂ erit
proportio primi ad secundum maior q̄3 quinti ad sextum.

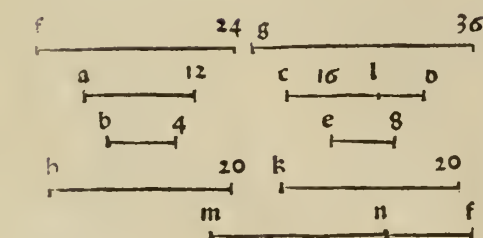
¶ Sicut in precede͂ti q̄ hic demonstrat in proportionalibus concep/tibile est in q̄ntitatibus: videl3 q̄ si due q̄ntitates fuerit sibi inuice͂





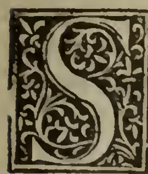


cq̄les quacunq₃ fuerit vna ea℞ maior eadē maior erit ꝛ reliqua. ¶ In proportionibus tamen hoc demonstratur: vt si sit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.c.vero ad.d. sit maior q̄₃.c.ad.f.erit quoq₃.a.ad.b.maior q̄₃.c.ad.f.Sumā enim.g.ad.a.ꝛ.h. ad.c.ꝛ.k.ad.e.eque multiplices. Itemq₃.l.ad.b.ꝛ.m.ad.d.ꝛ.n.ad. f.eque multiplices:ꝛ quia per ypothesim proportio.c.ad.d.est sicut.a.ad.b.ꝛ maior q̄₃.c.ad.f erit per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis si .h. addit sup m.ꝛ .g.addat super .l.ꝛ per conuersionem diffinitionis maioris improportionalitatis q̄ non sit necesse.k.addere super.n.quia igitur mediantibus.h.ꝛ. m.si.g. addit super.l.nō est necesse.k.addere super.n.erit per diffinitionem maioris improportionalitatis maior proportio.a.ad.b.q̄₃.c.ad.f.quod est propositū. ¶ Simili quoq₃ modo ꝓbabis q̄ si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝛ.c.ad.d.minor q̄₃.c.ad.f. erit.a.ad.b.minor q̄₃.c.ad.f.cum enim sit.c.ad.d. minor q̄₃ .e.ad. f.erit.c. ad.f. maior q̄₃.c.ad.d.per conuersionem igitur diffinitionis maioris improportionalitatis.si.k.addit super.n.non est necesse q̄.h.addat super. m. sed si.h. non addit super.m.g.non addit super.l.ergo si.k.addit super.n.non est necesse vt.g .addat super.n.per diffinitionē igitur maioris improportionalitatis maior erit proportio e.ad.f.q̄₃.a.ad.b.ergo econuerso:minor erit.a.ad.b.q̄₃.c.ad.f.quod ē ꝓpositum ¶ Ex modo autem demōstratiōis octaue hui⁹ ꝛ hac:fiet manifestū q̄ si fuerit prime quatuor quantitatum ad secundā maior proportio q̄₃ tertie ad quartam cōtinget reperire aliqua eque multiplicia prime ꝛ tertie.que cū cōparabuntur ad aliq̄ eq multiplicia secūde ꝛ quarte inuenietur multiplex prime addere sup multiplex scđe. non autem multiplex tertie super multiplex quarte:qđ sic patet. Sit enī₃ maior proportio.a.b.ad.c.q̄₃.d.ad.e.ponam ergo vt sit proportio.a.f. ad.c. sicut.d. ad.e. eritq₃ per hanc.12.ꝛ per.10.a.f.minor.a.b.ꝛ sit minor in quantitate.f.b. quā multiplicabo totiens q̄ proueniat quātitas maior.c.que sit.g.h.hac conditione. vt.d totiens multiplicata producat quantitatē non minorem.e .que sit.k .tunc ponam vt.l.g.sit ita multiplex.a.f.sicut.g.h.est multiplex.f.b.aut.k.d.eritq₃ per primam huius.l.h.ita multiplex.a.b.sicut.k.d. Deinde ponam q̄.m sit prima quantitas multiplex.e.que sit maior.k.ꝛ ponam.n.ita multiplicem.c.sicut. m. est multiplex e.eritq₃ per premissas ypotheses ꝛ conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis quantitas.n .prima multiplicium.c .que erit maior .l.g. nec erit .l.g. minor.c. Sumam ergo sub.n.maximā multipliciū.c.aut sibi equalem si forsan.n. sit prima multiplicium eius que sit.o.constabitq₃.n.ex.o.ꝛ.c.quia ergo. l.g. non est minor.o.ꝛ.g.h.est maior.c.erit.l.h.maior.n.quare cum.k.sit minor.m. patet propositum. ¶ Conuersam quoq₃ huius demonstrare possumus. videlicet q̄ si cōtingit reperire aliqua eque multiplicia prime ꝛ tertie:quarum multiplex prime addat super aliquod multiplex secūde:ꝛ multiplex tertie non addat super multiplex quarte:maior erit proportio prime ad secundam q̄₃ tertie ad quartam: qđ sic probatur. Sint quatuor quātitates.a.prima.b.secunda.c.d.tertia.e.quarta.sintq₃.f. ad.a.ꝛ.g.ad.c.d.eque multiplicia. Similiter.h.ad.b.ꝛ.k.ad. e.eque multiplicia. ꝛ addat.f.super.h.non addat autem.g.super.k.dico q̄ maior est proportio.a.ad b.q̄₃.c.d.ad.e.Si enī₃ equalis per conuersionem diffinitionis incontinue proportionalitatis addet.g.super. k.qđ est contra ypothe. Si autē minor sit.c.l. ad.c. sicut.a.ad.b.eritq₃ per huius.10.c.l.minor.c.d.ꝛ sit minor i quātitate.l.d. Ponā igitur vt.m.n.sit ita multiplex.c.l. ꝛ. n.p. multiplex.l .d. sicut f. est multiplex.a.

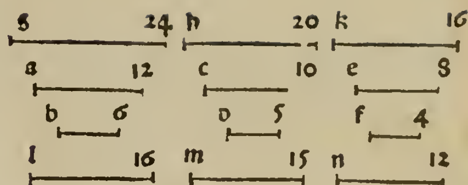


eritq; per primã huius.m.p.ita multiplex.c.d.sicut.f.est multiplex.a.vtraq; igit duarũ quantitatum.m.p.⁊.g.est eque multiplex quantitatis.c.d.ergo ipse sũt eq̃les. Nam hec illatio demonstrata est in.7.huius: ⁊ quia.g.non est maior.k.nõ erit m.p.maior eadem.sed per conuersionẽ diffinitionis incõtinue ꝓportionalitatis m.n.est maior.k.eo ꝙ.f.est maior.b.ergo.m.n.est maior.m.p.qđ est impossibile quare relinquitur propositum.

Propositio .13.



Si fuerint quotlibet quantitatũ ad totidem alias propor/tio vna erit quoq; que proportio vnius ad vnam. eadem proportio harum omnium pariter acceptarum ad omnes illas pariter acceptas.

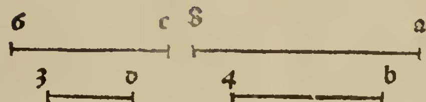


¶Qđ primo proposuit de multiplicib⁹:hic proponit de omnib⁹ pro/portionibus:vñ hec est cõmunior illa:eo ꝙ omnis multiplicitas est proportio:nõ autẽ econuerso.Sit igitur.a.ad.b.⁊.c.ad.d.⁊.e.ad.f.vna proportio :dico ꝙ que est proportio.a.ad.b.eadem est cõpositi ex.a.c.e.ad cõpositũ ex.b.d.f. Sumã.g ad.a.⁊.h.ad.c.⁊.k.ad.e.eque multiplicia.Itemq;.l.ad.b.⁊.m.ad.d.⁊.n.ad.f.eq̃ multiplicia:eritq; per primã huius cõpositum ex.g.h.k. ita multiplex cõpositi ex a.c.e.sicut.g.est multiplex.a.Similiter per eandẽ cõpositum ex.l.m.n.erit ita multiplex cõpositi ex.b.d.f.sicut.l.ẽ mltiplex.b.⁊ ꝑ cõuersionẽ diffinitionis incõtinue ꝓportionalitatis.bis sũptã si.g.addit sup .l.h.addit sup.m.⁊.k.super.n. ⁊ si mi/nuit minuit: ⁊ si equat equat:ergo per cõmunẽ scientiam si.g.addit sup.l. com/positũ ex.g.h.k.addit super compositum ex.l.m.n.⁊ si minuit minuit :⁊ si equat equat:ergo per diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio.a .ad.b.ẽ sicut cõpositi ex.a.c.e.ad compositũ ex.b.d.f.quod est propositũ.

Propositio .14.

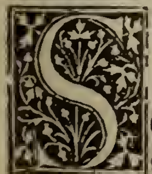


Si fuerint quatuor quantitates proportionales .fueritq; maior prima tertia.necesse est secundã.quarta esse maio/rem.Qđ si minor ⁊ minorẽ.Si vero equalis ⁊ equalẽ ẽe.

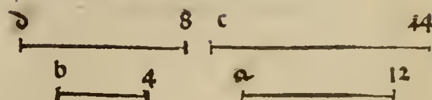


¶Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico ꝙ si.a.est maior.c.b.erit maior.d.⁊ si minor minor.⁊ si equalis equalis.Si enim.a.sit maior c.erit per primã partẽ.8. huius maior proportio.a.ad.d.q̃;.c .ad.d. quare maior erit.a.ad.d.q̃; ad.b.ergo per secũdã partẽ.10.huius.b.erit maior.d.qđ ẽ propo/situm.Qđ si.a.sit minor.c.erit per primã ꝑtẽ.8.minor proportio.a.ad.d.q̃;.c.ad d.quare maior erit.a.ad.b.q̃; ad.d.per secũdã ergo ꝑtem.10.b.erit minor.d. Si autem.a.sit equalis.c.erit per primã partem.7.a.ad.d.sicut.c.ad.d.quare.a.ad.d sicut ad.b.itaq; per secũdã ꝑtẽ.9.b.erit equalis.d.sicq; patet propositum.

Propositio .15.



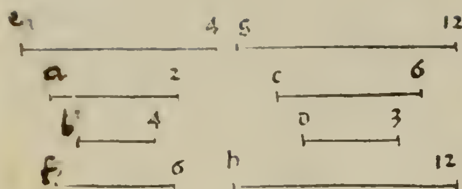
Si fuerint aliquibus quantitatibus eque multiplices assi/gnate.erit ipsarum multipliciũ atq; sub multiplicium vna proportio.



¶Sint.c.ad.a.⁊.d.ad.b.eque multiplices. dico ꝙ que ẽ proportio a.ad.b.eadẽ est.c.ad.d.diuidat.c.ꝺm quãtitatẽ.a.⁊.d.ꝺm quãtitatẽ b.c.sũtq; tot partes.c.quot.d.⁊ quia quelibet pars.c.ad q̃;libet partem.d.se ha/bet sicut.a.ad.b.erit per.13.huius.c.ad.d.sicut.a.ad.b.qđ est propositum.

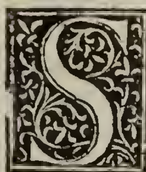
Propositio .16.

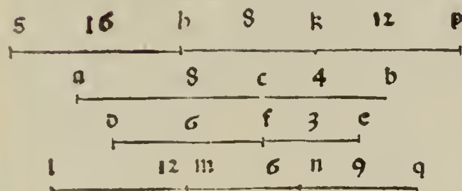




SI fuerit quatuor quantitates proportionales. pmutatim quoq3 proportionales erunt.
¶ Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico ꝙ erit.a.ad.c.sicut.b.ad d.⁊ iste est modus arguēdi qui dicit̄ ꝓportionalitas permutata. cuius demonstratio sic patz. Sumā.e.ad.a.⁊.f.ad.b.eque multiplices itemq3.g.ad.c.⁊.h.ad.d.eque multiplices:eritq3 per premissam.e.ad.f.sicut.g.ad h.quare p.14.si.e.addit supra.g.⁊.f.addit super .h. ⁊ si minuit minuit: ⁊ si equat equat:per diffinitionē igitur incontinue proportionalitatis erit.a.ad.c.sicut.b.ad d.quod est propositū.Necesse est aūt vt in pmutata proportionalitate sint omnes quatuor quantitates eiusdem generis.

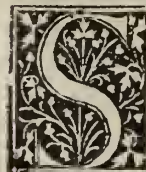
Propositio .17.

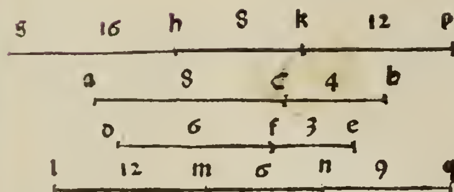




SI fuerint quantitates coniunctim proportionales: easdē disiunctim quoq3 proportionales esse.
¶ Demonstrato modo arguendi qui dicitur proportionalitas permutata: demonstrat illū qui dicit̄ proportionalitas disiuncta. Sit itaq3 ꝓportio .a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f. dico ꝙ erit.a.c.ad.c.b.sicut d.f.ad.f.e. Sumā enim.g.h.ad.a.c.⁊.h.k.ad.c.b.itemq3.l.m.ad.d.f.⁊.m.n.ad f.e.eque multiplices:eritq3 per primam huius.g.k.ita multiplex.a.b.sicut.g.h.est multiplex.a.c.⁊.l.n.ita multiplex.d.e.sicut.l.m.est multiplex .d.f. ⁊ ideo per premissas ypotheses.g.k.ē ita mltiplex.a.b.sicut est.l.n.d.e.ponā iterū.k.p.ad.c.b. ⁊.n.q.ad.f.e.eque multiplices:eruntq3 per secundā.h.p.ad.c.b.⁊.m.q.ad.f.e.eq multiplices per conuersionē igitur diffinitionis incontinue proportionalitatis. si g.k.addit super.h .p.l.n.addit sup.m.q.⁊ si minuit minuit:⁊ si equat equat.dem ptis itaq3 cōmunibus.h.k.⁊.m.n.erit per cōmunem scientiam:vt si.g.h.addit super.k.p.ꝙ.l.m.addit super.n.q.⁊ si minuit minuit:⁊ si equat equat. ergo p diffinitionem incontinue proportionalitatis proportio.a.c.ad.c.b.est sicut. d.f. ad.f.e.quod est propositum.

Propositio .18.





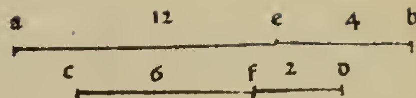
SI fuerint quantitates disiunctim proportionales.coniunctim quoq3 proportionales erunt.
¶ Demonstrat modū arguendi qui dicit̄ proportionalitas coniuncta ⁊ est modus conuersus prioris.Ad cuius demonstrationem resumatur dispositio premisse.⁊ maneāt omnes eius ypotheses:excepto ꝙ ponatur esse proportio.a.c.ad.c.b.sicut.d.f.ad.f.e.dico ꝙ erit proportio.a.b. ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f.sequit̄ enī ex hac ypothesi ⁊ alijs ypothesibus premisse de multiplicibus equaliter sūptis per cōuersionē diffinitōis incōtinue ꝓportiōalitatis si.g.h.addit super.k.p.ꝙ.l.m.addat sup.n.q.⁊ si minuit minuat:⁊ si equat equat ergo positis cōmunibus.h.k.⁊.m.n.sequit̄ per cōem sciam si.g.k.addit sup .h.p. ꝙ.l.n.addat sup.m.q.⁊ si minuit minuat:⁊ si equat equat:quare per diffinitionē incōtinue proportionalitatis erit ꝓportio.a.b.ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f. qd ē ꝓpositū.Aliter idē indirecte sic.Cū sit ꝓportio.a.c.ad.c.b.sicut.d.f.ad.f.e.nō ē. a.b. ad.b.c.sicut.d.e.ad.e.f.sit ergo ꝓportio.d.e.ad aliquā aliā quantitatē sicut. a.b. ad.b.c.que aut erit maior.e.f.aut minor.si enī esset ei eqnalis cōstaret propositū.

Sit itaq3 primo maior ꝛ sit.e.g. eritq3 p premissam.a.c.ad.c.b. sicut.d.g.ad.g. quare.d.g.ad.g.e.sicut.d.f.ad.f.c.Sequit igit p.14.ꝙ cũ.d.g.prima sit minor.d.f. tertia erit.g.c.scđa minor.c.f.quarta:sed erat positũ ꝙ esset maior.Sit ergo proportio.d.c.ad minorẽ.c.f.que sit.c.b.sicut.a.b.ad.b.c.eritq3 p pmissã. a.c.ad.c. b.sicut.d b.ad.b.c.q̃re p.11.d.b.ad.b.e.sicut.d.f.ad.f.e.ꝛ q̃r.d.b.pma ẽ maior d.f.tertia erit p.14.e.b.scđa maior.e.f.tertia:ꝙ quia est ipossibile.sequit ꝓpositũ.

Propositio .19.



S I a duobus totis due portiones abscindantur.fueritq3 totum ad totũ quantum abscisum ad abscisum:erit reliquum ad reliquum quantum totum ad totum.



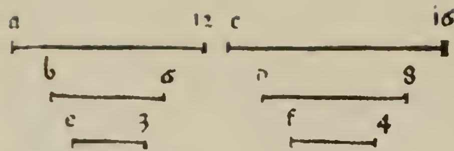
¶ Qđ quinta ꝓponit de multiplicibus. hec ꝓponit vniuersaliter de omnibus proportionibus.vnde est illa tanto cõmunior quãto multiplicitate ꝓportio.Sint igitur due quãtitates.a.b.ꝛ.c.d.a quibus abscindant due que sint.b.e.ꝛ.d.f.sitq3 ꝓportio totius.a.b.ad totã.c.d.sicut.b.e.abscise ad.d.f. abscisam.dico ꝙ eadem erit.a.e.residui ad.c.f.residuum que est toti⁹.a.b.ad totam.c.d.cũ eni sit.a.b.ad.c.d.sicut.b.e.ad.d.f.erit permutati.a. b.ad. b.e. sicut c.d.ad.d.f.ꝛ disiunctim.a.e.ad.e.b.sicut.c.f.ad.f.d.ꝛ iterũ permutatim.a.e. ad c.f.sicut.e.b.ad.f.d.ꝛ quia sic erat.a.b.ad.c.d.patet propositũ. ¶ Ex hac aũt.19. ꝛ permutata ꝓportionalitate demonstratur modus arguendi qui dicit proportionalitas euersa.vt si sit.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.dico ꝙ erit.b.a.ad.a.e. sicut c.d.ad.c.f.quia cũ sit.a.b.ad.b.e.sicut.c.d.ad.d.f.erit permutatim.a.b. ad.c.d. sicut.b.e.ad.d.f.quare per hanc.19.b.a.ad.d.c.sicut.a.e.ad.c.f.igitur pmutatim b.a.ad.a.e.sicut.c.d.ad.c.f.qđ est propositum. ¶ Conuersa quoq3 ꝓportionalitas q̃3 ex diffinitione incõtinue ꝓportionalitatis demonstrauimus in exponendo principia huius quinti.põt hic quoq3 demõstrari indirecte ex pmutata ꝓportionalitate ꝛ.9. huius vt si sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico ꝙ erit.b.ad. a.sicut.d.ad.c.sin autẽ sit.d.ad.c. sicut.b.ad.a.ꝛ q̃r.a.ad.b.ẽ sicut.c.ad.d.erit pmutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.ꝛ quia iterum.b.ad.a.sicut.d.ad.e.erit quoq3 pmutatim.b.ad.d.sicut.a.ad.e.quare erit.a.ad.e.sicut.d.ad.c.si igitur.e.non sit equale c.accidet impossibile ꝛ contrariu3 secunde partis.9. si autem equalis erit.b. ad.a. sicut.d.ad.c.quod est propositum.

Propositio .20.



S I fuerint quotlibet quantitates alieq3 secundũ earum numerum quarum queq3 due priorum secundũ proportionem duarum postremarum necesse est improportionalitate quidã equalitatis vt si fuerit prima prioꝝ vltima maior. ꝛ posteriorum primã vltima esse maiore3.Qđ si minor ꝛ minorem.Si vero equalis ꝛ equalem.

¶ Demõstraturus euclides modũ arguendi qui dicit eq̃ ꝓportionalitas siue q̃ntitates duoꝝ ordinũ directe siue puersim ꝓportionẽt:pmittit duo ãtecedẽtia ad demõstrãdũ ꝓpositũ necessaria:p quoꝝ pmũ demõstrat eq̃ ꝓportõalitas cũ q̃ntitates duoꝝ ordinũ directe ꝓportionãt:p ɓm aũt cũ ꝓportionãt puersim.ꝓponit aũt hec duo ãtecedẽtia de q̃ntitatib⁹ duoꝝ ordinũ numero eq̃lib⁹ quecũq3 fuerit. Ulr eni sumptis vtrobiq3 quãtitatib⁹ scđm quecunq3 numerum veritatem habẽt. nõ ẽ

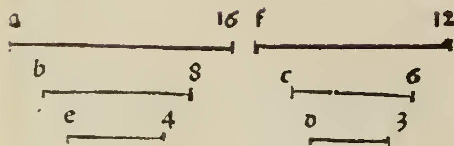


autē necesse ut demōstrrem⁹ ea nisi solū i trib⁹ hoc eni oio sufficiēs ē ad ꝓpositū. de plibus aūt qbusq3 patebit p equā ꝓportiōalitatē cū ipsa demōstrata fuerit ¶Sint igit̄ tres quātitates.a.b.e.sumanturq3 tres alie q̄ sint.c.d.f.⁊ sit ꝓportio.a. ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.b.ad.e.sicut.d.ad.f.dico q̄ si.a.est maior.e. c. erit maior.f. ⁊ si minor minor:⁊ si equalis equalis.Si eni est maior erit per primā ptē.8.maior proportio.a.ad.b.q̄3.e.ad.b.quare per.12.maior erit.c.ad.d.q̄3.e.ad.b. ⁊ q2 per cōuersam ꝓportionalitatē.c.ad.b.ē sicut. f.ad.d. erit.c.ad.d. maior q̄3. f.ad.d. itaq3 per primā ptē.10. c.est maior.f.qd̄ est propositum.Qd̄ si.a.sit minor.e.p easdem ⁊ eodē modo ꝓbabit̄.c.esse minorē.f.erit eni minor proportio.a.ad.b.q̄3.e. ad.b. p primā ptē.8.⁊ ideo per.12.⁊ p cōuersam ꝓportionalitatē minor erit.c. ad d.q̄3.f.ad.d.⁊ ideo p primā ptem.10.erit.c.minor.f.qd̄ est propositum.Si autem a.sit eq̄le.e.erit p primā ptē.7.ꝓportio.a.ad.b .sicut.e.ad.b. ⁊ ideo p scd̄am.11. ⁊ cōuersam ꝓportionalitatē erit.c.ad.d.sicut.f.ad.d.quare per primā ptē.9.c.ē eq̄lis.f.quod est propositum.¶Quidā aūt hanc cōclusionē demonstrauerūt cā per ꝓportionalitatem permutatim hoc modo.ꝓportio.a.ad.b.est sicut.c. ad.d. ergo ꝑmutatim.a.ad.c.sicut.b.ad.d.⁊ q2 rursus.b.ad.e.sicut.d.ad.f.erit permutatim b.ad.d.sicut.e.ad.f.sed erat.b.ad.d.sicut.a.ad.c.ergo per.11.erit.a.ad.c. sicut.e ad.f.itaq3 per.14.si.a.prima est maior.e.tertia.erit.c.secūda.maior.f.quarta:⁊ si minor minor:⁊ si equalis equalis:quod ē ꝓpositum: ¶Isti autē errauerunt i sua demonstratione:q2 si esset intentio euclidis sic demonstrare nō oporteret ipsū premittere hanc conclusionē ꝓ antecedēte ad equā ꝓportionalitatem: si enim rursus fiat vna permutatio ꝓportionalitatis ad quā deuentū est que est esse.a .ad.c. sicut.e.ad.f.sequitur q̄ sit.a.ad.e.sicut.c.ad.f.⁊ hoc est equa ꝓportionalitas. Preterea eorum conclusio non sequitur:nisi omnes quantitates amboꝝ ordinū fuerit generis vnius.Si enim.a.b.e.sint linee.⁊.c.d.f.superficies:aut corpora:aut tempora:non erit tunc permutare proportiones:peccant igitur vniuersaliter dictū ꝑticulariter demonstrantes.

Propositio. 21.



I fuerint quotlibet quantitates alieq3 secundum earum numerum quarum queq3 due ex prioribus quibusq3 duabus ex posterioribus peruersim comparate secūdū proportionem earum fuerint.necesse quoq3 ē vt si fuerint im proportionalitate equalitatis priorum prima vltima maior.⁊ posteriorum prima vltima esse maiorem.si autem minor ⁊ minorem.Si vero equalis ⁊ equalem.

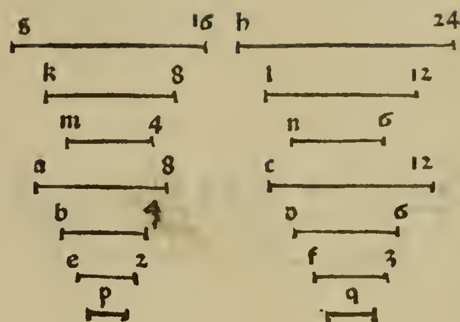


¶Secundū antecedens sint tres quātitates.a.b.e.sumanturq3 alie tres que sunt.f. c.d.⁊ sit proportio.a.ad.b.sicut.c ad.d.⁊.b.ad.e.sicut.f.ad.c.dico q̄ si.a.ē. maior.e.f.erit maior.d.⁊ si minor minor:⁊ si equalis.equalis: hic autē probatur per easdē ⁊ eodē modo quo precedens:si eni.a.sit maior.e.erit maior proportio.a.ad b.q̄3.e.ad.b.quare maior.c.ad.d.q̄3.e.ad.b.⁊ ideo maior q̄3.c. ad .f. maior igit̄ f.q̄3.d.per secundā partem.10. quod est propositum.qd̄ si.a.sit minor.e.erit tandem minor.c.ad.d.q̄3 ad.f.quare per eandem partem eiusdē.f. erit minor.d. Si autem.a.sit equalis.e .sequitur ut sit proportio.c.ad.d.sicut.c.ad.f.igitur per secundam partem.9.erit.f.equalis.d.quod est propositum.

Propositio .22.



I fuerint quotlibet quantitates alieq3 secundum earum numerum quarum queq3 due secundum proportionem duarum ex primis in equa proportionalitate proportionales erunt.

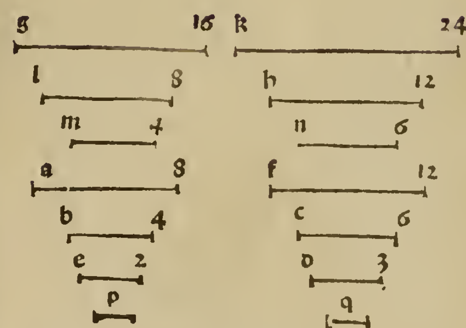


¶ Demonstratis antecedentibus ad equā proportionalitatē. hic demonstrat eam: ꝛ primo cum quantitates duorum ordinū sunt directe proportionales. Nō est aūt necesse vt demōstraret͂ nisi cū in vtroq3 duoꝝ ordinū sunt tantū tres quantitates. Per hoc eni euidenter sequitur cum in vtroq3 ordine fuerint quatuor quantitates ꝛ deinceps: ꝛ ideo etiā nō oportuit eius añs demōstrari nisi solū cū in vtroq3 ordine sunt etiā tres quantitates. ¶ Sint igitur tres quantitates. a. b e. sumantq3 tres alie que sunt. c. d. f. ꝛ sit proportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ꝛ. b. ad. e. sicut. d. ad. f. dico ꝙ erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. sumā eni. g. ad. a. ꝛ. h. ad. c. eq multiplicia. Itemq3. k. ad. b. ꝛ. l. ad. d. eque ꝛ rursus. m. ad. e. ꝛ. n. ad. f. eque. eritq3 ꝑ 4. g. ad. k. sicut. h. ad. l. ꝛ. k. ad. m. sicut. l. ad. n. quare per. 20. si. g. est maior. m. erit h. maior. n. ꝛ si minor minor: ꝛ si equalis equalis. igitur per diffinitionē incōtinue ꝓportionalitatis ꝓportio. a. ad. e. ē sicut. c. ad. f. qd ē propositū. ¶ Pōt quoq3 hoc demonstrari per. 15. huius sumptis. g. k. m. ad. a. b. e. ꝛ. h. l. n. ad. c. d. f. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. k. sicut. h. ad. l. ꝛ. k. ad. m. sicut. l. ad. n. cetera ꝑtracta vt prius. ¶ Qd si fuerint quantitates plures tribus in vtroq3 ordine: vtpote quatuor additis. p. ꝛ. q. ita ꝙ sit. e. ad. p. sicut. f. ad. q. erit iterum. a. ad. p. sicut c. ad. q. erit enim. a. ad. e. sicut. c. ad. f. hoc enim demonstratum est. sublatis igitur b. ꝛ. d. erunt tres quantitates. a. e. p. ꝛ alie tres. c. f. q. vt proponitur: quare. a. ad. p sicut. c. ad. q. sicq3 demōstratur de. 4. per tres sublato vno medio. Eodē modo demonstrabis de. 5. per. 4. sublatis duobus medijs: ꝛ de. 6. per. 5. sublatis tribus: ꝛ sic de ceteris.

Propositio .23.



I fuerint quotlibet quantitates alieq3 secundum earum numerum quarum queq3 due secundū proportionē duarum ex prioribus indirecte proportionate in equa proportionalitate proportiones erunt.



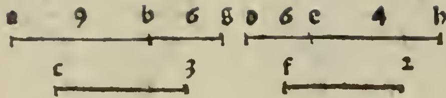
¶ Demonstrat equam ꝓportionalitatem in quantitatibus duorum ordinū indirecte siue ꝑuersim ꝓportionatis. Nec ē necesse ꝙ demonstret͂ nisi cum in vtroq3 duoꝝ ordinū sunt tantū tres quantitates: ꝑ hoc eni euidēter sequit͂ que cūq3 ponant͂ i vtroq3 ordine sicut i premissa de directe ꝓportionatis demōstratū ē. Sint igit͂. 3. q̄ntitates. a. b. e. sumātq3 alie. 3. q̄ sint. f. c. d. ꝛ sit ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. ꝛ. b. ad. e. sicut. f. ad. c. dico ꝙ erit. a. ad. e. sicut. f. ad. d. sumā eni. g. ad a. ꝛ. b. ad. c. ꝛ. k. ad. f. eque multiplicia. Itēq3. l. ad. b. ꝛ. m. ad. c. ꝛ. n. ad. d. eque: eritq3 per quartā. g. ad. l. sicut. h. ad. n. ꝛ per 15. l. ad. m. sicut. k. ad. h. quare per 21. si. g. addit super. m ꝛ. k. addit sup. n. ꝛ si minuit minuit: ꝛ si equat equat: ergo per diffinitionem incōtinue ꝓportionalitatis ꝓportio. a. ad. e. ē sicut. f. ad. d. qd ē propositū. ¶ Potest quoq3 ꝛ hoc demōstrari ꝑ. 15. hui⁹ sūptis. g. l. m. ad. a. b e. ꝛ. k. h. n. ad. f. c. d. eque multiplicibus: erit enim per. 15. g. ad. l. sicut. h. ad. n. ꝛ. l. ad. m. sicut. k. ad. h. cetera pertracta vt prius. Conuenientius tamen demonstrantur hec ꝛ premissa secundm primum modum. ¶ Qd si plures tribus fuerint quantitates in vtroq3 ordine: vtpote q̄tuor additis. p. ꝛ. q. ita ꝙ sit. a. ad. b. sicut

d.ad.q.ꝛ.b.ad.e.ſicut.c.ad .d.ꝛ.e.ad.p.ſicut.f.ad.c.erit iterum.a.ad.p. ſicut.f ad.q.erit enim per p̄demonſtrata.a.ad.c.ſicut.c.ad.q. Sublatis igitur. b.ꝛ.d. erunt tres quātitates.a.c.p.ꝛ alie tres.f.c.q.vt proponitur:quare.a.ad.p.ſicut.f. ad.q.Sic igitur demonſtratur de.4.per tres ſublato vno medio. Eodē modo de/ monſtrabis de.5.per quatuor ſublatis duobus medijs.ꝛ de.6.per.5.ſublatis tri/ bus:ꝛ ſic in ceteris.

Propoſitio .24.



I fuerit proportio primi ad ſecundū tanq̄ tertii ad quar tum.proportio vero quinti ad ſecundū. tanq̄ ſexti ad q̄r tum:erit proportio primi ꝛ quinti pariter acceptorum ad ſecundum tanq̄ ſexti ꝛ tertii pariter acceptorum ad quar/ tum.

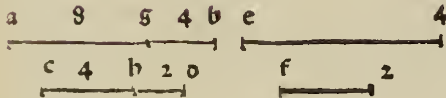


¶ Qd̄ ſcd̄a propoſuit de multiplicibus hec proponit vniuerſaliter de omnib⁹ pro/ portionibus.vnde eſt illa tanto cōmunior quāto multiplicitate proportio ꝛ ſe ha/ bet ad illam:quemadmodum. 13.ad primam.Sit igitur proportio.a.b.ad.c. ſicut d.e.ad.f.ꝛ itē.b.g.ad.c.ſicut.e.h.ad.f.dico q̄ proportio.a.g.ad.c. eſt ſicut.d.h. ad.f.erit enim per conuerſam proportionalitatem.c.ad.b.g.ſicut.f.ad.e.h.quare per.22.erit in equa proportionalitate.a.b.ad.b.g.ſicut.e.d.ad.e.h.ergo coniun/ ctim per.18.a.g.ad.g.b.ſicut.d.h.ad.h.e.itaq̄ per.22.erit in equa proportionali tate.a.g.ad.c.ſicut.d.h.ad.f.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .25.



I fuerint quantitates proportionales:fueritq̄ prima ea/ rum maxima.ꝛ vltima minima. primam ꝛ vltimā pariter acceptas ceteris duabus maius eſſe neceſſario cōproba/ tur.



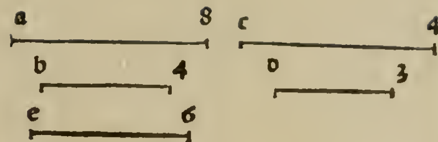
¶ Qd̄ hic proponitur nō habet locum niſi cum omnes quatuor quā titates ſint eiuſdem generis. Sint igitur quatuor quantitatū eiuſdē generis pro/ portio.a.b.ad.c.d.ſicut.e.ad.f.ſitq̄.a.b.maxima:neq̄ oportet ponere q̄.f.ſit mi nima:quia ipſum ex hoc ſequitur q̄.a.b.poſita eſt maxima. vnde non poſuit hoc auctor in concluſione tanq̄ poſitionem:ſed potius tanq̄ precedentis poſitiōis cō cluſionem.dico q̄ cum ita fuerit maius erit aggregatum ex.a.b.ꝛ.f.q̄ ex. c.d.ꝛ.e Cum enim.a.b.ſit maior.e.abſcindam ex.b.a.g.b.equalem.e. ¶ Similiter quoq̄ quia.c.d.eſt maior.f.abſcindam ex.c.d.h.d.equalem.f.eritq̄ propter ypotheſim a.b.ad.c.d.ſicut.g.b.ad.h.d.quare per.19.a.g. reſiduum ad. c.h. reſiduum ſicut tota.a.b.ad totū.c.d.ſ.a.b.ad.c.d .Cū ergo.a.g.ſe habet ad.c.h.ſicut.a.b.ad.c d. ſed.a.b.ē maior.c.d.quare.a.g.maior eſt.c.h.additis igitur vtriq̄ duab⁹quan titatibus.g.b.ꝛ.h.d.erit per cōmunem ſcientiam aggregatum ex.a.b.ꝛ.h.d. ma/ ius aggregato ex.c.d.ꝛ.g.b.ꝛ quia.d.h. poſita eſt equalis. f.ꝛ.g. b.e. maius erit aggregatum ex.a.b.ꝛ.f.quā aggregatum ex.c.d.ꝛ.e.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .26.



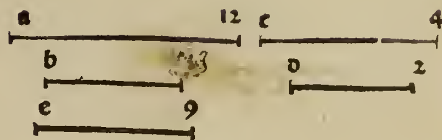
I fuerit quatuor quantitatum proportio prime ad ſecun/ dam maior quam tertie ad quartam. erit conuerſiū econ/ trario ꝓportio ſcd̄e ad primā minor q̄ quarte ad tertiam Sit ꝓportio.a.ad.b.maior q̄.c.ad.d.dico q̄ erit econuerſo mō ꝓrio mior ꝓportio.b.ad.a.q̄.d.ad.c.ſi ei ē eadē.b.ad.a.q̄ ē.d.ad.c.erit

ecōuerſo.a.ad.b.vt.c.ad.d.ſʒ nō ē imo maioꝛ. At vero ſi ē.b.ad.a.maioꝛ q̄ʒ d.ad c.ſit.c.ad.a.vt.d.ad.c.eritqʒ ex.12.c.ad.a.miōꝛ q̄ʒ.b.ad.a.q̄re ex p̄ma parte.10.c ē miōꝛ.b. Jdeoqʒ ex ſcd̄a parte.8.maioꝛ erit ꝓpoꝛtio.a.ad.c.q̄ʒ.c.ad.b.ꝛ q꞉ ꝑ con uerſam pꝛopoꝛtionalitatem.a.ad.c.ſicut.c.ad.d.erit ex.12.pꝛopoꝛtio.c.ad.d.ma ioꝛ q̄ʒ.a.ad.b.ſed erit minoꝛ꞉relinquitur ergo pꝛopoſitū. ¶ Poſſumus quoqʒ ſi li bet aſtruere pꝛopoſitum oſtenſiue꞉manifeſtum enim eſt ex pꝛima parte.10.ꝙ illa quantitas cuius ad.b.eſt.eadem pꝛopoꝛtio que eſt.c.ad.d.eſt minoꝛ.a.eo ꝙ po/ nitur maioꝛ pꝛopoꝛtio.a.ad.b.q̄ʒ.c.ad.d.illa ergo quantitas ſit.e. cum ſit igitur pꝛopoꝛtio.e.ad.b.vt.c.ad.d.erit econuerſo.b.ad.e.vt.d.ad.c. Conſtat autem ex ſecunda parte.8.ꝙ pꝛopoꝛtio.b.ad.a.minoꝛ eſt q̄ʒ pꝛopoꝛtio.b.ad.e.itaqʒ per 12.pꝛopoꝛtio.b.ad.a.eſt minoꝛ q̄ʒ.d.ad.c.qd̄ voluimus.



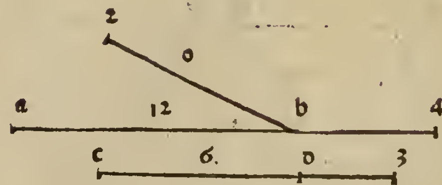
Pꝛopoſitio .27.

SI fuerit quatuoꝛ quantitatum maioꝛ pꝛopoꝛtio pꝛime ad ſecundam.q̄ʒ tertie ad quartam. erit permutatim maioꝛ pꝛopoꝛtio pꝛime ad tertiam. quam ſecunde ad quartam. ¶ Sit hic quoqʒ pꝛopoꝛtio.a.ad.b.maioꝛ q̄ʒ.c.ad.d.dico ꝙ erit per mutatim maioꝛ pꝛopoꝛtio.a.ad.c.q̄ʒ.b.ad.d.eadem enim non erit quia tunc quoqʒ eſſet permutatim.a.ad.b. ſicut.c. ad.d. neqʒ minoꝛ. Nam ſi hoc ponatur꞉ſit itaqʒ.e.ad.c.vt.b.ad.d.eritqʒ ex.12.maioꝛ ꝓpoꝛtio.e.ad.c.q̄ʒ.a.ad c.quare ex pꝛima parte.10.e.eſt maioꝛ.a. Jtaqʒ per pꝛimam partem.8.pꝛopoꝛtio e.ad.b.eſt maioꝛ q̄ʒ.a.ad.b.ꝛ quia poſitum eſt vt ſit.e.ad.c.ſicut.b.ad.d. erit ꝑ/ mutatim.e.ad.b.ſicut.c.ad.d.ex.12.igitur maioꝛ erit pꝛopoꝛtio.c.ad.d.q̄ʒ.a. ad b.ſed poſitum erat oppoſitum꞉verum eſt ergo pꝛopoſitū꞉ ¶ Oſtēſiue quoqʒ idem queadmodum in pꝛemiſſa꞉ſumpta enim eſt.e.ad.b.vt.c.ad.d.erit ex pꝛima parte 10.e.minoꝛ.a.quare ex pꝛima parte.8.maioꝛ erit.a.ad.c.q̄ʒ.e.ad.c.ſed ex permu tata pꝛopoꝛtionalitate eſt.e.ad.c.vt. b.ad.d.igitur ex.12.a.ad.c.eſt maioꝛ q̄ʒ.b. ad.d.quod eſt pꝛopoſitum.



Pꝛopoſitio .28.

SI fuerint quatuoꝛ quantitates quarum pꝛime ad ſecundā ſit maioꝛ pꝛopoꝛtio q̄ʒ tertie ad quartam.erit quoqʒ con/ iunctim maioꝛ pꝛopoꝛtio pꝛime ꝛ ſecunde ad ſecūdam q̄ʒ tertie ꝛ quarte ad quartam. ¶ Sit maioꝛ pꝛopoꝛtio.a.ad.b.q̄ʒ.c.ad.d.dico ꝙ maioꝛ erit totius a.b.ad.b.q̄ʒ totius.c.d.ad.d.quia ipſa neqʒ erit equalis neqʒ minoꝛ.Si eni equa lis꞉tunc erit diſiunctim.a.ad.b.vt.c.ad.d.Si autem eſt minoꝛ꞉ſit.e.b.ad.b. vt.c d.ad.e.eritqʒ ex.12.maioꝛ pꝛopoꝛtio.e.b.ad.b.q̄ʒ.a.b. ad.b. itaqʒ ex pꝛima par/ te.10.e.b.eſt maioꝛ q̄ʒ.a.b.ꝛ per cōceptionem.e.maioꝛ q̄ʒ.a. quare ex pꝛima par te.8. maioꝛ eſt pꝛopoꝛtio . e. ad.b. q̄ʒ.a.ad. b.ſed.e.ad.b. eſt vt .c. ad .d. per diſiunctam pꝛopoꝛtionalitatem꞉eo ꝙ erat.e.b.ad.b.vt.c.d. ad.d. ergo per.12.c. ad.d.eſt maioꝛ q̄ʒ.a.ad.b. hoc autem eſt contra ypothe. ¶ Jdem etiam oſtenſi/ ue꞉ cum enim pꝛopoſitum ſit ꝙ maioꝛ ſit pꝛopoꝛtio .a . ad. b. q̄ʒ . c. ad . d꞉ ſit pꝛopoꝛtio .e. ad.b. vt. c. ad.d. eritqʒ ex pꝛima parte decime. e. minoꝛ . a.



Ideoq; ex cõmuni scientia.e.b.erit minor.q̃z.a.b. quare ex prima parte.8. maior erit proportio.a.b.ad.b.q̃z.e.b.ad.b.At vero proportio.e.b.ad.b.est per coniunctam proportionalitatem sicut.c.d.ad.d.positum enim est vt sit. e.ad. b.tanquã c.ad.d.igitur ex.12.maior est.a.b.ad.b.q̃z.c.d.ad.d.quod est propositum.

Propositio .29.



Si fuerit quatuor quantitates quarum prime & secunde ad secundam sit maior proportio q̃z tertie & quarte ad quartam. erit quoq; disiunctis proportio prime ad secundam maior q̃z tertie ad quartam.



¶Sit proportio.a.b.ad.b.maior q̃z.c. d.ad. d.dico q̃ erit disiunctim proportio.a.ad.b.maior q̃z.c.ad.d.alioquin erit equalis vel minor.qđ si equalis erit per coniunctam proportionalitatem.a.b.ad.b.ut.c.d. ad.d. si autem minor erit maior.c.ad.d.q̃z.a.ad.b.ergo per premissam maior erit.c. d.ad d.q̃z.a. b.ad.b.quod est inconueniens:quia positum est q̃ minor.verum est ergo qđ dicitur.Qđ etiam ostensiue astruemus hoc modo ponemus enim ut proportio.e.b. ad.b.sit tanq̃z proportio.c.d.ad.d.eritq; ex prima parte.10.e.b.minor q̃z. a.b. quare ex communi scientia.e.est minor q̃z.a.minor igitur est ex prima parte.8. proportio.e.ad.b.q̃z sit.a.ad.b.sed proportio.e.ad. b.est sicut.c.ad.d. ex disiuncta proportionalitate:itaq; ex.12.proportio.a.ad.b.est maior q̃z sit.c.ad.d. quod est propositum.

Propositio .30.

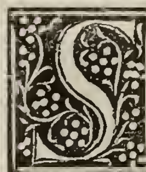


Si fuerint quatuor quantitates quarum prime & secunde ad secundã sit maior proportio q̃z tertie & quarte ad quartam: erit euersim minor proportio prime & secũde ad primam q̃z tertie & quarte ad tertiam.

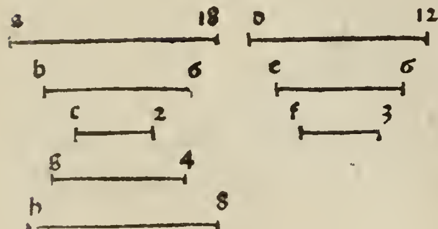


¶Sit maior proportio.a.b.ad.b.q̃z.c.d.ad.d. dico q̃ euersim minor erit proportio.a.b.ad.a.q̃z.c.d.ad.d.erit enim disiunctim ex premissa maior proportio.a.ad.b.q̃z.c.ad.d. Itaq; per.26.erit econuerso minor. b.ad.a. q̃z.d. ad.c.quare per ante premissam coniunctim minor erit.b.a.ad.a.q̃z.c.d. ad.c. qđ est propositum.

Propositio .31.



Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itemq; tres in alio fueritq; prime priorum ad secundam maior proportio quam prime posteriorum ad secundam.itemq; secunde priorum ad tertiam maior quam secunde posteriorum ad tertiam.erit quoq; prime priorũ ad tertiã maior proportio q̃z prime posteriorum ad tertiam.

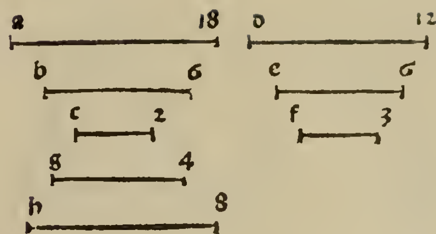


¶Sint tres quãtitates.a.b.c.itẽq; alie tres.d.e.f.sitq; maior pportio.a.ad.b.q̃z d.ad.e.itẽq; maior.b.ad.c.q̃z.e.ad.f.dico q̃ maior erit pportio.a.ad.c.q̃z.d.ad f.sit eni.g.ad.c ut.e.ad.f.eritq; ex p̃ma pte.10..g.mior.b.q̃re ex scđa pte.8.proportio.a.ad.g.ẽ maior q̃z.a.ad.b.mlto maior ergo ẽ pportio.a.ad.g.q̃z.d. ad.e sit itaq;.b.ad.g.vt.d.ad.e.eritq; ex p̃ma pte.10.a.maior.b.q̃re ex p̃ma pte.8.p/

portio.a.ad.c.maior est q̃ȝ proportio.b.ad.c. At vero proportio.b.ad.c. est per equam proportionalitatem: sicut.d.ad.f.est enim.b.ad.g.vt.d.ad.e.⁊.g.ad.c.vt e.ad.f.igitur ex.12.proportio.a.ad.c.est maior q̃ȝ.d.ad.f. quare constat proposi tum

Propositio .32.

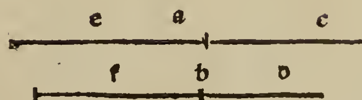
Si fuerint tres quantitates in vno ordine. itemqȝ tres in alio fueritqȝ proportio secunde priorum ad tertiam maior quam prime posteriorum ad secundam Itemqȝ prime priorum ad secundam maior quam secunde posteriorum ad tertiam.erit maior proportio prime priorum ad tertiā quam prime posteriorum ad tertiam.



¶Sint enim tres quantitates in vno ordine.a.b.c. Itemqȝ tres in alio.d.e.f.quē admodum in premissa:sitqȝ maior proportio.b.ad.c.q̃ȝ.d.ad.e.⁊ maior.a.ad.b. q̃ȝ.e.ad.f.dico q maior erit.a.ad.c.q̃ȝ.d.ad.f.sit enim.g.ad.c.vt.d.ad.e. eritqȝ g.minor.b.per primam partem.10.quare maior erit proportio.a. ad.g. q̃ȝ ad.b: per secundam partem.8.igitur multo maior est.a.ad.g.q̃ȝ.e.ad.f.sit itaqȝ. b. ad g.vt.e.ad.f.eritqȝ.a.maior.b.ex prima parte.10.quare proportio.a. ad.c. maior est q̃ȝ.b.ad.c.ex prima parte.8.At vero ex.23.proportio.b.ad.c.est tanquā.d.ad f.eo q̄d est.g.ad.c.vt.d.ad.e.⁊.b.ad.g.vt.e.ad.f.igitur ex.12.maior est propor/ tio.a.ad.c.q̃ȝ.d.ad.f.quod est propositum.

Propositio .33.

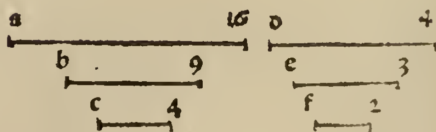
Si fuerit proportio totius ad totū maior: q̃ȝ abscisi ad ab/ scisum erit residui ad residuum maior proportio q̃ȝ toti/ us ad totum.



¶Sint due quantitates.a.⁊.b.a quibus abscindantur.c.⁊.d.⁊ resi/ dua sūt.e.⁊.f.sitqȝ maior proportio.a.ad.b.q̃ȝ.c.ad.d.dico q ma ior erit proportio.e.ad.f.q̃ȝ.a.ad.b.erit enim ex.27. permutati maior proportio a.ad.c.q̃ȝ.b.ad.d.quare ex.30.erit euersim minor proportio. a. ad.e.q̃ȝ. b.ad.f. igitur rursus ex.27.permutatim minor erit.a.ad.b.q̃ȝ.e .ad.f. quod est proposi/ tum.

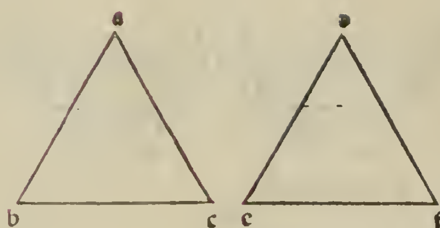
Propositio .34.

Si quotlibet quantitates ad totidem alias comparentur. fueritqȝ cuiuslibet precedentis ad suam relatiuam maior proportio q̃ȝ alicuius subsequentis ad suaȝ. erit omnium harum pariter acceptarum ad omnes illas pariter acce/ ptas maior proportio q̃ȝ alicuius subsequentiuȝ ad suam comparem aut etiam q̃ȝ omnium pariter acceptarum ad omnes pari/ ter acceptas:minor autem q̃ȝ prime ad primam



Sit.3.q̄ntitates.a.b.c.relate ad totidē alias q̄ sit.d.e.f.sitqȝ maior ꝓportio.a.ad d.q̃ȝ.b.ad.e.⁊.b.ad.e.sit maior q̃ȝ.c.ad.f.dico q ꝓportio.a.b.c.piter acceptaꝝ. ad.d.e.f.piter acceptas. ē maior q̃ȝ.b.ad.e.vł maior q̄.c. ad.f.⁊ etiā maior.q̃ȝ.b

ꝛ.c.pariter acceptaꝝ ad.e.ꝛ.f.pariter acceptas:ꝛ ꝙ ipsa est minoꝛ q̄ꝫ.a.ad. d.cū sit enī.a.ad.d.maioꝛ q̄ꝫ.b.ad.e.erit permutatim.a.ad.b.maioꝛ q̄ꝫ.d.ad.e.ꝛ coniunctim.a.b.ad.b.maioꝛ q̄ꝫ.d.e.ad.e.ꝛ iterum permutatim. a.b.ad. d.e.maioꝛ q̄ꝫ.b.ad.e.quare per pꝛemissam.a.ad.d.est maioꝛ q̄ꝫ.a.b.ad .d.e. codēqꝫ modo ꝓbaṫ maioꝛē ēē.b.ad.e.q̄ꝫ.b.c.ad.e.f.itaqꝫ maioꝛ ꝓpoꝛtio ē.a.ad.d.q̄ꝫ.b.c.ad.e f.q̄re permutatim maioꝛ est. a.ad.b.c.q̄ꝫ.d.ad.e.f.ꝛ coniunctim maioꝛ.a.b.c.ad b.c.q̄ꝫ.d.e.f.ad.e.f.ꝛ iterum permutatim maioꝛ.a.b.c.ad.d.e .f.q̄ꝫ.e.b .ad.e.f. quare per pꝛemissam maioꝛ est.a.ad.d.q̄ꝫ.a.b.c.ad.d.e.f. quod est ꝓpositum.
Explicit liber quintus Incipit liber Sextus.





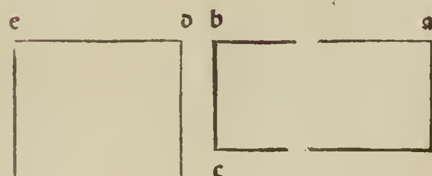
Uperficies similes dicūṫ q̄rū anguli vnius angulis alterius equales.lateraqꝫ equos angulos continentia pꝛopoꝛtionalia.

❡ Ut si trigonus.a.b.c.fuerit equiangulus trigono de..f.fueritqꝫ angulus.a.equalis angulo.d.ꝛ angulus.b.equalis angulo.e.ꝛ ꝓpoꝛtio.a.b.ad.d.e.sicut a.c.ad.d.f.ꝛ.b.c.ad.e.f.ipsi erunt similes.



Uperficies mutuoꝝ laterum sūt inter quarum latera incontinua pꝛopoꝛtionalitas retrālitiue habetur.

❡ Ut si duoꝝ quadrilaterum.a.b.c.d. e.f.pꝛopoꝛtio .a.b.lateris pꝛimi.ad. d.e.latus secundi fuerit sicut pꝛopoꝛtio. e:f. lateris secundi. ad.b.c.latus pꝛimi:illa duo quadrilatera dicuntur mutuoꝛum laterum siue mutekesia.❡ Linea dicitur diuidi secundū pꝛopoꝛtionē habentē mediū ꝛ duo extrema quando eadem est pꝛopoꝛtio totius ad maioꝛem sui sectionē que ē maioꝛis ad minoꝛem.

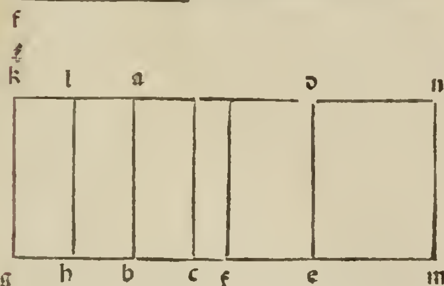


Pꝛopositio .1.

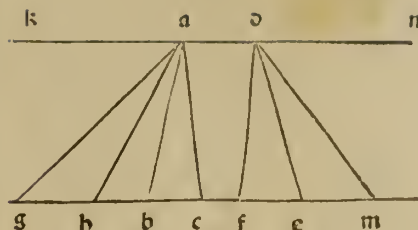


I duarum rectilinearum superficierum equidistantium laterum siue triangulorum fuerit altitudo vna:tanta erit alterutra earum ad alteram.quanta sua basis ad basim alterius.

❡ Sint duo paralellograma.a.b.c.d.e.f.equalis altitudinis.dico eē ꝓpoꝛtionē eoꝝ:sicut.b.c.ad.e.f.ponam illa duo paralellograma sup lineā vnam que sit.g.m.eruntqꝫ pꝛopter hoc ꝙ sunt equalis altitudinis inter lineas equidistantes quarū sit altera .k.n.deinde ex linea.g.m.sumā.g.c.multiplicē ꝭm quēcumqꝫ numerū voluero.a.d.b.c.ꝛ diuidā eā in ptes equales.b.c.in punctis.h.ꝛ. b.a quibus ꝛ punto.g. ducā equidistantes linee.a.b.que sūt.g.k.ꝛ.h.l.ꝛ cōplebo supficies equidistantiū laterū.k.h.ꝛ.l.b.eritqꝫ vnaq̄qꝫ earū ꝑ.36.pꝛimi equalis.a.c. q̄re sicut linea.g.c.ē multiplex linee.b.c.ita supficies.c.k.superficiei.a.c.Siliter quoqꝫ ad lineā.e.f.sumā ex linea.g.m.lineā.f.m.multiplicē ꝭm quēcūqꝫ numerū voluero e.f.ꝛ cōplebo superficiē equidistātium laterum ducta linea.m.n.equidistāter linee d.e.eritqꝫ superficies .n.f. ita multiplex superficiei .d.f.sicut linea .m.f. linee.e. f.ꝛquia per.36. pꝛimi si linea.g.c.est maioꝛ linea .f.m.superficies.k.c.est maioꝛ superficie.n.f.et si minoꝛ minoꝛ .et si equalis equalis erit per diffinitionē icōtinue



proportionalitatis eadem ꝓportio basis.b.c.ad basim.e.f.que est superficiei.a.c. ad superficiē.d.f.quod est propositum. ¶De triangulis equalis altitudinis idem probabis: et eodem modo per.38.primi ductis lineis ab extremitatibus earum quas ad bases sumes multiplices ad vertices triangulorum.

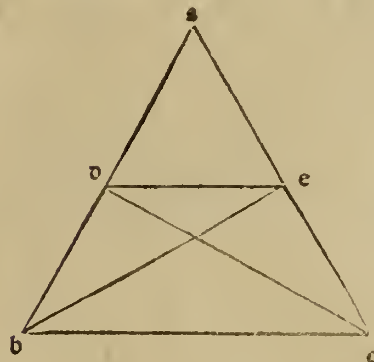


Propositio .2.

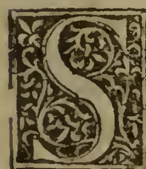


Si linea recta duo trianguli latera secans reliquo fuerit equidistans: eam duo illa latera proportionaliter secare. Si vero ꝓportionaliter secet eā reliquo latere equidistare necesse est.

¶Sit triangulus.a.b.c.cuius duo latera.a.b.et.a.c.secet linea.d.e. equidistanter tertio lateri.qđ est.b.c. dico ꝙ erit ꝓportio .a.d.ad.d.b.sicut .a.e. ad.e.c.et ecōuerso si fuerit ꝓportio.a.d.ad.d.b.sicut.a.e.ad.e.c.linea.d.e.erit eq̄distans linee.b.c.protraham enī duas lineas.e.b.et.d.c.eritq; per.37.primi triangulus.e.d.b.equalis triangulo.d.e.c.propter id qđ ipsi sunt ambo sup lineā. d.e. inter lineas equidistantes.itaq; per scđam partē.7.quinti:ꝓportio trianguli.a.d. e.ad vtrūq; illorum erit vna:sed ꝓportio ei9 ꝑpremissā ad triangulū.e.d.b. ē sicut linee.a.d.ad lineā.d.b.et ad triangulū.d.e.c.sicut linee.a.e.ad lineā.e.c.Nam ipse cum vtroq; illorum est equalis altitudinis:quare erit ꝓportio.a.d.ad.d.b.sicut. a.e ad.e.c.qđ est primum. ¶Et si hoc fuerit erit per premissam ipsius .a.d.e.vtrūq; illorum proportio vna:quare per secundam partem.9.quinti ipsi sunt adinuicē equales: et quia ipsi sunt super eandē basim.videlicet lineam.d.e.et ex eadem pte erit p 39.primi:linea.d.e.equidistans linee.b.c.qđ est secundum.

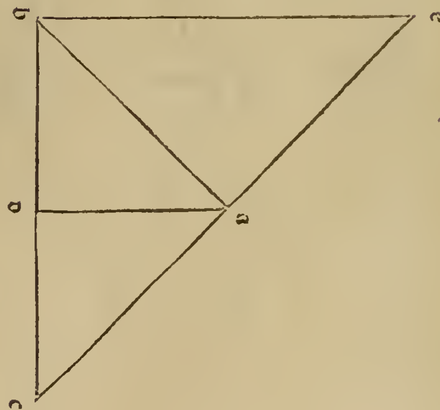


Propositio .3.



Si ab aliquo angulorum trianguli linea recta ad basim ducta angulum illum per equalia secet: duas partes ipsi9 basis reliquis eiusdem trianguli lateribus proportionales esse. Si vero due partes basis quas linea ab angulo ducta distinguit reliquis trianguli lateribus ꝓportionales fuerint lineam illam angulū p equalia diuidere necessario cōprobatur.

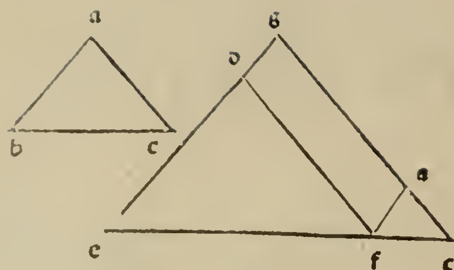
¶Sit trigonus.a.b.c.cuius angulum.a.diuidat linea. a.d.p equalia :dico ꝙ proportio.b.d.ad.d.c.est sicut.b.a.ad.a.c.et ecōuerso:protraham enim.b.e. equidistantem.a.d.et producā.c.a.quousq; concurrat cū.b.e:in puncto.e.eritq; per primam partē.29.primi angulus.e.b.a.equalis angulo.b.a.d. et per scđam partem eiusdem angulus.e.angulo.d.a.c.quare angulus.e.est equalis angulo.e.b.a.ergo per.6.primi.e. a.est equalis.a.b.et ideo p primā partem.7.quinti proportio.e.a. ad.a.c.ē sicut.b.a.ad.a.c.sed per premissam.e.a.ad.a.c. ē sicut.b.d.ad.d.c.ergo b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quod est primum. ¶Secunda pars que est conuersa prime ptis probabitur conuerso modo.Manente enim eadem dispositione si fuerit proportio.b.a.ad.a.c.sicut.b.d.ad.d.c.quare per premissā.e.a.ad.a.c.ē sicut. b.d.ad.d.c.erit eadem proportio.e.a.ad.a.c.que est.b.a.ad.a.c. ergo per primā partem.9.quinti.e.a.et.a.b.sunt equales. quare per.5.primi duo anguli.e.et.e.b.a sunt equales.igitur per primā et secundā partem.29.primi angulus.b.a.d.ē equalis angulo.d.a.c.quod est secundum.



Propositio .4.



Omnium duorum triangulorum quorum anguli vnius angulis alterius sunt equales: latera equos angulos respicientia sunt proportionalia.



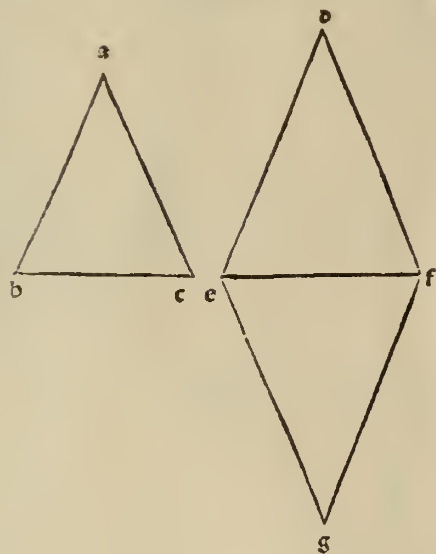
¶ Sunt duo trianguli.a.b.c.d.e.f.equianguli.sitq3 angulus.a. equalis angulo.d.7 angulus.b.angulo .e.7 angulus.c. angulo.f.dico q proportio.d.e.ad.a.b.7.d.f.ad.a.c.est sicut.e.f.ad.b.c.ponā enim ambos triangulos sup lineā vnā que sit.e.c.ita q duo anguli vnius qui erunt sup hanc lineam sint equales duobus alterius qui erunt super eandē.non quidē medius medio aut extremus extremo.sed medius vnius extremo alterius.7 ponā duos eorū medios angulos in eodē pūcto coire.sitq3.a.f.c.ipse idē triangul9 q̄ erat.a.b.c. 7 qr angulus.a.f.c.ē eq̄lis angulo.e.7 angulus.d.f.e.āgulo.c.p ypothesi: erit p primā partem.28.primi linea.a.f.equidistans.d.e.7.d.f.equidistans.a.c.cōplebo igitur superficiem equidistantium laterum que sit.g.f.eritq3 per.34.primi.g.a. equalis.d.f.7.g.d.equalis.a.f.quia. ergo per secūdum huius.g.a.ad.a.c.sicut.e.f.ad.f.c.et per eandem.e.f.ad.f.c.sicut.e.d.ad.d.g.erit per.7.quinti .d.f.ad.a.c. 7 per eandem.e.d.ad.f.a.sicut.e.f.ad.f.c.quod est propositum.

Propositio .5.



Omnium duorum triangulorū quorū cunctorū laterū se se respicientiū ē proportio vna anguli lateribus proportionalibus contenti equi sibi inuicem esse probantur.

¶ Hec est conuersa prioris nec fecit ex ea 7 premissa vnā cōclusionem sicut fecit in secunda 7 tertia huius:qr nec eadē figuratione nec eisdē medijs demonstratur quibus p̄cedens. Sint itaq3 duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitq3 proportio.a.b.ad.d.e.7.a.c.ad.d.f.sicut.b.c.ad.e.f.dico q angulus.a. ē equalis angulo.d.7 angulus.b.angulo.e.7 angulus.c.angulo.f.constituā super lineam.e.f.in opposita pte trianguli.d.e.f.angulū.f.e.g.equalem angulo.b.7 angulū. e.f.g equalem angulo.c.eritq3 per.32.primi:angulus.g.equalis angulo. a. ergo per premissam proportio.a.b.ad.e.g.7.a.c.ad.f.g.sicut.b.c.ad.e.f.quare.a.b. ad. d.e: sicut ad.e.g.7.a.c.ad.d.f.sicut ad.f.g. igitur per secundam partem none quinti d.e.est equalis.e.g.7 per eandem.d.f.equalis.f.g.quare per.8.primi: duo trianguli.d.e.f.7.g.e.f.sunt equianguli:quare ergo triangulus.g.e.f.est etiam equiangulus triangulo.a.b.c.constat propositum.



Propositio .6.



Omnes duo trianguli quorum vnus angulus vni9 vni angulo alterius eq̄lis. lateraq3 illos duos equos angulos continentia proportionalia sunt inter se inuicem equianguli.

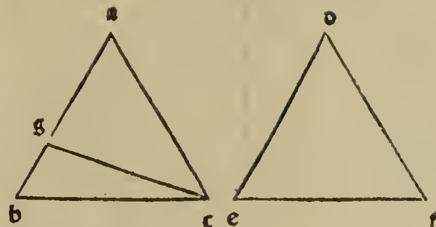
¶ Maneat prior dispositio.7 sit solū angulus.b.equalis angulo.d.e.f.7 proportio. a.b.ad.d.e.sicut.b.c.ad.e.f.dico adhuc duos triāgulos.a.b.c.d e.f.esse equiangulos: cum enim sit per.4.huius propter ypotheses p̄misse conclu/

sionis.a.b.ad.c.g.sicut.b.c.ad.e.f.erit.a.b.ad.d.e.sicut.a.b.ad.c.g.quare per se cundam partem none quinti.d.e.est equalis.c.g.quia ergo duo latera.d.e.z.e.f. trigoni.d.e.f.sunt equalia duobus lateribus.c.g.z.c.f.trigoni.g.c.f.z angulus.e. vnius angulo.c.alterius:quia vterq3 est equalis angulo.b.ipsi erunt per quartam primi equianguli z quia.c.g.f.est etiam equiangulus.a.b.c.patet propositum.

Propositio .7.

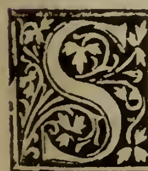


Si fuerint duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis:duoq3 suorum reliquorum angulorum lateribus proportionalibus contenti:duorum vero demum reliquorum vterq3 aut neuter recto angulo minor necesse est illos duos triangulos omnibus suis angulis inter se inuicem equiangulos esse.



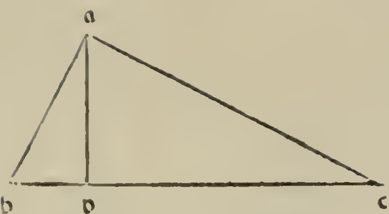
¶Sint duo trianguli.a.b.c.d.e.f.sitq3 angulus.a.equalis angulo.d.z proportio a.c.ad.d.f.sicut.c.b.ad.f.e.z vterq3 duorum angulorum.b.z.e.aut neuter sit minor recto:dico eos esse equiangulos.Si eni angulus.c.vnius est equalis angulo.f. alterius:patet propositū per premissam.Sin autem sit.c.maior fiatq3 angulus. a.c g.equalis eidem:eritq3 per.32.primi triangulus.a.g.c.equiangulus triangulo.d. e.f.quare per quartam huius proportio.a.c.ad.d.f.sicut.g.c.ad.e.f.s3 sic fuit.b.c ad.e.f.ergo per.9.quinti.g.c.z.b.c.sunt equales .ergo per quintā primi angulus b.est equalis angulo.b.g.c.si ergo neuter duorū angulorum.b .z.e. fuerit minor recto:accidet duos angulos vnius trianguli nō esse minores duobus rectis: qd̄ esse non potest per.32.primi Qd̄ si vterq3 fuerit minor recto:erit āgulus.a.g.c.maior recto per.13.primi:quare z angulus.c.sibi equalis est etiam recto maior qd̄ ē contra ypothe.quare destructo opposito remanet propositū: oportet aūt vtrūq3 angulorum reliquorum aut neutrū esse minorem recto.possibile enim est in eodem triangulo vt in triāgulo.a.b.c.lineam.g.c.eē equalē.b.c .z iō erit.a.c.ad vtrāq3 earum vna proportio per.7.quinti.Nec tamē erunt trianguli.a.g.c. z.a. b.c. equianguli quāuis vnus angulus vnius sit equalis vni angulo alterius immo idem vt angulus.a.z proportio linee.a .c.put est latus magni ad.a.c.prout est latus pui sicut b.c.latus magni. ad.g.c. latus parui . vtraq3 enim equalis : z hoc est ppter hoc q̄ angulus.g.minoris est maior recto:z angulus.b.maioris minor.Nam in omni triangulo duum equalium laterum vterq3 angulorum qui sunt ad basim est minor recto.

Propositio .8.



Si ab orthogonij angulo recto ad basim linea perpendicularis ducatur. fiēt duo trianguli partiales toti triangulo z sibi inuicem similes.Unde etiam manifestum est quia in omni triangulo rectangulo si ab eius angulo recto ad basim perpendicularis ducatur. erit ipsa perpendicularis inter duas sectiones ipsius basis proportionalis. Itemq3 vtrūq3 latus inter totam basim atq3 sibi conterminalē basis portionem.

¶Sit trigonus.a.b.c.orthogonius eiusq3 angulus.a.rectus a quo ducatur. a.d.

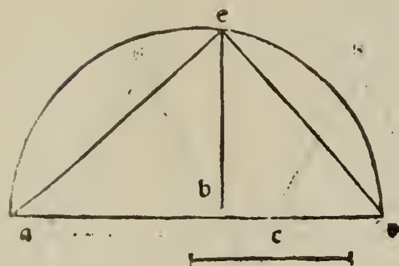


perpendicularis ad basim.dico q vterq3 duorum triangulorum partialium qui sū a.b.d.a.d.c.similis est totali triangulo.a.b.c.⁊ vnus eorum alteri. ē enim vterq3 ipsorum equiangulus totali per.32.primi.eo q vterq3 est orthogonius ⁊ in vno angulo cōmunicat cum totali: quare ⁊ sibi inuicem sunt equianguli. ita q angulus b.est equalis angulo.d.a.c. ⁊ angulus.b.a.d.angulo.c. ⁊ duo anguli qui sunt.ad d.sibi inuicem ⁊ angulo.a.totali equales: quare per.4.huius latera equos eorum angulos respicientia.sunt proportionalia: ergo per diffinitionem sunt similes: qd est propositum: vtrūq3 correl'.ex his euidenter apparet.

Propositio .9.



Duabus lineis propositis tertiam inter eas sub proportionalitate continua collocare.

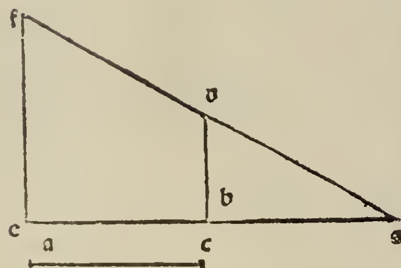


¶ Sint due linee proposite.a.b.⁊.c.inter quas volo vnam lineam in proportionalitate continua collocare. Adiungam vnam earū alteri sitq3 tota ex eis composita.a.d.ita q.b.d.sit equale.c.⁊ super totam describo semicirculum.a.e.d.⁊ produco.e.b.vsq3 ad circumferentiam perpendicularem ad lineam.a.d.dico lineam.b.e.esse quē querimus: produco enim lineas.e.a.⁊.e.d.eritq3 per.30.tertij angulus.e.totalis rectus: quare per primam partē correl'.premisse proportio.a.b.ad.b.e.sicut.b.c.ad.b.d. qd est propositum.

Propositio .10.

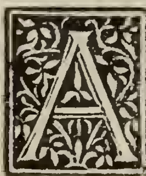


Duabus lineis datis tertiam eis in continua proportionalitate subiungere.



¶ Sint due linee proposite.a.b.⁊.c.quibus volo tertiam in cōtinua proportionalitate subiungere: coniūgo lineam.c. angulariter vt cōtingit cū linea.a.b.sitq3.a.d.sibi equalis. ⁊ produco lineā.a.b.vsq3 ad.e.donec fiat.b.e.equalis.a.d.⁊ protracta linea.b.d.a puncto.e.duco lineā sibi equidistantemq3 ⁊ lineam.a.d.produco quousq3 concurrant in puncto. f.dico igitur lineam.d.f.esse quē querimus.est enim per secundā huius proportio.a.b. ad.b.e.sicut.a.d.ad.d.f.sed.a.b.ad.b.e: est sicut.a.b.ad.a.d. per.2.p̄tē.7.quinti: quare.a.b.ad.a.d.sicut.a.d.ad.d.f.qd est propositum. Qd si propositis tribus lineis velimus inuenire quartam.ad quam sit proportio tertie sicut prime ad secūdam: ex prima ⁊ secūda fiat linea vna ⁊ toti cōposite tertia: angulariter adiungat̄ ⁊ a cōmuni termino prime ⁊ secunde: ducatur linea ad extremitatē tertie: ⁊ ab altero termino secūde ducat̄ huic linee equidistans: quousq3 concurrat cum tertia in cōtinuū rectumq3 protracta: eritq3 per secundam huius linea q̄3 hec equidistās abscindet que queritur: quēadmodum si in hac figura fuerit prima.a.b.secunda.b.e. tertia.a.d.erit quarta.d.f.

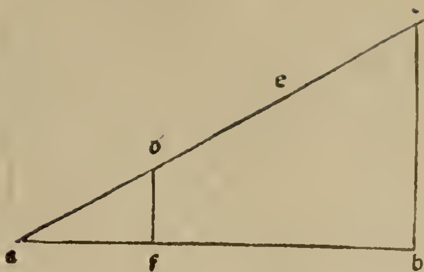
Propositio .11.



Ab assignata linea quotamcūq3 iubearis partem abscindere.

¶ Sit.a.b.linea assignata ab ea volo aliquotam partem vtpote tertiam abscindere: coniungo ei angulariter vt contingit lineam indefinite quantitatis que sit.a.c.a qua reseco tres equas portiones.

que sint a.d.d.c.⁊.e.c.⁊ produco lineas .c.b.⁊.d.f.sibi equidistãtes.dico.a.f.esse tertiam.a.b.est enim per secundam huius proportio.c.d.ad.d.a.sicut.b.f.ad.f.a quare coniunctim.c.a.ad.d.a.sicut.b.a.ad.f.a.cum igitur.c.a.sit tripla.ad. d.a. patet.a.f.esse tertiam.a.b.quod est propositum.

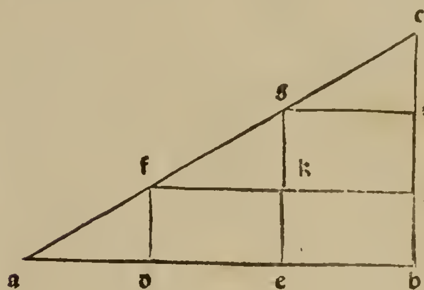


Propositio .12.

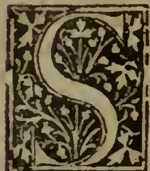


Uabus lineis propositis altera indiuisa altera per partes diuisa: indiuisam quidem ad modum diuise diuidere.

Sint duo linee quas angulariter vt continget coniungam.a.b.⁊.a c.sitq; .a.b.diuisa in tres vel qualescũq; portiones signatis i ea punctis.d.⁊.e.volo secundũ easdem portiones diuidere lineam.a.c.cum igitur ipsas angulariter cõiũxero.protrahã lineã.b.c.⁊ equidistantes.ei.d.f.⁊.e.g dico istas equidistantes diuidere lineam.a.c.in partes proportionales partib⁹.a. b.protrahebam enim.f.b.equidistantem.a.b.que secet.e.g.in puncto.k.eritq; per secundã huius proportio.g.f.ad.f.a.sicut.e.d.ad.d.a.⁊.c.g.ad.g.f.sicut.b.k.ad.k f.quare ⁊ sicut.b.e.ad.e.d.per.34.primi.⁊ scdam partem.7.quinti qd est ꝓpositũ Oportet autem secũdam huius totiens repetere quot erunt partes linee.a.b. minus vna.At vero.34.primi.⁊ septimi quinti minus duabus.

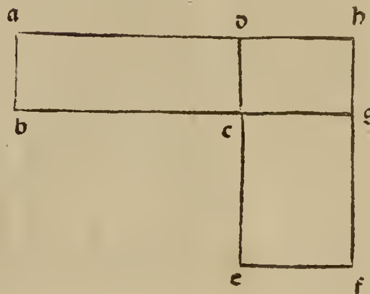


Propositio .13.



I due superficies equidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis equales fuerint latera duos equos angulos continentia mutekesia eẽ Si vero latera duos equos angulos cõtinẽtia mutekesia fuerint duas superficies equales esse necesse est.

Sint due superficies.a.b.c.d.⁊.c.e.f.g.equidistantium laterum ⁊ equales. sitq; angulus.c.vnius equalis angulo.c.alterius.dico ꝓportionẽ.b.c.ad.c.g.esse sicut e.c.ad.c.d.⁊ si ꝓportio.b.c.ad.c.g.fuerit sicut.e.c.ad .c.d. ⁊ predicti anguli fuerint adhuc equales:dico illas duas superficies equidistãtiũ laterũ esse equales. coniungam enim eas angulariter videlicet angulum.c.vnius cum angulo.c.alteri⁹ ita ꝙ duo latera earum que sunt.b.c.⁊.c.g.fiant linea vna:eruntq; similiter duo reliqua latera.d.c.⁊.c.e.linea vna.alioquin sequeret̃ per presentem ypothe.que est angulum.c.vnius:esse equalem angulo.c.alterius.⁊ per.15.primi:partem eẽ equalem toti.cõplebo itaq; supficiem equidistantium laterum productis lineis.a.d.⁊.f g.quousq; concurrant in.h.eritq; per primam partem.7.quinti vtriusq; superficiei.a.c.⁊.c.f.ad superficiem.c.h.proportio vna:⁊ quia per primam huius ꝓportio superficiei.a.c.ad supficiẽ.c.h.sicut linee.b.c.ad lineam.c. g. ⁊ superficiei. c.f. ad eandem superficiem.c.h.sicut.e.c.ad.c.d.manifesta ẽ prima pars proposite cõclusionis.Scda ps sic pз.p primã eni huius ẽ proportio.b.c.ad. c.g. sicut.a. c.ad c.h.⁊.e.c.ad.c.d.sicut.c.f.ad eandẽ.c.h.⁊ qr positũ ẽ ꝙ proportio.b.c.ẽ ad.c.g.sicut.e.c.ad.c.d.erit vtriusq; duaꝝ supficierũ.a.c.⁊.e.g.ad supficiẽ .c.h. vna proportio.ergo per primã partem.9.quinti.a.c.est equalis.c.f.sicq; patet scda pars.



Propositio .14.



I duo trianguli quorum vnus angulus vnius vni angulo alteri⁹ equalis eq̃les fuerint:latera duos angulos equos continentia erunt mutekesia.Si vero latera duos equos angulos cõtinentia fuerint mutekesia duo trianguli eq̃les

esse comprobantur.

¶Sint duo trianguli.a.b.c.e.d.c.equales:sitq3 angulus.c.vnius equalis angulo c.alterius:dico proportionem.a.c.ad.c.e.esse sicut.d.c.ad.c.b.⁊ si fuerit ꝓportio a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad.c.b.⁊ predicti anguli fuerint adhuc equales:dico illos duos triangulos esse equales:coniungam enim eos angulariter ita ꝙ latera.a.c.⁊.c.e.fiant linea vna.eruntq3 similiter.b.c.⁊.c. d. linea vna. aliter sequeretur partem esse equalem toti.per.15.primi:⁊ protraham lineam.b.e.eritq3 per primam ptem 7.quinti vtriusq3 dictoꝝ trianguloꝝ ad triangulum.c.b.e.proportio vna: ⁊ q2 per primam huius primi eorum ad ipsum est sicut.a.c.ad.c.e.⁊ secundi eorum ad eūdem sicut.d.c.ad.c.b.manifesta est prima pars ꝓposite conclusionis.¶Secunda pars econuerso probatur.q2.a.c.ad.c.e.est sicut primi trianguli ad triangulū.b.c.e ⁊.d.c.ad.c.b.sicut secundi ad eundem per primam huius:⁊ quia positum est vt sit a.c.ad.c.e.sicut.d.c.ad.c.b.erit vtriusq3 dictorum triangulorum ad triangulū.b.e.c.vna proportio:quare per primam ptem.9.quinti ipsi sunt equales. sicq3 patet secunda pars.

Propositio .15.



Si fuerint quatuor linee proportionales quod sub prima ⁊ vltima rectangulum continetur:equū erit ei qđ sub duabus reliquis. Si vero qđ sub prima ⁊ vltima continetur equum fuerit ei qđ sub duabus reliquis continetur rectā/gulum:quatuor lineas proportionales esse conuenit.

¶Sint quatuor linee.a.b.c.d.proportionales:Sitq3 proportio.a. ad.b .sicut.c. ad.d.dico ꝙ superficies contenta sub.a.⁊.d.equalis est superficiei contente sub.b ⁊.c.⁊ si superficies contenta sub.a.⁊.d.est equalis supficiei contente sub.b. ⁊.c.dico ꝙ proportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d.Fiant eni superficies contenta sub.a.⁊.d ⁊ superficies cōtenta sub.b.⁊.c.Si ergo est ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d. latera illarum superficierū erunt mutekesia.sed ⁊ anguli ab eis contenti equales:q2 vtraq3 est rectoꝝ angulorū: quare per scđaз partē.13.huius ipsi sunt equales quod est primum.¶Scđm patet per primam partem eiusdē.si enim ipse sunt equales. q2 oēs anguli earum sunt recti : latera earum erunt mutekesia:quare proportio.a.ad.b. sicut.c.ad.d.quod est secundum.

Propositio .16.



Si fuerint tres linee proportionales qđ sub prima ⁊ ter/tia rectangulus continetur: equū erit ei qđ a secunda quadrato describitur. Si vero qđ sub prima ⁊ tertia continetur equum est ei quadrato qđ a secunda producitur: ipse tres linee proportionales erunt.

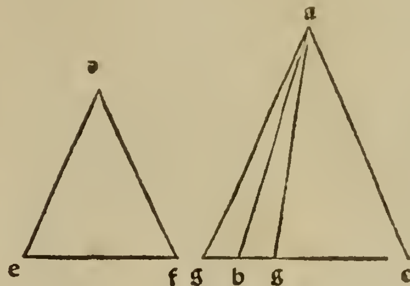
¶Sit proportio linee.a.ad lineam.b.sicut linee.b.ad lineam.c.dico ꝙ superficies contenta sub.a.⁊.c.equalis est quadrato.b.⁊ si superficies contenta sub.a.⁊.c.est equalis quadrato.b.dico ꝙ proportio.a.ad.b.est sicut.b.ad.c.hoc autem est euidens per precedentem posita alia linea que sit equalis.b.ita ꝙ.b.sit in ratione secunde ⁊ tertie.

Propositio .17.



I fuerint duo triãguli similes proportio alterius ad alterũ est tanq̃ proportio cuiuslibet sui lateris ad suũ relatiuũ lat⁹ alteri⁹ duplicata. Manifestũ etiã ex hoc q: omnium triũ linearum cõtinue proportionaliũ quãta ẽ prima ad tertiã tanta erit superficies cõstituta sup primã ad superficiẽ cõstitutã sup secũdam. cũ fuerit ei similis in lineatione et creatione.

¶ Sint duo trianguli. a.b.c. et d.e.f. similes erũtq̃ per diffinitionẽ equianguli et laterum proportionalium. Sit ergo angulus. a. equalis angulo. d. et angulus. b. angulo e. et angulus. c. angulo. f. eritq̃ proportio. a.b. ad. d.e. et. a.c. ad. d.f. sicut. b.c. ad. e f. dico q̃ proportio trianguli. a.b.c. ad triangulum. d.e.f. ẽ sicut proportio. b.c. ad. e f. duplicata. Subiũgatur enim secundum doctrinã. 10. huius duabus lineis. b.c. et. e.f. tertia in continua proportionalitate que sit. c.g. protracta aut resecata. c.b. si. c.g. fuerit ea maior aut minor et producatur linea. g.a. eritq̃ per secũdam partem. 14. huius triangulus. a.g.c. equalis triangulo. d.e.f. propter id qd proportio. a.c. ad. d.f. est sicut. e f. ad. c.g. et angulus. c. equalis angulo. f. quare per secũdam partem. 7. quinti trianguli. a.b.c. ad vtrũq̃ illorum erit vna proportio: sed per primã huius proportio trianguli. a.b.c. ad triangulum. a.g.c. est sicut b.c. ad. g.c. At vero proportio. b.c. ad. c.g sicut. b.c. ad. e.f. duplicata per. 10. descriptionem quinti: ergo proportio trianguli. a.b. c. ad triangulum. d.e.f. ẽ sicut proportio. b.c. ad. d.f. duplicata qd est propositum. Si autẽ. c.g. sit equalis. b.c. erit per secũdam partem. 14. huius triangulus. a.b.c. equalis triangulo. d.e.f. equalis autẽ proportio cõponitur ex equali duplicata vel triplicata vel quotiensc ũq̃ sumpta. Istam eandẽ passionẽ possemus eodẽ modo et per eadem media demonstrare de superficiebus equidistantium laterũ similibus sumpta solũ. 13. presentis loco. 14. Non demonstrat autẽ eam. q: per sequentem demõstratur vniuersaliter de omnibus superficiebus similib⁹. Quare per correl. q̃ vniuersaliter proponitur de omnibus superficiebus similibus nõdũ patet nisi de triangulis. sed demonstrata sequente patens erit de omnibus. Posuit autem ipsum hic et non in sequente quia est correl. huius. non autem sequentis: ex modo enim demonstrationis huius sua veritas manifestata est. non ex modo illius.

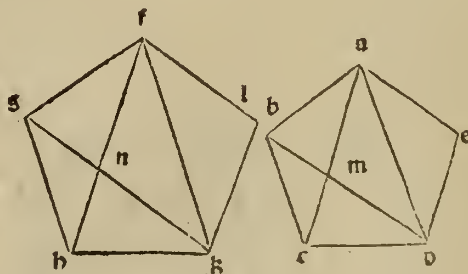


Propositio .18.



Mnes due superficies similes multiangule sunt diuisibiles in triangulos similes atq̃ numero equales. Estq̃ proportio alterius earum ad alteram sicut cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius proportio duplicata

¶ Sint gratia exempli duo penthagoni. a.c. d.f.b.k. similes. dico q̃ ipsi sunt diuisibiles in triangulos similes numero equales. et q̃ proportio alterius eorum ad alterum ẽ sicut. a.b. ad. f.g. proportio duplicata. ducantur ei linee due. a.c. et. a.d. itẽq̃ f.b. et. f.k. eritq̃ per presentẽ ypothe: et p. 6. huius triangulus. a.b.c. equiangulus triangulo. f.g.b. et triangulus. a.e.d. triangulo. f.l.k. Similiter quoq̃ per hãc cõem sciam. Si ab equalibus equalia demas que re. equa sunt: erit triangul⁹. a.c.d. equiangulus triangulo. f.b.k. Nam ipsi penthagoni positi sunt equianguli. et laterum proportionaliũ: et q: trianguli in quos diuiduntur sunt adinuicẽ equianguli: vt probatum est. erunt etiã et similes p. 4. huius et diffinitionẽ similiũ superficierum: quare cum ipsi sint numero equales patet primũ. ¶ Secũdum sic. protrahantur. b.d. que secet. a.c. i puncto



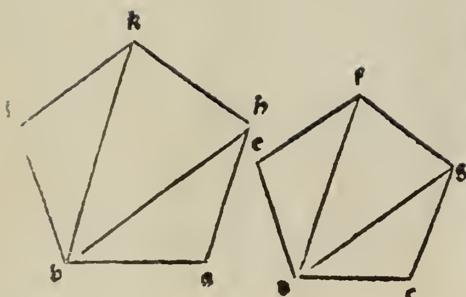
m.ꝛ.g.k.que ſecet.f.b.in puncto.n.eritq₃ triangulus.b.c.d.equiangulus triangu lo.g.b.k.per.6.huius ꝛ pꝛeſentē ypoth.quare ꝛ triangulus.a.b.m.triangulo.f.g. n.ꝛ.a.m.d.f.n.k.ergo p.4.huius pꝛopoꝛtio.b.m.ad.g.n.eſt ſicut.a.m.ad.f.n.ꝛ a.m.ad.f.n.ſicut.m.d.ad.n.k.quare per.11.quinti.b.m.ad.g.n.ſicut.m.d.ad.n. k.ergo pmutatim.b.m.ad.m.d.ſicut.g.n.ad.n.k.ſed per pꝛimā huius.a.b.m.ad a.m.d.ꝛ.b.c.m.ad.c.m.d.ſicut.b.m.ad.m.d.ꝛ per eandē.f.g.n.ad.f.n.k.ꝛ.g.n b.ad.b.n.k.ſicut.g.n.ad.n.k.ergo p.13.quinti.a.b.c.ad.a.c.d.ſicut.f.g.b.ad.f. b.k.quare permutatim.a.b.c.ad.f.g.b.ſicut.a.c.d.ad.f.b.k.eadē rōne ꝓbabis ꝙ ꝛ ſicut.a.e.d.ad.f.l.k.ergo p.13.p̄mi quīti toti⁹ pēthagoni ad totū pēthagonū ſicut.a.b.c.ad.f.g.b.per p̄miſſam igitur eſt pꝛopoꝛtio penthagoni.a.c.d.ad pen/ thagonū.f.b.k.ſicut ꝓpoꝛtio.a.b.ad.f.g.duplicata qđ eſt ꝓpoſitū:ex quo rurſus patet concl'.pꝛecedentis.℄Aliter pōt demōſtrari ſcđm.cū eni trianguli ī quos pe thagoni diuidunt̄ ſint adinuicem ſimiles: erit per pꝛecedētem pꝛopoꝛtio.a.b.c.ad f.g.b.ſicut.b.c.ad.g.b.duplicata.ꝛ.a.c.d.ad.f.b.k.ſicut.c.d.ad.b.k.duplicata. ꝛ.a.e.d.ad.f.l.k.ſicut.d.e.ad.k.l.duplicata.qꝛ igitur omnes hee ꝓpoꝛtiōes du/ plicate ſunt equales pꝛopter hoc qđ poſitū eſt ſimplas eſſe equales:erit p.13.quin/ ti totius penthagoni ad totum penthagonum ſicut lateris vnius ad ſuum relati/ uum.latus alterius pꝛopoꝛtio duplicata.

Pꝛopoſitio .19.

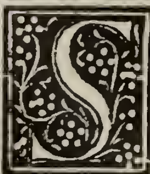


Upꝛa datam lineam date ſuperficiei ſimilem ſuperficiem deſcribere.

℄Sit data linea.a.b.ſupꝛa quā volo conſtituere ſuperficiem ſimilē date ſupficiei que ſit penthagona:ꝛ ſit.c.d.e.f.g. diuido hunc pētha gonū in triangulos ductis lineis.d.f.ꝛ.d.g.ꝛ ſup punctū.a.cōſtituo angulum equalē angulo.c.ducta linea.a.h.ꝛ ſuper punctū.b.conſtituo alium an/ gulum:qui ſit.a.b.h.equalē angulo.c.d.g. ꝓtracta linea.b.h.quouſq₃ cōcurrat cū a.h.in pūcto.h.eritq₃ per.32.pꝛimi angulus.a.h.b.equalis angulo .c.g.d. ꝛ ideo per.4.huius latera duoꝝ trianguloꝝ.g.c.d.ꝛ.h.a.b.ꝓpoꝛtionalia:facio quoq₃ an gulum.b.h.k.ducta linea.h.k.equalē angulo.g.d.f.ꝛ angulum.k.b.l. ducta linea b.e.equalē angulo.f.e.d.ꝛ angulum.b.h.k.ducta linea.b.k.equalē angulo.d.g.f. ꝛ angulum.b.k.l.ducta linea.k.l.equalē angulo.d.f.e.eritq₃ perfectus penthago/ nus qui cōſtituend⁹ erat ſup lineā.a.b. eſt eni equiangulus dato penthagono ꝓ/ pter equalitatē anguloꝝ trianguloꝝ in quos eſt vterq₃ diuiſus ſed ꝛ laterū ꝓpoꝛ/ tionaliū pꝛopter ꝓpoꝛtionalitatē laterum ipſoꝛū trianguloꝝ que ex.4. huius cui/ denter apparet:quare per diffinitionem ſimilium ſuperficierū penthagonus con/ ſtitutus ſuper lineam.a.b.eſt ſimilis penthagono dato qđ eſt pꝛopoſitum.

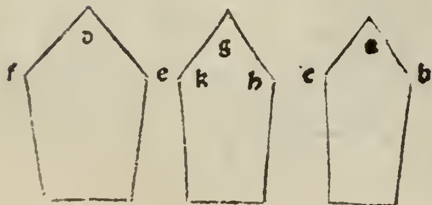


Pꝛopoſitio .20.



I fuerint vni ſuperficiei ſimiles quaſlibet ſuperficies ſibi inuicem ſimiles eſſe neceſſe eſt.

℄Sit vterq₃ penthagonoꝛum.a..b.c.d.e.f.ſimilis penthagono.g.b k.dico eos eſſe ſimiles ſibi inuicem.Eſt enim vterq₃ coꝛum equian/ gulus pēthagono .g.b.k.per cōuerſionē diffinitōis ſiliū ſuperficieꝝ: quare ſunt equianguli adinuicē.Similiter quoq₃ p cōuerſionē eiuſdē diffinitionis

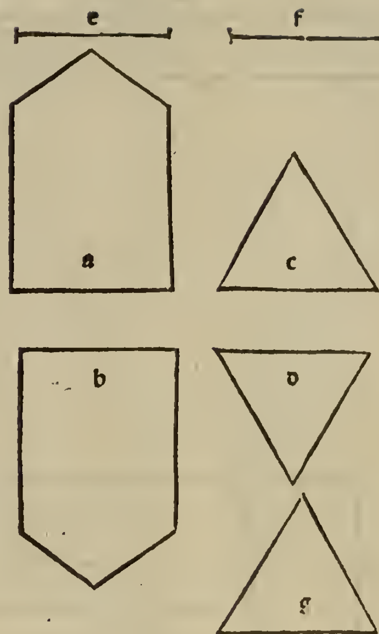


proportio.a.b.ad.g.b.ficut.a.c.ad.g.k.ꝛ.g.b.ad.d.e.ficut.g.k.ad.d.f. ergo per equam proportionalitatem.a.b.ad.d.e.ficut.a.c.ad.d.f. eodem modo probabis reliqua latera pentbagonorum.a.b.c.ꝛ.d.e.f.continentia equos angulos eſſe proportionalia.per diffinitionem itaq; fimilium fuperficierum ipfi funt fimiles adinuicem.quod eft propofitum.

Propofitio .21.

Si fuerint quotlibet linee proportionales atq; fup binas ꝛ binas fimiles fuperficies defignentur:ipfe quoq; fuperficies erunt proportionales.Si vero fuper binas ꝛ binas fimiles fuperficies conftitute fuerint ꝓportionales:ipfas quoq; lineas proportionales eſſe neceſſe eft.

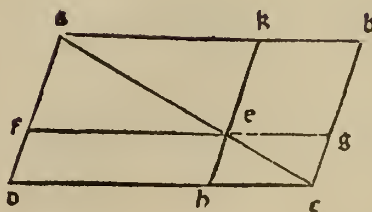
¶Sint quatuor linee proportionales.a.b.c.d.fitq; proportio.a.ad.b. ficut.c. ad d.dico ꝙ fi fuperficies fimiles conftituantur fuper.a.ꝛ.b.vtpote duo pentbagoni fimiles ꝛ alie fimiles conftituantur fuper.c.ꝛ.d. vtpote duo trianguli fimiles: erit proportio pentbagonorum ficut triangulorum.Qđ fi fuerint pentbagoni fimiles ꝛ fimiliter etiā trianguli fimiles:fuerntq; proportio pentbagoni ad pentbagonum:ficut trianguli ad triangulū:dico ꝙ erit ꝓportio.a.ad.b.ficut.c.ad.d.Subiungaꝛ enim lineis.a.ꝛ.b.c.ꝛ lineis.c.ꝛ.d.f.in continua ꝓportionalitate:ficut docet.10.buius.eritq; per.22.quinti ꝛ per equā ꝓportionalitatē.a.ad.e.ficut.c.ad.f. quia ergo per correl.17.buius proportio pentbagonorum: ē ficut.a.ad.e.ꝛ triangulorum ficut.c.ad.f.erit proportio pentbagonorum ficut triangulorum:ꝛ boc eft primū.¶Scđm fic patet.Sint duo pentbagoni fimiles ꝛ duo trianguli files. fitq; proportio pentbagonorum ficut triangnlorum.dico ꝙ proportio. a. ad.b. ē ficut c.ad.d.Sit enim.c.ad.g.ficut.a.ad.b.boc enim qualiter fiat.dictum eft fupra. 10 buius .ꝛ fuper.g.fiat ficut docet.19.buius.fuperficies fimilis illi que eft conftituta fuper lineam.c.eritq; per premiſſam fimilis ei que conftituta eft fuper lineam.d. eritq; etiam per primam partem buius.21.que proportio pentbagoni.a. ad pentbagonum.b.eadem trianguli.c.ad triangulum.g.fed eadem erat etiam trianguli.c.ad triangulum.d.ergo per fecundam partem.9.quinti triangulus. d.eft equalis triangulo.g.Et quia funt fimiles:erit linea.g.equalis linee.d.per primam partem.17.buius cum fuper lineas.c.d.ꝛ.g.fint trianguli:vel per fecundam partem 18.cum fuerint quelibet alie figure multiangule:equalitas eni nō ꝓducitꝛ ex aliqua proportione duplicata vel triplicata vel quotienflibet fumpta nifi ex eq̄li.erit itaq; c.ad.d.ficut.a.ad.b.quod eft propofitum.



Propofitio .22.

Cuncte fuperficies equidiftantium laterum que circa diametrum confiftunt toti paralellogramo atq; fibi inuicem funt fimiles.

¶Sit vt in paralellogramo.b.d.cuius diameter.a.c. confiftant fupficies.g.b.ꝛ.f.k.equidiſtātiū laterū.circa diametrū.dico eas eē files toti palellogramo ꝛ fibi iuicē.ē eni p fcđaꝫ b⁹.b.g.ad.g.c.ꝛ.d.b.ad.b.c.ficut.a.e ad..e.c.ergo coniunctiꝫ.b.c.ad.c.g.ꝛ.d.c.ad.c.b.ficut.a.c.ad.c.e. q̄re p.11.bui⁹ b.c.ad.c.g.ficut.d.c.ad.c.b.fed etiam ficut.a.b.ad.e.g.cū.a.b.fit eq̄lis.d.c.ꝛ.e. g.b.c.eodē modo erit .a.d.ad.e.b.ficut.a.b.ad.e.g.ꝛ.d.c.ad.b.c.quia ergo ifta



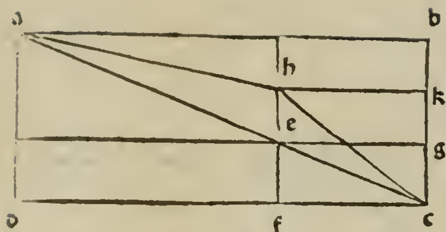
paralellograma sunt equiangula constat per diffinitionē similium superficierū.g.b. esse silē.b.d.Sili quoq; modo pbat̄.f.k.eē silē eidē.ppt̄ hoc q̄.b.a.ad.a.k.ꝛ.d.a ad.a.f.ē sicut.e a.ad.a.e.p scd̄am huiꝰ ꝛ cōiūctā ꝓportionalitatē:q̄re p.20.huiꝰ.f.k ē etiā silē.g.b.sicq; p; totū.

Propositio .23.



SI in suo spacio palellogramū partiale distinctum toti pa ralellogramo simile.atq; scd̄m suū illius esse fuerit:circa eiusdem diametrum consistit.

¶Sit ut in paralellogramo.b.d.sit distinctum paralellogramū.f.g. qd̄ sit sibi simile.ꝛ scd̄m suū eē.i.participans cū eo in angulo.c. dico q̄ paralellogramū.f.g.consistit circa diametrū paralellogrami.b.d.ꝛ. est hec con uersa precedentis.producā eni.a.e.c.que si fuerit diameter paralellogrami.b.d.cō stat propositum.Sin autem sit.a.b.c.diameter eius.ꝛ ducat̄.b.k. equidistans.f. c.eritq; per premissam paralellogramū.f.k.simile palellogramo.b.d.ergo per con uersionē diffinitionis similium superficierū ꝓportio.b.c.ad.k.c.ē sicut.d.c.ad.f.c. sed per eandē cōuersionē dicte diffinitionis ꝓportio.b.c.ad. g.c.ē sicut.d.c.ad.f.c propter id qd̄ palellogramum.f.g.positum est simile paralellogramo.b.d.ergo per 11.quinti proportio.b.c.ad.g.c.est sicut.b.c.ad.k.c.vtraq; eni est sicut.d.c.ad.f.c quare p secūdā ptē none quinti.g.c.est equalis.k.c.pars videlicet toti quod ē im/ possibile.Erit igitur.a.e.c.diameter palellogrami.b.d.quod est propositum.

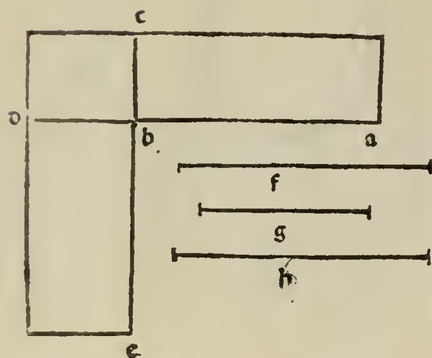


Propositio .24.



OMnium duarum superficierum equidistantium laterum quarum vnus angulus vnius vni angulo alterius equalis ꝓportio alterius ad alteram ē que ꝓducitur ex duabꝰ pro portionibus suorū laterū duos equos angulos ꝯtinentium

¶Sint due supficies equidistantiū laterū.a.c.ꝛ.e.d.sitq; angulꝰ.b. vnius equalis angulo.b.alterius. dico q̄ ꝓportio vnius ad alterā ꝓducta est ex proportione.a.b.ad.b.d.ꝛ.c.b.ad.b.e.disponā enim has duas supficies penitus sicut disposui eas in.13.huius.adiuncto ad vtrāq; palellogramo.c.d.ꝛ ponam ut ꝓportio linee.f.ad lineā.g.sit sicut.a.b.ad.b.d.ꝛ.g.ad.h.sicut.c.b.ad.b.e.quali/ ter eni hoc fiat.dictum est supra.10.huius:eritq; per primā huius.ꝛ.11.quinti. a.c. ad.c.d.sicut.f.ad.g.ꝛ.c.d.ad.d.e.sicut.g.ad.h.quare p.22.quinti erit in equa ꝓ/ portionalitate.a.c.ad.d.e.sicut.f.ad.h.ꝛ quia.f.ad.h.producitur ex.f.ad.g. ꝛ.g. ad.h.vt dictū ē in fine expositionis.11.diffinitōis q̄nti.erit ut.a.c.ad.d.e.ꝓducat̄ ex eisdē:q̄re cōstat ꝓpositū.



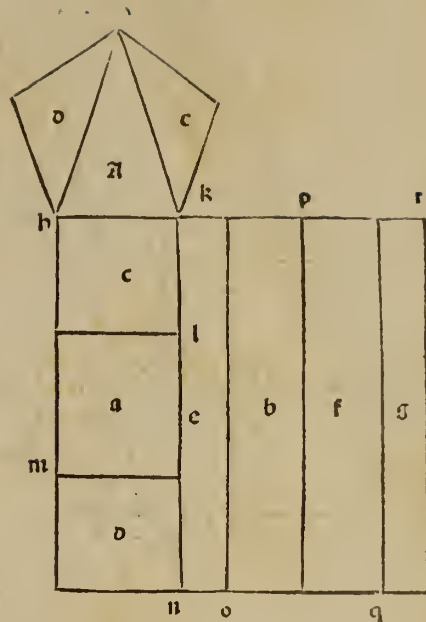
Propositio .25.

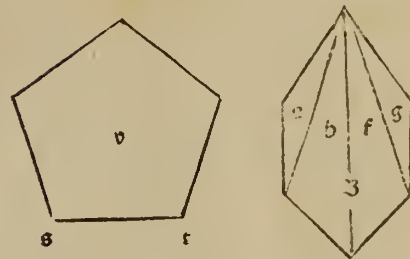


DAte supficiei similem alijq; ꝓposite equalem designare.

¶Sint ꝓposite due supficies rectilinee.A.penthagona.B.exagona. volo facere vnā supficiem silēm.a.ꝛ equalē.b.vtrāq; ꝓpositarū super ficierū resoluo in triangulos.A quidē; i triangulos.c.a.d.B.vero ī triangulos.e.b.f.g.ꝛ sup basim superficiei.a.que sit.b.k.cōstituo se cūdū doctrinā.44.primi superficiē equidistantium laterum rectangulam equalem c.que sit.b.l.ꝛ.l.m.equalem.a.ꝛ.m.n.equalem.d.ut sit tota superficies equidistā tium laterum.b.n.constituta super basim .b. k. equalis penthagono a. Eodem modo super lineam.k.n.que est b̄m latus huius superficiei constituo aliā superfi/ ciem rectangulā eq̄lem exagono.b.qꝫ facio.k.o.equalem.e.ꝛ.o.p.equalē.b.ꝛ.p.q equalē.f.ꝛ.q.r.equalem.g.vt sit tota rectangula superficies.n.r.equalis exagono.

b.ꝛ pono per.9.huius lineam.ſ.t.proportionalē inter lineam.b.k.ꝛ lineā.k.r.ꝛ ſuper eam ſcđm doctrinam.19.huius conſtituo ſuperficiem.v. ſimilem ſuperficiei a.dico ipſā eſſe quā querimus ꝛ equalem ſuperficiei.b.cum enim tres linee.b.k.ſ.t.ꝛ.k.r.ſint continue proportionales.ꝛ ſuper primā ꝛ ſecūdā ſunt conſtitute ſuperficies ſimiles videlicet.a.ꝛ.v.erit per correl.17.huius.a.ad.v.ſicut.b.k.ad.k.r.quare per primam huius ſicut.b.n.ad.n.r.ꝛ ideo per primam partem ſeptime qn ti ſicut.a.ad.n.r.ꝛ propter hoc per ſecundam partem eiuſdem ſicut.a.ad.b.itaqꝫ per ſcđam.partē.9.quinti.v.eſt equalis.b.qđ eſt propoſitum.¶Qđ etiā poſſum⁹ ex ꝑmutata ꝓportionalitate facile ꝓbare.quia cum ſit.a.ad.v.ſicut.b.n.ad.n.r.erit permutatim.a.ad.b.n.ſicut.v.ad.n.r.ꝛ quia.a.eſt equalis.b.n.erit.v.equalis n.r.quare.v.eſt etiā equalis.b.per hanc cōmunē ſcientiam:quecunqꝫ vni ꝛ eidem ſunt equalia inter ſe ſunt equalia.Nō eſt autē neceſſariū vt ſuperficies.b.l.l.m.ꝛ.m.n.equidiſtantium laterum equales triangulis.c.a.d.aut ſupficies.k.o.o.p.p.q.ꝛ.q.r.equales triangulis.c.b.f.g.ſint rectangule.ſed ut angulus extrinſec⁹ ſuperficiei.l.m.ſit equalis angulo intrinſeco ſuperficiei.l.b.ꝛ extrinſecus.m.n.intrinſeco.m.l.Similiter quoqꝫ ut extrinſecus ſuperficiei.k.o.ſit equalis intrinſeco ſuperficiei.b.n.ꝛ extrinſecus.o.p.intrinſeco.k.o.ſicqꝫ de ceteris.Cum enim ſic fuerit erit vnaquaqꝫ linearum.k.n.ꝛ ſibi oppoſita.b.m.itemqꝫ.b.r.ꝛ ſibi oppoſita.n q.linea vna per vltimam partem.29.primi:ꝛ per.14.eiuſdem:quotiens oportuerit equaliter repetitas:propter id qđ omnes ſuperficies.b.l.l.m.ꝛ.m.n.Itemqꝫ.k o.o.p.p.q.ꝛ.q.r.ſunt equidiſtantium laterum ꝛ angulus extrinſec⁹ cuiuſqꝫ ſequētis eſt equalis intrinſeco eā ꝑcedentis:quare due ſupficies.b.n.ꝛ.n.r.erunt equidiſtantium laterū ꝛ inter lineas equidiſtantes.ꝛ equalis altitudinis.Cetera ergo argue vt prius:

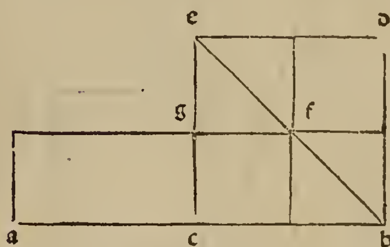


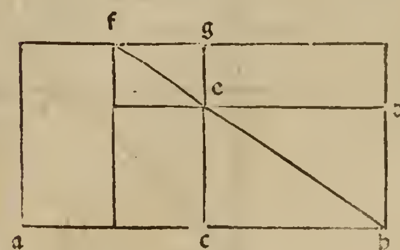


Propoſitio .26.

Super dimidiū date linee palellogramū deſignatum maius ē eo palellogramo cui date linee applicato deeſt ad cōpletionē linee ſil'e ꝛ ſup diametrū conſiſtens ſuper dimidium collocati.

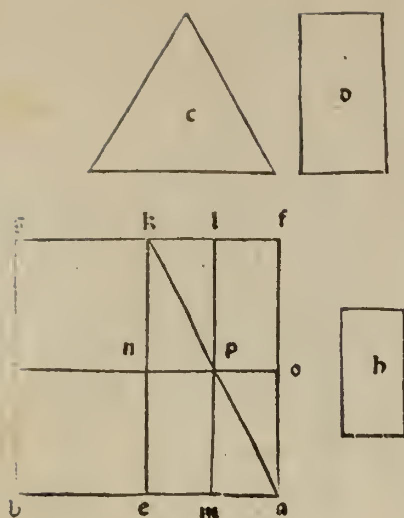
¶Sit data linea.a.b.ſup cuius dimidiū.c.b.cōſtituaṫ palellogramū c.d.cuius diameter.b.e.ꝛ ad lineā.a.b.applicet̄ palellogramū.a.f.cuius vnū lat⁹ ſecet.e.c.in puncto.g.ita ꝙ ad cōplementū totius linee.a.b.deſit ſupficies.f.b.q̄ ſit ſimilis ſupficiei.c.d.ꝛ conſiſtēs circa diametrū eius:dico tunc ꝙ palellogramū c.d.eſt mai⁹ palellogramo.a.f.Eſt enī ꝑ primā huius.a.g.equale.g.b.ꝛ ꝑ.43.primi.c.f.equale.f.d.ergo per hāc cōmunē ſcientiam:ſi equalibus equalia addas.ꝛc. erit gnomo cōſtans ex tribus palellogramis q̄ ſunt.c.f.f.b.ꝛ.f.d.eq̄lis palellogramo.a.f.quare palellogramū.c.d.ē maius palellogramo.a.f.i palellogramo.e.f. qđ ē propoſitū.Idē etiā eēt ſi ſupficies.a.f.fieret altior ſupficie.c.d.vt videre potes in ſecunda figura ī qua etiā per primā huius.a.g.ē equale.g.b.demptis itaqꝫ vtriqꝫ duobus ſupplemētis ſuperficiei.f.b.excedet palellogramū.c.d.palellogramum.a.f.in palellogramo.f.e.





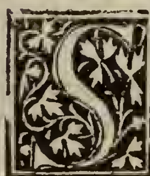
Propoſitio .27.

Trilatera ſuperficie ꝓpoſita eqnū ei ſup quēlibet aſſignatā lineā palellogramū deſignare cui deſit ad cōplēdā lineam alij ſupficiei ꝓpoſite ſil'e palellogramū qđ ſcđm eiuſdē ſuum eſſe paralellogramo ſuper dimidium date linee collocato minime maius exiſtat.

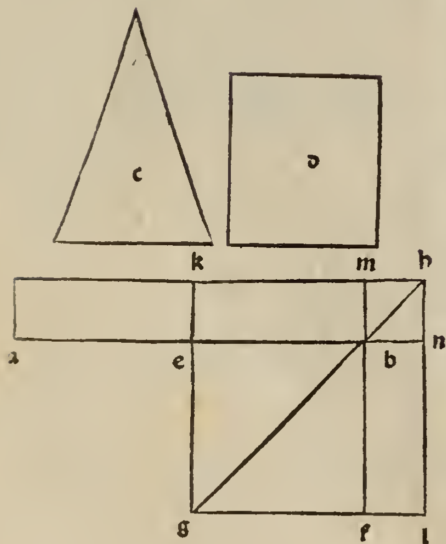


ℭ Sit assignata linea.a.b.⁊ propositus triangulus.c.propositūq̨ palellogramum d.volo super lineam.a.b.designare palellogramū equale triangulo.c. ita ꝙ desit ad cōplendam lineam.a.b.paralellogramū simile.d.⁊ sit ita conditionatū. ꝙ triangulus.c.non sit maior palellogramo simili.d.collocato sup dimidiū linee.a.b: alioquin ad impossibile laborarēt per premissam. Diuido igitur lineā.a.b.per equalia in puncto.e.⁊ secundum doctrinam.19.huius.super eius medietatem .e.b constituo paralellogramū.e.f.simile.d. ⁊ complebo super totam lineam.a.b.paralellogramū.b.g.quia igitur.c.non est maior paralellogramo. e.f. sed equalis ei aut minor sicut positū est. Si fuerit ei eq̄lis.erit palellogramū.e.g.quale intendit̄ p.36.pmi coadinuāte pma ptē.9.⁊ p diffinitionē siliū supficierū ⁊.20.hui⁹.Si aūt mior sit mior in superficie aliq̄ cui eq̄lis ⁊ silis.d.fiat fm doctnā.25.huius que sit h.eritq̨.h.similis.e.f.per.20.huius.quare per conuersionem diffinitionis equiangula sibi ⁊ proportionalium laterum:protrabam igitur in palellogramo.e. f.diametrum.b.k.⁊ resecabo latera.k.f.⁊.e.k.superficiei.e.f.ad mensurā laterum superficiei.h.protractis lineis.l.m.⁊.n.o.equidistantibus lateribus superficiei.e. f.secantib⁹ se in pūcto.p.vt supficies.k.p.sit equalis ⁊ similis supficiei.h.eritq̨ p.23. huius punctū.p.in diametro.k.b.protracta itaq̨.o.n.vsq̨ ad.a.g.dico paralellogramū.a.p.esse q̄le ꝓponit̄.Deest eni sibi ad cōplemētū linee.a.b.palellogramū p.b.qd per.22.⁊.20.huius est simile palellogramo.d. Sed ipsū etiā palellogramū a.p.est equale triangulo.c.Est enim per primā huius.a.n.equale.n.b. ergo p.43. primi: ⁊ hanc cōmunem scientiā :si equalibus equalia addas.⁊c.paralellogramū a.p.est equale gnomoni.n.b.l.⁊ quia iste gnomo est equalis triangulo.c. propter id qd paralellogramū.e.f.positum fuit esse maius triangulo.c.in paralellogramo h.qd est equale paralellogramo.k.p.patet ꝓpositum.

Propositio .28.



Super datam lineam date superficiei trilatere equum paralellogramum constituere.qd addat super cōpletionem date linee superficiem equidistantium laterū date superficiei equidistantium laterum similem.

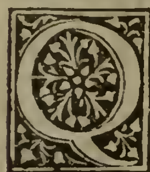


ℭ Sit vt prius data linea.a.b.⁊ datus triangulus.c.datumq̨ paralellogramum.d.volo super lineam.a.b.constituere palellogramū equale triangulo.c.qd addat super totam lineā.a.b.palellogramū simile.d.diuido lineam. a.b.p equalia in puncto.e.⁊ super eius medietatem.e.b.facio.e.f.similem.d. fm qd docet.19.huius. ⁊ fm doctrinam .25.huius.facio.k.l.cui⁹ diametrū.g.h. similem.d ⁊ equalem duabus superficiebus.e.f.⁊.c.eritq̨ per.20.huius.k.l.similis.e.f. supposita igitur superficie.k.l.supficiei.e.f.ita ꝙ ābe cōmunicēt in angulo.g.erit per 23.huius superficies.e.f.consistens circa diametrum superficiei. k.l. quare pūctū b.est in diametro.g.h.cōplebo igitur palellogramū.a.h.qd dico esse quale ꝓponitur.qd cōstat ꝓtractis linea.f.b.vsq̨ ad.m.⁊ linea.e.b.vsq̨ ad.n.Est enim per primam partem huius.a.k.equale.k.b.⁊ ideo per.43.primi ē etiā eq̄le.n.f. addito ergo vtriq̨.e.b.erit p cōē sciam.a.h.equale gnomoni. e.h.f. sed iste gnomo ē equalis triangulo.c.quia paralellogramū.k.l.positum fuit equale duab⁹ superficiebus.c.⁊.e.f.ergo palellogramū.a.h.ē eq̄le.c.⁊ addit ad cōplemētū linee.a.b.palellogramū.m.n.ꝙ p.22.⁊.20.h⁹ ē sile palellogramo.d. q̄re ꝯstat pfectū esse quod

volumus. Possumus aūt ad lineā datā adiungere palellogramū equale nō solū triātlere superficiei posite. sed ⁊ cuilibet rectilinee figure proposite quecunq; ipsa fuerit cui desit ad cōplendā lineam datam superficies similis superficiei equidistantium laterum proposite: sicut doc; premissa obseruata conditione eius ne laboretur ad impossibile per ante premissam. vel ꝙ addat ad cōplendam lineam superficiē equidistantium laterum similem superficiei proposite: sicut proponit cūclusio presens. propositam enim superficiem cui equale paralellogramū debet ad lineā datam adiungi. qđ addat aut diminuat ad completionem linee paralellogramū simile paralellogramo dato: resoluemus in triangulos. ⁊ ipsis mediantibus describemus superficiem equidistantium laterum totali superficiei proposite equalem. hoc autem qualiter fiat: ⁊ si scire volueris. require. 25. huius. dehinc super duplum basis eius equalis altitudinis triangulum cōstituemus quē si. 44. primi diligenter inspexeris paralellogramo prius designato inuenies esse equalem: quare ⁊ superficiei proposite: huic ergo triangulo si equale paralellogramū ad lineam datam adiunxeris qđ addat ad complementum linee aut minuat paralellogramū simile paralellogramo dato secundum ꝙ docet hic et premissa: quod propositum erat te perfecisse non dubites.

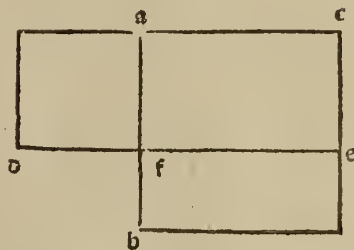


Propositio .29.



Quamlibet lineam propositam secundū proportionem habentem medium. duoq; extrema secare.

¶ Sit proposita linea. a. b. q̄; volo diuidere secundū proportionem habentem medium ⁊ duo extrema ex ipsa describo quadratum. b. c. ⁊ ad eius latus. a. c. adiungo sm̄ qđ docet premissa paralellogramū e. d. equale quadrato. b. c. ꝙ addat ad cōplementū linee. a. c. paralellogramū. a. d. ꝙ sit simile. b. c. sitq; latus palellogrami. e. d. qđ equidistat. a. c. d. e. ⁊ secet lineam a. b. in puncto. f. dico lineā. a. b. esse diuisam in puncto. f. sicut proponitur: est eni a. d. quadratum propter id qđ est simile. b. c. quare. a. f. est equale. f. d. sed ⁊. f. e. est equalis. a. b. propter id qđ est equalis. a. c. per. 34. primi: ⁊ quia. e. d. equale. b. c. dempto vtrūq;. e. f. erit. a. d. equale. e. b. ⁊ angulus. f. vnius angulo. f. alterius. ergo per. 13. huius latera sunt mutekesia: ergo. e. f. ad. f. d. sicut. a. f. ad. f. b. ⁊ q: e. f. est equalis. a. b. ⁊. f. d. a. f. erit. a. b. ad. a. f. sicut. a. f. ad. f. b. ergo per diffinitionem est diuisa ut proponitur. Idem etiam potest demonstrari ex. 11. secundi: diuidatur enim. a. b. in puncto. f. sm̄ qđ doc;. 11. secundi: sitq;. e. b. qđ continetur sub tota. a. b. ⁊ eius parte. f. b. ita ꝙ. f. e. sit equalis. a. b. ⁊. a. d. sit quadratum. a. f. est itaq; per predictam. 11. secundi. e. b. equale. a. d. qđ restat arguere ut prius: per. 13. huius. vel sic cum. a. b. sit diuisa in puncto. f. secundum qđ docet. 11. secundi. qđ fit ex. a. b. prima in. f. b. tertiam est equale quadrato. a. f. secunde. ergo per secundam partē 16. huius proportio. a. b. prime ad. a. f. secunda est sicut. a. f. secundā ad. f. b. tertiā per diffinitionem itaq; diuisa est. a. b. vt proponitur.

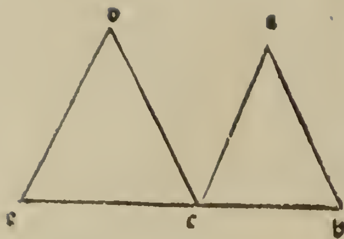


Propositio .30.



Si fuerint duo trianguli super vnū angulū ꝯstituti quorū duo latera angulū illu; continentia duobus alijs eorum lateribus equidistēt. fuerintq; illa q̄tuor latera scđm equidistantiam relata proportionalia. illos duos triangulos super vnā lineam rectam cōstitutos esse necesse est.

¶ Sint duo trianguli. a. b. c. d. c. e. ꝯstituti sup angulū. a. c. d. sitq;. a. c. equidistās

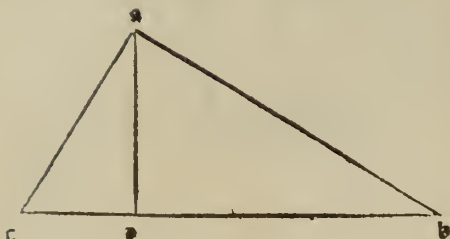


d.e.⁊.d.c.a.b..⁊ sit proportio.a.c.ad.d.e.sicut.a.b.ad.d.c.dico q̄ due bases eo rum.b.c.⁊.c.e.sunt linea vna.Est enim angulus.a.equalis angulo.d .quia vterq̄ eorum est equalis angulo.a.c.d.per primam partem.29.primi:igitur per presentē ypothe.⁊.6.huius ipsi trianguli sunt equianguli. ⁊ angulus. b. est equalis angulo d.c.e.⁊ angulus.a.c.b.angulo .e.quare per .32.primi:tres anguli qui sunt. ad.c. sunt equales duobus rectis:ipsi eni equant̄ tribus angulis vtriuslibet duorum tri/ angulorum:ergo p.14.primi.b.e.est linea vna:quod est propositum.

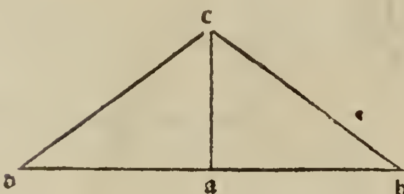
Propositio .31.



In omni triangulo rectangulo superficies lateris q̄ sub/ tenditur angulo recto equalis est superficiebus duorū la terum angulum rectum continentium pariter acceptis.cū fuerint similes ei in lineatione ⁊ creatione:



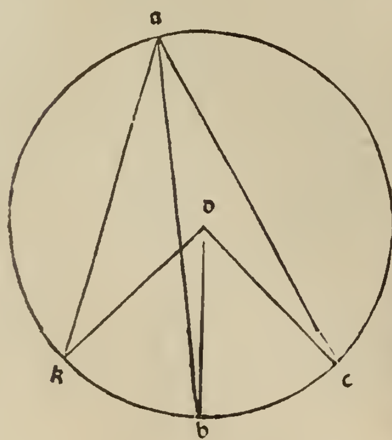
¶ Qd̄ proponit penultia primi de superficieb⁹ quadratis proponit hic penultima sexti de omnibus superficiebus similibus .vnde hec est illa tāto vni uersalior quāto superficies laterata q̄drato.¶ Sit itaq̄ triangulus rectangulus.a b.c.cuius angulus.a.sit rectus.dico q̄ superficies constituta super latus.b.c .est equalis duabus superficiebus cōstitutis super.a.b.⁊.a.c. cū omnes tres super/ ficies fuerint similes in figura ⁊ situ:ducam perpendicularem.a.d.ad lineam.b.c. eritq̄ per secundā partem correl̄.8.huius proportio .b.c.ad.c.a.sicut.c.a.ad.d.c. ⁊.c.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.d.b.Si itaq̄ super quālibet triū linearum.b.c.c.a.⁊.a b.fiat supficies similis alijs in figura ⁊ situ.erit per corel̄.17.huius ꝓportio sup/ ficiei cōstitute sup.b.c p̄mā.ad cōstitutā sup.c.a.scd̄aȝ sicut.b.c.pme ad.d.c.t̄tiā ⁊ itē eiusdē supficiei cōstitute sup b.c.p̄mā ad cōstitutā sup.a.b.scd̄aȝ sicut.b.c. p̄me ad.d.b.t̄tiā p idē corel̄.q̄re p cōuersā ꝓportionalitatē supficiei.a.c.ad supficiē.c.b sicut.c.d.ad.c.b.⁊ silr supficiei.a.b.ad sficiē.b.c.sicut .b.d.ad sficiē.b.c.⁊ ponat̄ a.c p̄ma.⁊.c.b.scd̄a ⁊ q̄rta ⁊.c.d.supficies t̄tia.⁊.a.b. supficies quita. ⁊.b.d. supfi cies sexta.⁊ arguat̄ p .24.quiti qd̄ proportio superficiei constitute super.b.c. ad. duas supficies constitutas super.c.a.⁊.a.b.simul.ē sicut.b.c.ad.c.d.⁊ .d.b.simul quia igitur .b.c.est equalis duabus lineis.c.d.⁊.d.b.simul sumptis .erit superfi/ cies constituta super.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super.c.a.⁊.a. b.simul sūptis:qd̄ est ꝓpositū.¶ Cōuersam quoq̄ huius possumus facile demon/ strare per modū demōstrationis vltime primi.sit eni triangul⁹.a.b.c. sitq̄ super/ ficies constituta sup.b.c.equalis duabus superficiebus constitutis super duas line as.a.b.⁊.a.c.sibi similibus.dico q̄ angulus.a.est rectus:ponā enim angulū.c.a. d.rectū.⁊ lineā.a.d.eq̄lē.a.b.⁊ claudo sficiē ducta linea.d.c.eritq̄ p hāc.31.supfi cies cōstituta sup .c.d.eq̄lis duab⁹ cōstitutis sr duas lineas.c.a.⁊.a.d.sibi silib⁹.q̄re etiā cōstitute sup.b.c.sibi sili.hec eni posita ē eq̄lis duabus cōstitutis sup.a.b.⁊.a c.sibi silibus:erit ergo linea.b.c.equalis.c.d.quare p.8.primi angulus. a. ē rectus qd̄ est propositum.



Propositio .32.

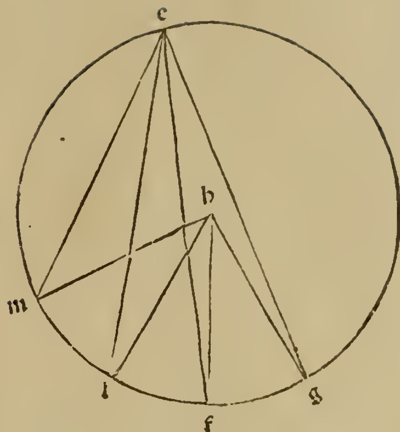


Si in circulis equalibus supra centrū siue supra circūferē tiam anguli consistant .erit angulorum proportio tanq̄ proportio arcuū illos angulos suscipientium.



¶ Sint circuli.a.b.c.cuius centrū.d.⁊.e.f.g.cuius centrū.h. eq̄les: sup quoꝝ centra fiant duo anguli.b.d.c.⁊.f.h.g.⁊ sup coꝝ circūferē tias alij duo qui sint.b.a.c.⁊.f.e.g.dico q̄ ꝓportio anguloꝝ tā eoꝝ q̄ sūt sup cētra

q̄ꝫ eorum qui super circūferentias: est sicut arcus.b.c.ad arcum.f.g.cōtinuabo cū illis duobus arcubus alios arcus equales.siue scdm eundē numerum: siue secundū diuersos: sitqꝫ arcus.k.b.equalis.b.c.ꝛ vterqꝫ duorum arcuum.l.m.ꝛ.f.l.equalis f.g.ꝛ producam lineas.k.d.k.a.m.b.l.b.m.c.ꝛ.l.c. eruntqꝫ per.26.tertij anguli qui sunt ad.d.adinuicem equales. Similiter quoqꝫ ꝛ qui sunt ad.b.adinuicē equales. Idem etiam de his qui sūt ad.a.ꝛ de his qui sūt ad.c. sicut igr̄ arcus.k.c. est multiplex arcus.b.c: ita angulus.k.d.c.anguli.b.d.c.ꝛ angulus.k.a.c.anguli.b.a c.similiter sicut arcus.m.g.est multiplex arcus.f.g.ita angulus.m.b.g.anguli.f.b. g.ꝛ angulus.m.c.g.anguli.f.c.g.sed si arcus.k.c.est equalis arcui. m.g. angulus k.d.c.est equalis angulo.m.b.g.ꝛ angulus.k.a.c.angulo.m.c.g. ꝛ si maior maiores.ꝛ si minor minores per.26.tertij.per diffinitionem itaqꝫ incontinue proportionalitatis proportio arcus.b.c.ad arcum.f.g.est sicut anguli.b.d.c. ad angulū f.b.g.ꝛ sicut anguli.b.a.c.ad angulum.f.c.g.quod est propositum. Idem intellige in eodem circulo. Explicit liber sextus. Incipit liber septimus.





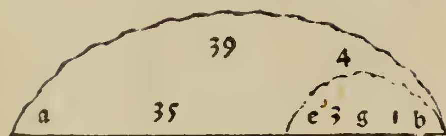
Vnitas est qua vna queqꝫ res vna dicitur. ¶ Numerus est multitudo ex vnitatibus cōposita ¶ Naturalis series numerorum dicitur in qua secundū vnitatis additionem fit ipsorum computatio. ¶ Differentia numerorum appellatur numerus quo maior habūdat a minore. ¶ Numerus primus dicit̄ qui sola vnitate metitur. ¶ Numerus compositus dicitur quē alius numerus metitur. ¶ Numeri contra se primi dicunt̄. qui nullo numero excepta sola vnitate numerantur. ¶ Numeri adinuicem compositi siue cōmunicantes dicuntur. quos alius numerus q̄ꝫ vnitas metitur. nullusqꝫ eorum est ad aliū primus. ¶ Numerus per alium multiplicari dicitur. qui totiens sibi coaceruatur. quotiens in multiplicante est vnitas. ¶ Productus vero dicitur qui ex eorum multiplicatione crescit. ¶ Numerus alium numerare dicitur qui secundū aliquē multiplicatus illū ꝓducit. ¶ Pars ē numerus numeri minor maioris cum minor maiorem numerat. Et qui numeratur numerantis multiplex appellatur. ¶ Denominās est numerus secūdū quē pars sumit̄ in suo toto. ¶ Similes dicuntur partes que ab eodem numero denominantur. ¶ Prima. simpla numeri pars est vnitas. ¶ Quando duo numeri partem habuerint cōmunem tot partes maioris dicetur esse minor. quotiens eadem pars fuerit in minore. tote vero quotiens ipsa fuerit in maiore. ¶ Numeri ad numerum dicitur proportio minoris quidem ad maiorem in eo quod ē maioris pars vel partes. Maioris vero ad minorem secundū ꝙ eū continet ꝛ eius partem vel partes. ¶ Cum fuerint quotlibet numeri cōtinue ꝓportionales dicet̄ ꝓportio primi ad tertiū sicut primi scdm duplicata ad q̄rtū vero triplicata. ¶ Cū cōtinuate fuerit eedē vel diuerse ꝓportiones dicet̄ ꝓportio primi ad vltimū ex omnibꝰ cōposita.

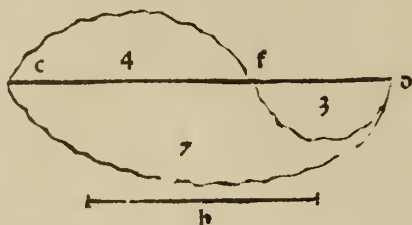
¶ Denominatio dicitur proportionis minoris quidẽ numeri ad ma/
iorem pars. vel partes ipſius minoris. que in maiore ſunt. ¶ Maioris
autem ad minorem totum. vel totum ⁊ pars vel partes: prout maior
ſuperfluit. ¶ Similes ſiue vna alij eadem dicũtur proportiones que
eandem denominationem recipiunt. ¶ Maior vero que maiorẽ. ¶ Mi/
nor autem que minorem. ¶ Numeri vero quorũ ꝓportio vna: ꝓpor
tionales appellantur. ¶ Termini ſiue radices dicunt̃ quibus in eadẽ
ꝓportione minores ſumi ĩpoſſibile eſt. ¶ Petitiones ſunt quatu
tuor. ¶ Cuilibet numero quotlibet poſſe ſumi equales prout libet. vl'
multiplices. ¶ Quolibet numero aliquẽ quãtũlibet ſumere poſſe ma
iorem. ¶ Seriem numerorum in infinitum poſſe procedere. ¶ Nul/
luʒ numerũ in infinitũ poſſe diminui. ¶ Cõmunes animi cõceptio
nes ſunt decẽ. ¶ Omnis pars minor eſt ſuo toto. ¶ Quicunqʒ eiuſdẽ
ſiue equalium fuerint eque multiplices: ipſi quoqʒ erũt eq̃les. ¶ Qui
bus idẽ numerus eque multiplex fuerit. ſiue quorũ eque multiplices
fuerint equales: ⁊ ipſi etiam erunt equales. ¶ Omnis numeri pars ẽ
vnitas ab ipſo denominata. ¶ Omnis pars eſt minor que maiorẽ ha
bet denominationẽ: maior vero que minorem. ¶ Quilibet numerus
totus eſt ab vnitate. quota pars ipſius ẽ vnitas. ¶ Quicunqʒ numerꝰ
in vnitatem ducitur. ſeipſum producit. Unitas quoqʒ in quẽcũqʒ du
cta producit eundem. ¶ Quicunqʒ numerus numerat duos: numerat
quoqʒ cõpoſitum ex illis. ¶ Quicunqʒ numerus numerat aliquẽ: nu/
merat omnem numeratum ab illo. ¶ Quicunqʒ numerus numerat to
tum ⁊ detractum: numerat reſiduum.

Propoſitio .1



SI a maiore duorum numerorũ minor detrahatur. donec
minus eo ſuperſit. Ac deinde de minore ipſum reliquum
donec minus eo relinquatur: Itẽqʒ a reliquo primo reli
quũ ſecundũ quouſqʒ minus eo ſuperſit: atqʒ in huiuſce/
modi continua detractione nullus fuerit reliquus: qui an
tem relictum numeret vſqʒ ad vnitatem: eos duos numeros contra ſe
primos eſſe neceſſe eſt.





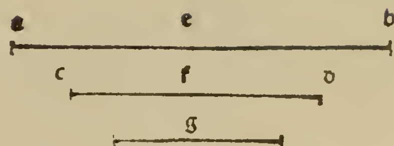
¶ Sint duo numeri. a. b. ⁊. c. d. c. d. minor detrahaturqʒ. c. d. ex. a. b. quotiens po
teſt: ⁊ ſit reſiduum. e. b. qui erit minor. c. d. alioquin poſſet ex ipſo adhuc detrahi. c
d. detrahatur ⁊ ipſe. e. b. ex. c. d. quotiens poteſt. ſitqʒ reſiduũ. f. d. ſed ⁊. f. d. detra
hatur ex. e. b. quotiens poteſt: ⁊ ſi reſiduum. g. b. ꝙ ſit vnitas. dico tunc duos nu
meros. a. b. ⁊. c. d. eſſe contra ſe primos. Si enim ſunt cõpoſiti numerabit eos cõ/
muniter per diffinitionẽ aliquis numerꝰ preter vnitatem qui ſit. h. ⁊ quia. h. nume
rat. c. d. numerabit. a. e. per penultimã cõceptionẽ: ⁊ quia idem numerat. a. b. nu/
merabit etiam. e. b. per vltimã cõceptionẽ. ergo ⁊. c. f. per penult̃. quare ⁊. f. d. per
vltimã. ergo ⁊. g. e. per penult̃. ergo ⁊. g. b. ꝑ vlt̃. ⁊ quia. g. b. eſt vnitas. ſequit̃ nu/
merum eſſe partẽ vnitatis vel ſibi equalem: quod eſt impoſſibile: erunt igitur. a. b
⁊. c. d. contra ſe primi quod eſt propoſitum. ¶ Qđ ſi duo numeri. a. b. ⁊. c. d. ſint
contra ſe primi. non erit in hac mutua detractione ſtatus anteq̃ʒ ad vnitatem ꝑ/
ueniatur. Et eſt iſtud conuerſum eius ꝙ auctor proponit. Si autẽ in hac mutua

detractione fuerit status anteq̄ perueniatur ad vnitatem: sit vt.g.b. sit numerus que detrabatur ab.f.d.ꝛ nihil sit residuū.igitur.g.b.numerat.f.d.ergo p penul'. concept.numerat ꝛ.e.g.ꝛ quia etiam numerat se ipsū numerabit p antepenul'.cō cept.totum.e.b.ergo per penul'.numerat.c.f.sed ostensum est prius ꝙ numerat.f d.ergo per antepenul'.numerat totum.c.d.quare p penul'.numerat.a.e.ꝛ q: ostē/ sum est prius ꝙ etiā numerat.e.b.sequitur per antepenul'.vt etiam numeret. a.b. quia igitur numerus.g.b.numerat vtrūq̄ duoꝝ numeroꝝ.a.b.ꝛ.c.d.numeri.a.b ꝛ.c.d.sunt cōpositi: nō igitur contra se primi qd est contra ypothe. ¶ Per hanc er go viam propositis quibusq̄ duobus numeris inuestigamus vtrū ipsi sint contra se primi.si enim tali facta mutua detractione perueniat ad vnitatem.ipsi sunt con tra se primi. Si autem sit status anteq̄ perueniat ad vnitatē ipsi sunt compositi.

Propositio 2



Ropositis duobus numeris adinuicem compositis maxi mum numerum cōmunem cos numerante inuenire. Vn̄ manifestum est quia omnis numerus duos numeros nu/ merans numerat numeꝝ maximum ambos numerantem.



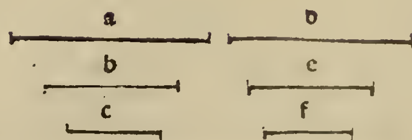
¶ Sint duo numeri cōpositi.a.b.ꝛ.c.d.mio:.c.d. q: ḡ numerat eos cōmuniter aliquis numerus p diffinitionē. volo inuenire maximū numerū eos cō muniter numerātē. ꝫm modū ꝛ similitudinē prioris: minuo miorē de maiori quo/ ad possum.videlicet.c.d.de.a.b.ꝛ sit residuū.e.b. itemq̄.e.b.de.c.d.quoad pos/ sum.ꝛ sit residuū.f.d.ꝛ quia huius diminutio nō pōt fieri ifinities per vltimā pe/ titionem: nec pōt etiā ad vnitatē peruenire in proposito per precedentē.quia tunc essent numeri ꝓpositi cōtra se primi. qd est contra ypoth .sit ut cū detraxero.f.d. ex.e.b.quoad potero ꝙ nihil sit residuū.dico tunc.f.d.esse maximū numerum nu merantē.a.b.ꝛ.c.d. Qd eni numeret cos patet per penul'.ꝛ antepenul'. cōcep. al/ ternatim quotiens oportuerit repetitas sicut in demonstratione conuerse precedē tis. Numerat eni.f.d.e.b.q: cum ab ipso detrabitur quoad potest nihil fit residuū ergo ꝛ.c.f.per penul'.cōcep.ergo ꝛ.c.d.p antepenul'.quare ꝛ.a.e.per penul'.igitur ꝛ.a.b.per antepenult. Qd aūt nullus maior.f.d.numeret.a.b.ꝛ.c.d.sic patet. Si enim fieri potest: sit numerus.g.maior.f.d.numerās vtrūq̄ duoꝝ numeroꝝ.a.b. ꝛ.c.d.quia igitur.g.numerat.c.d. numerabit per penul'. concep.a.e. ꝛ q: nume/ rat.a.b.numerabit per vltimā.e.b.ergo per penul.numerat.c.f.ꝛ quia etiam nu/ merat.c.d.numerabit per vlt.f.d.maior videlic; minorē: quod est impossibile. Ex hoc scdo ꝓcessu liquet corel'.

Propositio



Ropositis tribus numeris adinuicem cōpositis maximū numeroꝝ eos cōiter numerantium inuenire.

¶ Priusq̄ hanc tertiā cōclusionē demōstremus: demōstrandū arbi/ tramur ipsi⁹añs: videlicet ꝓpositis tribus numeris qualiter poteri/ mus certificare an ipsi sint adinuicē compositi. ¶ Sint itaq̄ tres nu meri.a.b.c.de quibus volo videre vtrū ipsi sint adinuicē cōpositi.per primā igitur inquiro an duo primi qui sunt.a.ꝛ. b.sint adinuicē p̄mi: qd si sic nō erūt.a.b.c.ad inuicē cōpositi.p diffinitionē. Si aūt.a.ꝛ.b.sūt adinuicē cōpositi: sit per preceden tem.d.maxim⁹numerus eos numerās: qui si numerat.c.erūt per diffinitionē.a.b c.adinuice; compositi. Si autē nō numerat ipsū.ſ; ipsi.c.ꝛ.d.quidē sunt contra se primi.nō erunt.a.b.c.adinuicem cōpositi. Nā quicūq̄ numeraret eos: numeraret





etiam.d.p concl'.precedentis.sicq3 essent.d.z.c.cõpositi qd est contra ypothe. Si autẽ.c.z.d.sunt cõpositi erunt etiã.a.b.c.adinuicẽ cõpositi. Sit enĩ per premissã e.maximus numerans.c.z.d.qui etiã p penult.cõcep.numerabit.a.z.b.quare per diffinitionẽ.a.b.c.sunt adinuicẽ cõpositi.¶Sil'r quoq3 mõ scietur ppositis quotlibet pluribus q̃3 tribus an omnes sint ad inuicem cõpositi. Propositis itaq3 trib⁹ qui sunt adinuicem compositi.qui etiam sint.a.b.c.volo inuenire maximũ numerum numerantẽ omnes.Sũmo sm doctrinã premisse.d.maximũ numerantẽ. a.z b.qui si numerat.c.ipse est quẽ querimus.alioquin per concl'.precedentis sequeretur maiorem numerare minorem.Si autem non numerat.c.erũt tamẽ.c. z.d.adinuicem cõpositi per ypothe.z concl'.precedentis z diffinitionẽ. sit igitur maxim⁹ eos numerans.e.dico.e.esse maximum numerantẽ.a.b.c.Qd enim eos numeret patet per hanc vlt.ypothe.que est ipsum esse maximũ numerantẽ.c.z.d.z per penult.concep.Et q nullus eo maior numeret eos sic patet.sit enim si potest fieri.f.maior.e.qui numeret.a.b.c.qui cũ numeret.a.z.b.numerabit p concl'.premisse.d z quia etiã numerat.c.numerabit p idẽ concl'.e.maior videlicet minorem quod est impossibile.Non erit igitur numerus aliquis maior.e.numerans.a.b.c.qd ẽ propositum.¶Simili quoq3 modo inuenietur maximus numerus numerans quotlibet plures tribus adinuicem compositos:vnde nõ oportuit euclidem de pluribus tribus hoc docere:quia idem est modus z ars in tribus z pluribus. Ex vltimo aũt huius demonstrationis processu:possumus etiam istud concl'.huic tertie conclusioni adijcere.Unde manifestum est q omnis numerus numerans quotlibet adinuicem compositos:numerat maximum numerantem eos omnes.z etiam maximos numerantes binos z binos eorum.

Propositio .4.



Omnium duorum numerorũ inequalium minor maioris aut pars est:aut partes.

¶Sint duo numeri.a.z.b.b. minor. dico q.b. est pars vel ptes.a. Aut enĩ.b.numerat.a.aut nõ.si numerat pars eius ẽ p diffinitionẽ Si nõ numerat ipsum.aut ergo sunt adinuicem primi aut nõ:si non sunt adinuicem primi:habebunt per diffinitionem partem cõmunẽ3: que quotiẽs fuerit in.b.tot partes.a.dicetur esse.b.per diffinitionem.si autem sint adinuicem primi:quia tamen omnis numeri pars est vnitas ab ipso denominata.patet ide3 per vnitates.

a
b

Propositio 5.



Si fuerit quatuor numeri quorum primus tota pars secundi quota tertius quarti:erunt primus z tertius pariter accepti tota pars secundi z quarti pariter acceptorum quota primus secundi.

¶Uolens euclides hos libros de numeris aliquo precedentium non indigere sed per se ipsos stare: parte3 eius qd proposuit per primã quinti de quãtitatibus in genere:proponit per hanc quintã huius septimi de numeris.Sint igitur.4.numeri.a.b.c.d.sitq3 .b.tota pars.a.quota.d.c.dico q.b.z.d.pariter accepti sũt tota pars.a.z.c.pariter acceptoz:quota.b.est.a.diuisis enĩ.a.z.c.scdm quãtitatẽ.b.z.d.argumẽtare sicut in prima quinti.erit enĩ ut totidẽ sunt ptes.a. quot.c.per positionẽ:z ut aggregatũ ex pma pte.a.z pma.c.sit equale aggregato ex.b.z.d.similiter quoq3 z aggregatũ ex scda pte.a.z scda.c. z qz hec aggregatio



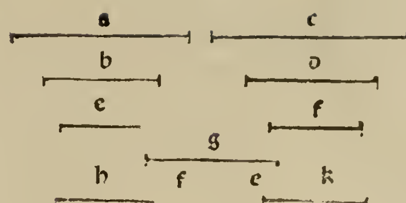
totiens poteſt fieri quotiens continetur.b.in.a.ſequitur vt numerus equalis ag/gregato ex.b.⁊.d.totiens cõtineatᷣ in aggregato ex.a.⁊.c.quotiens.b.continetur in.a.quare conſtat propoſitũ.

Propoſitio 6



SI fuerint quatuor numeri quorum primus tote ptes ſcdi quote tertius quarti: erunt primus ⁊ tertius pariter acce/pti tote partes ſecundi ⁊ quarti pariter acceptorum. quo te primus ſecundi.

¶ Qd̃ ꝓpoſuit premiſſa de parte: ꝓponit iſta de partib⁹. Sint itaqꝫ vt prius quatuor numeri.a.b.c.d.ſitqꝫ ut.b.ſit tot ⁊ tote ptes.a.quot ⁊ quote.d.c.dico ꝙ.b.⁊.d.pariter accepti erunt tot ⁊ tote ptes.a.⁊.c.pariter acceptorum: quot ⁊ quote.b.eſt.a.dico aũt tot ⁊ totas:qꝛ ptiũ pluralitas duobus numeris dif finitur:quoꝝ alter numerator dicitᷣ alter denominator:ut cũ dicim⁹ tres quinte:ter narius numerat:quinarius denominat. Quia igitᷣ.b.eſt ptes.a. ſit vt ſint ptes ei⁹ numerate ab.b.⁊ denominate a.k.eritqꝫ ſimiliter ꝑ poſitionẽ.d.partes.c.nume/rate ab.b.⁊ denoĩate a.k. Una itaqꝫ ptiũ.b.ſit.e.⁊ vna ptium.d. ſit.f. eritqꝫ per ypothe.e.pars.b .denominata ab.b.⁊ pars.a.denominata a.k. Similiter quoqꝫ ⁊.f.erit pars.d.ſcd̃m.b.⁊ ps.c.ſcd̃m.k. Cõpoſitus igitur ex.e.⁊.f. ſit.g. eritqꝫ per premiſſam.g.ps.b.⁊.d .pariter acceptoꝝ ſcd̃m.b. itẽqꝫ per eandẽ erit pars. a.⁊.c pariter acceptoꝝ ſcd̃m.k.quare per.16.diffinitionẽ erunt.b.⁊.d.pariter accepti p/tes.a.⁊.c pariter acceptorũ numerate ab.b.⁊ denoĩate a. k.eo ꝙ eorum cõmunis pars eſt.g.minoris ſm̃.b.⁊ maioris ſm̃.k.⁊ quia ſic erat.b.a.conſtat ꝓpoſitum.



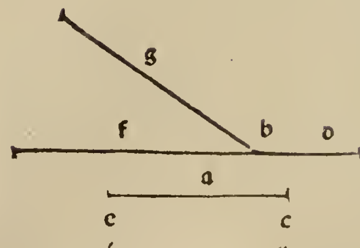
¶ Potes autẽ ⁊ per hanc ⁊ premiſſã qd̃ ꝓponit de quatuor numeris ad quodlibet numeros ampliare: ꝙ ſi quotlibet numeri minores ad totidem maiores cõparentᷣ fueritqꝫ ſingule ſinguloꝝ tota pars aut partes: quota vel quote primus ſcdi:erunt quoqꝫ omnes pariter accepti tota pars aut ptes omnium pariter acceptoꝝ quota vel quote primus ſcdi.qd̃ facile probatur ꝑ hanc ⁊ premiſſam: quotiens oportue/rit repetitas. Et ſi crederemus eſſe intentionẽ euclidis aſſumere ex prius demon/ſtratis aliqua ad demonſtrationẽ eoꝝ:que hic proponit ex.13.quinti: facile demõ ſtraſſem⁹ hanc ſextam . Nunc autem qꝛ viderᷣ oppoſitũ aliter enĩ ſuperuacue pro poſuiſſet multa de numeris que demonſtrata ſunt in quinto de quantitatibus in genere. Neceſſe habuimus proprijs vti demonſtrationibus tanquã ex prioribus nihil ſumentes:ſolis huius ſeptimi contenti principijs:propter qd̃ ⁊ petitiones ⁊ cões animi cõceptiones ꝓpoſiti proprias nõ incõuenienter huius ſeptimi princi/pio appoſuimus.

Propoſitio 7.



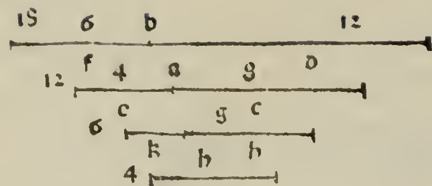
SI fuerint duo numeri quorum vnus alterius pars detra/baturqꝫ ab ambob⁹ ipſa ps: erit reliquus tota ps reliqui quota totus totius.

¶ Qd̃ proponit hic euclides de numeris propoſuit ſuperius in quin ta quinti.de quantitatibus in genere. Sit itaqꝫ ut quota pars eſt to tus.a.totius.b.tot⁹ ſit.c.detractus ab.a.d.detracti .a.b. dico ꝙ tota erit.c.reſi/duus.a.f.reſidui.b.quota eſt totus.a.totius.b.⁊ hec eſt quaſi cõuerſa quinte. Sit enim ꝑ petitionẽ .e.tota ps .g.quota.c.eſt.d.eritqꝫ p.5.tota ps.a.cõpoſiti ex .g. ⁊.d.quota eſt.c.d.quare ⁊ quota ẽ.a.b.igitᷣ per ſcd̃am cõceptionẽ cõpoſitus. ex.g ⁊.d.eſt equalis.b.dempto itaqꝫ ab vtroqꝫ numero.d. erit.g. equalis.f. quare erit



tota pars.f.quota est.a.b.tota enim erat.e.g.quod est propositum.

Propositio 8

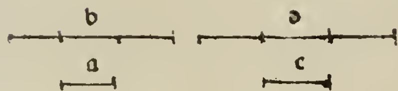


Si a duobus numeris quorum alter alterius partes propositis partes ille subtrahatur: erit reliquus reliqui eedem partes qui est totus totius.

Hec est quasi couersa sexte: vt si sit quot et quote ptes est totus. a. totius.b.tot et tote.c.detractus ab.a.d.detracti.a.b.erit.c.residuus.a tot et tote ptes.f.residui.b.quot et quote e.a.b.Sit eni.g.vna ptiu.a.et.b.vna partium.c.eritqz ppter ypoth.g.tota ps.a.quota.b.c.et tota.b.quota. b.d.detrahat igitur.b.de.g.et remaneat.k.eritqz.k.p pmissa tota pars.c.quota.g. a.et tota.f.p eandem quota.g.b.quia igitur.e.et.f.habent parte comune que e.k.erit per.16.diffinitione.c.ptes.f.tot quide quota pars est.k.e.et tote quota est.k.f. et quia tot et tote erat.a.b.patet propositum.

Propositio 9

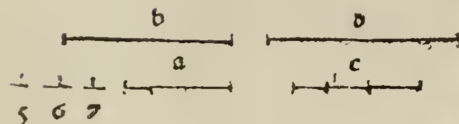
Si fuerint quatuor numeri quorum prim9 scdi tota ps quota tertius quarti: erit pmutatim tota ps aut ptes primus tertij quota pars aut partes secundus quarti.



Sit.a.primus tota pars.b.scdi quota.c.tertius.d.quarti.sintqz a et.b.minores.c.et.d.aliter eni esset econuerso ei qd proponit. dico qp quota pars vel ptes est.a.c.tota vel tote est.b.d.diuidant eni.b. quide fm quantitate.a.d.vero fm.c.eruntqz per presentem ypoth.tot partes.b.quot.d. et qz vnaqueqz ptium.b.est equalis.a.et vnaqqz.d.c.est aute.a.c.ps aut ptes per presente ypoth.et per quatuor erit vnaqqz partium.b.sue coparis ex partibus.d.ut prima prime scda scde: sicqz de ceteris tota ps aut ptes quota vel quote est.a.c.per.5.igitur vel.6.sub disiunctione quotiens oportuerit repetitas: erit tota pars aut ptes b.d.quota vel quote est.a.c.quod est propositum.

Propositio 10

Si fuerint quatuor numeri quorum primus tote ptes secude quote tertius quarti: erit pmutatim primus tota pars aut partes tertij quota vel quote secundus quarti.



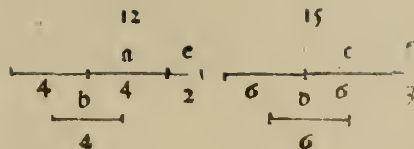
Sint quatuor numeri ut prius quorum similiter minores sint. a.et .b.sitqz.a.tote ptes .b. quote.c. est.d. dico qp quota pars aut ptes est.a.c.tota vel tote est.b.d.diuidantur enim minores in partes illas qui sunt.a. et.c.eruntqz per presente ypoth.tot partes.a.quot.c.et quia vnaqqz ex partibus.a est tota pars.b.quota quelibet ex ptibus.c.est.d.hoc eni habemus ex nra ypothe. erit permutatim per premissam:ut quota pars aut ptes e.b.d.tota vel tote sit vnaqqz ex partibus.a.sue coparis ex partibus.c.p quinta igitur vel.6. sub disiunctioe quotiens oportuerit repetitas:erit tota pars aut ptes.b.d.quota vel quote e.a.c. quod est propositum.

Propositio .11.

Si fuerint quatuor numeri pportionales quorum prim9 secudo et terti9 qrto sit maior: erit scds tota pars aut partes primi quota vel quote quart9 tertij. Qd si scds fuerit tota ps aut partes primi quota vel quote quartus tertij quatuor numeros proportionales esse conueniet.

Sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sintqz.a.et.c.maiores: dico qp quota ps aut

partes est.b.a.tota vel tote est.d.c.& econuerso: erit eni p conuersione diffinitionis similiu proportionu vt quotiens.b.in.a.totiens sit.d. in.c. & si qua ps aut ptes.b. superfluunt in.a. tota pars aut ptes.d. supfluant in.c.si itaq continetur: b.in.a. sine supfluitate ptis:q totiens sine supfluitate continet.d.in.c.erit per diffinitione silium ptium:quota ps.b.a.tota.d.c.q si quotiensllibet continet.b.in .a.cu superfluitate partis:q totiens continet.d.in.c.cu supfluitate silis ptis distincto .a. sm.b.ut superfluat.e.atq.c.sm.d.ut superfluat.f.erit tota ps.e.b.quota.f.d. At q totiens continet.b.in dra.a.ad.e.quotiens.d.in dra.c.ad.f. erit p coem sciam totiens.c.in.a.quotiens.f.in.c.cu igit.a.&.b.habeat.e.ptem communem:siliter.c.& d.f.sit itaq.e.in.b.quotiens.f.in.d.itemq.c.in.a.quotiens.f.i.c.erit per.16.diffinitione.b.tot & tote ptes.a.quot & quote.d.c.Si aut.b.quotiensllibet continet in a.cu supfluitate quotlibet ptium:q totiens continet.d.in.c.cu supfluitate totidem & similiu ptium:distincto.a.sm.b.vt supfluat.e.siliter.c.sm.d.ut superfluat.f.erit e.tot & tote ptes.b.quot & quote.f.d.sumpta itaq vna ex ipsis argumentandum ut prius:sicq patz primu. ¶Scdm sic.sit.b.a.tota ps aut ptes quota vel quote.d c.dico q erit pportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.si eni est tota ps constat propositum. Si autem tote ptes diuisis eis sm partes illas patebit totiens esse.b.in.a. quotiens.d.in.c.& tota parte aut ptes.b.superfluere in.a.quota aut quote.d.supfluunt in.c.p diffinitione itaq est pportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.sicq liquet totum.

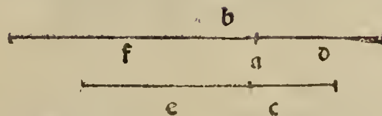


Propositio .12.



Si a duobus numeris sm suas proportiones duo numeri detrahantur:erit proportio reliqui ad reliquum tanq proportio totius ad totum.

¶Qd proposuit euclides in.19.quinti.de quatitatib in genere:proponit hic de numeris.vt si sit proportio totius.a .ad totum.b.sicut c.detracti.ab.a.ad.d.detractum.a.b.erit.e.residui.a.ad.f.residuu.b. sicut.a. ad b.Si enim.a.sit minor.b.erit p psente ypoth. & per couersione diffinitiois.c.tota pars aut ptes.d.quota vel quote est.a.b. per.7.igitur vel.8.erit. e. tota ps aut partes.f.quota vel quote e.a.b.per diffinitione igitur erit pportio vna: qd e propositu.Qd si.a.sit maior.b.erit per prima ptem pmisse quota pars aut ptes.b.a. tota vel tote.d.c.quare p.7.vel.8.tota vel tote erit.f.e.itaq per scdam parte premisse.e.ad.f.sicut.a.ad.b.quare constat propositum.Cedunt aut huic.7.&.8. hec enim sola q ambe ille continet.Volunt aut quida scdam parte huius probare per 19.quinti:sed si hoc intenderet euclides:cum ista pponat particulariter qd illa vniuersaliter vane illa demonstrata in quinto pposuisset hanc hic in septimo: & quia iterum non demonstrat eam simplr p.19.quinti.At vero nec modu demonstrationis illius possunt affirmare ad demonstratione huius cum illa demonstret i quantitatibus in genere.p pportionalitate pmutata que infra demonstratur in numeris.Existimo autem & rationabiliter conuinci videtur euclidem que vultu demonstratoris arismetici:gratia decimi in quo sine numeroru aliqua precognitione trasire non poterat constat assumere: idcirco plurima eorum que in quinto de quantitatibus in genere demonstrauit. hic repetere demonstrada de numeris: quoniam per alia principia propria videlicet numerorum que magis nota sunt intellectui q



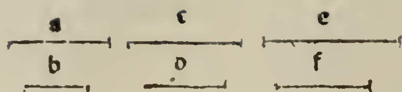
ea per que pcessit in quinto ipsa demonstrare intendit: principia enim quinti propter maliciam quātitatum incōicantium difficilia sunt: principia vero numerorū magis vltro se intellectui applicāt: faciliusqȝ q̄ȝ illa. Egent eni illa intellectu magis disposito.

Propositio .13.

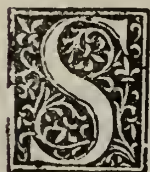


Si fuerint quotlibet numeri pportionales quantus erit vnus aūs ad suū ɔsequētē: tanti erūt oēs antecedētes pariter accepti ad oēs cōsequētes pariter acceptos.

¶ Qd̄ pponit euclides p.13. quinti de quantitatib⁹ i genere pponit p hanc de numeris: vt si sint. a. b. ⁊. c. d. ⁊. e. f. pportionales dico q̄ q̄ ē pportio. a. ad. b. ea est q̄. a. c. e. pariter acceptoꝝ ad. b. d. f. pariter acceptos. Si enim. a. c. e. sint minores. b. d. f. erit per cōuersionē diffinitionis quota ps aut partes. a. b. tota vel tote. c. d. ⁊. e. f. per. 5. ergo vel per. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes. a. b. tota vel tote. a. c. e. pariter accepti. b. d. f. pariter acceptoꝝ: quare per diffinitionē pportio vna. Si autem. a. c. e. sint maiores b. d. f. erit per primam partem. 11. quota pars vel partes. b. a. tota vel tote. d. c. ⁊. f e. per. 5. ergo vel. 6. quotiens oportuerit repetitas: erit quota pars vel partes. b. a. tota vel tote. b. d. f. pariter accepti. a. c. e. pariter acceptorum. itaqȝ per scd̄am partem. 11. proportio. a. ad. b. sicut. a. c. e. pariter acceptorum ad. b. d. f. pariter acceptos: quod est propositum.

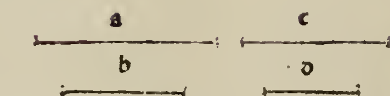


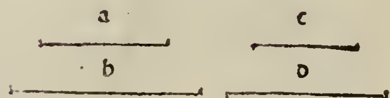
Propositio .14.

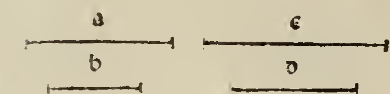


Si fuerint quatuor numeri proportionales: permutatim quoqȝ proportionales erunt.

¶ Modū arguēdi qui dicitur proportionalitas permutata quā demonstrauit euclides per. 16. quinti in quātitatibus in genere: pponit hic demonstrandū i numeris: vt si sit pportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit eni. a. maior. b. aut minor: silr quoqȝ et maior. c. aut minor. Sit itaqȝ primo minor vtroqȝ: erit ergo p presentem ypothe. et conuersionem diffinitionis. a. tota pars aut partes. b. quota vel quote. c. d. per. 9. itaqȝ vel. 10. erit pmutatim. a. tota pars aut ptes. c. quota vel quote. b. d. quare per diffinitionē proportio vna. Sit igitur. a. maior vtroqȝ: eritqȝ per primam partem 11. vt quota pars aut partes est. b. a. tota vel tote sit. d. c. quare per. 9. vel. 10. tota pars aut ptes erit. b. d. quota vel quote. c. a. igitur per scd̄am partē. 11. erit. a. ad. c. sicut. b. ad. d. Sit tertio. a. maior. b. ⁊ minor. c. eritqȝ p primā ptē. 11. tota pars aut ptes. b. a. quota vel quote. d. c. quare per. 9. vel. 10. quota vel quote est. a. c. tota vel tote erit. b. d. per diffinitionē itaqȝ pportio vna: Ultimo quoqȝ sit. a. mior. b. maiorqȝ. c. eritqȝ vt tota pars aut partes sit. c. d. quota vel quote est. a. b. per. 9. itaqȝ vel. 10. erit tota vel tote. d. b. quota vel quote. c. a. quare per secundā partem. 11. b ad. d. sicut. a. ad. c. sicqȝ constat propositum: huic autē cedūt. 9. vel. 10. q2 hec sola qd̄ ambe ille proponit.







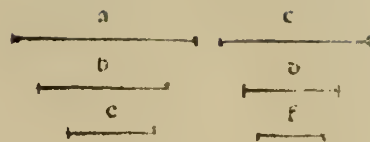
Propositio .15.

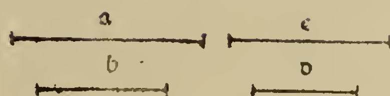


Si fuerint quotlibet numeri aliiqȝ scd̄m eorum numerum omnesqȝ duo ex prioribus scd̄m proportionem omnium duorum ex posterioribus in proportione equalitatis proportionales erunt.

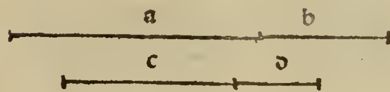
¶ Modū arguendi qui dicit equa pportionalitas quā demonstrauit euclides p. 22. quinti de quātitatib⁹ in genere pponit hic demōstrādū in numeris

directe ꝓportiõalitatis:equã aũt ꝓportiõalitatẽ quã demõstrauit per.23.quinti:ĩ quãtitatibus indirecte ꝓportionalitatis non ꝓponit demõstrãdũ ĩ numeris:sed eã demõstrabim⁹ infra sup.19.huius.Nec est necessariũ ut p̃demõstremus ĩ numeris qđ demõstratũ ẽ p.11. quinti de quãtitatib⁹ ĩ genere videlʒ si quotlibʒ ꝓportiões ĩ numerisfuerint vni eq̃les vel eedẽ ipsas eẽ sibi eq̃les vel easdẽ .hoc eni manifestũ ẽ per diffinitionẽ ut si.a.ad.c.⁊.e.ad.f.sit sicut.b.ad.d.erit tam.a.c.q̃ʒ.e.f.tota ps aut partes.quota vel quote.b.d.aut totiens continebit.a.c.⁊.e.f.quotiens.b.d.⁊ tota pars aut partes superfluent.c.in.a.⁊.f.in.e.quota vel quote. d.in.b. q: ergo quota pars aut ptes ẽ.a.c.tota vel tote est.e.f.aut quotiens.a.continet. c.totiens e.f.⁊ quota pars aut partes.c.superfluunt.in.a.tota vel tote.f.in.e.erit per diffi/nitionẽ.a.ad.c.sicut.e.ad.f.Sint igitur ut ꝓponitur numeri.a.b.e. ⁊ alij totidem c.d.f.sitqʒ.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.b.ad.e.sicut.d.ad.f.dico ꝙ erit in equa ꝓpor/tionalitate.a.ad.e.sicut.c.ad.f.erit eni per p̄missam.a.ad.c.sicut.b.ad.d. sed ⁊ b.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.a.ad.c.sicut.e.ad.f.igit̄ per eandẽ.a.ad.e.sicut.c.ad.f idẽ erit sumptis plurib⁹:sicqʒ cõstat ꝓpositũ.❡Qm̃ aũt euclides ceteras quatuor species ꝓportiõalitatis que sunt conuersa:coniũcta:disiuncta:euersa :non ꝓponit demonstrandas in numeris:cõuenies arbitramur eas quas auctor tanq̃ʒ facile de monstrabiles p̄termisit demonstrare: Primũ itaqʒ demonstrabimus conuersã:vt si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico ꝙ erit ecõuerso.b.ad.a.sicut.d.ad.c.si eni fuerit.a minor.b.tunc quoqʒ erit.c.minor.d.⁊ tota pars aut partes. a.b .quota vel quote c.d.quare per scđam ptem.11.erit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.si autem fuerit.a.maior.b. erit quoqʒ ⁊.c.maior.d.⁊ per primam partem.11.b.tota pars aut partes.a.quota vel quote.d.c.per diffinitionem igitur.b.ad.a.sicut.d.ad.c.



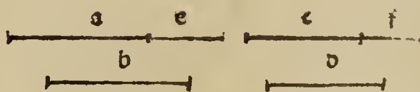


❡Disiunctam proportionalitatem ostendere. ❡Ut si sit.a.b.ad. b.si cut.c.d.ad.d.erit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit enim permutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b. ad.d.⁊ p.12.sicut.a.ad.c.q: ergo.a.ad.c.sicut.b.ad.d.erit p̄mutati.a. ad.b. sicut c.ad.d. ❡Coniuncte proportionalitati demonstrationem afferre ❡Ut si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit.a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d. erit eni p̄mutatim a.ad.c.sicut.b.ad.d.quare p.13..a.b.ad.c.d.sicut.b.ad.d.p̄mutatim igitur erit.a b.ad.b.sicut.c.d.ad.d. ❡Euersam proportionalitatem restat in nume ris stabilire. ❡Ut si sit.a.b.ad.b.sicut.c.d.ad.d.erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad c.erit eni p̄mutatim.a.b.ad.c.d.sicut.b.ad.d.q̃re p.12.sicut.a.ad.c. permutatim igitur erit.a.b.ad.a.sicut.c.d.ad.c.patet itaqʒ totum.Ex his quoqʒ leue ẽ demon strare ĩ numeris ꝙ euclides ꝓponit p penult̄.quĩti de quãtitatib⁹ ĩ genere videlʒ ꝙ



❡Si proportio primi ad scđm fuerit sicut tertij ad q̃rtũ quinti quoqʒ ad secundum sicut sexti ad quartum:erit proportio primi ⁊ quinti pa/riter acceptorum ad secundum sicut tertij ⁊ sexti ad quartum.

❡Ut si sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.itemqʒ.e. ad.b.sicut.f.ad.d.erunt.a.⁊.e. pariter accepti ad.b.sicut.c.ad.f.pariter accepti ad.d.erit enim per conuersam proportio nalitatem.b.ad.e.sicut.d.ad.f.quare per equam proportionalitatem.a.ad.e.sicut c.ad.f.ergo coniunctim.a.⁊.e.ad.e.sicut.c.⁊.f.ad.f itaqʒ per equã proportiona/litatem.a.⁊.e.ad.b.sicut.c.⁊.f.ad.d.quod est propositum. Eodemqʒ modo pro/babis ecõuerso .si sit.b.ad.a.sicut.d.ad.c.itẽqʒ.b.ad.e.sicut.d.ad.f.erit.b. ad.a. ⁊.e.sicut.d.ad.c.⁊.f.erit enim per conuersam proportionalitatẽ. a.ad.b. sicut.c ad.d.quare per equam.a.ad.c.sicut.c.ad.f.⁊ coniunctim.a.⁊.e.ad.e.sicut. c.⁊.f.

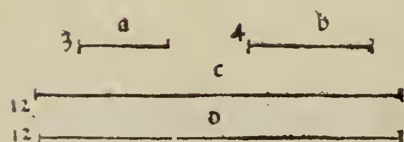


ad.f.igitur ecōuerſo.c.ad.a.⁊.c.ſicut.f.ad.c.⁊.f.per equā itaq̄ʒ proportionalita/tem erit. b.ad.a.⁊.c.ſicut.d.ad.c.⁊.f.qḋ erat ꝓpoſitū.Ex hoc quoq̄ʒ manifeſtū ē ꝙ ſi fuerit ꝓportio quotlibet numeroꝝ ad primū ſicut totidem alioꝝ ad ſcḋm.erit aggregati ex omnibus antecedentibus ad pimū: ad pmū ſicut aggregati ex oibus aītib⁹ad ſcḋm:ad ſcḋm.itēq̄ʒ ecōuerſo ſi fuerit ꝓportio pmi ad quotlibet numeros ſicut ſcḋi ad totidē alios:erit primi ad aggregatū ex oib⁹ ↄñtib⁹ ad ipſū:ſicut ſcḋi ad aggregatū ex oib⁹ ↄñtib⁹ ad ipſū. Propoſitio .16.



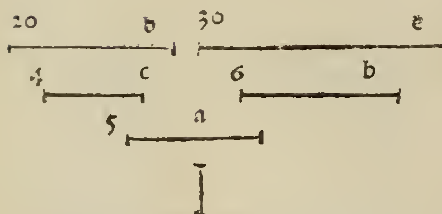
SI numeret vnitas aliquē numeꝝ quotiēs quilibet tertius aliquē quartū:erit quoq̄ʒ pmutatī ut quotiēs vnitas numerat tertium totiens ſecūdus numeret quartum.

¶ Ut ſi ſit vnitas ad.a.ſicut.b.ad.c.erit pmutatim vnitas ad. b.ſi/cut.a.ad.c.Non ſupfluit aūt hec demonſtrata pmutata ꝓportione: non eni ex illa pōt cōcludi qḋ hic proponitur.Nā illa demonſtrata eſt de.4.numeris ꝓportionalibus:vnitas vero nō eſt numerus p diffinitionē:hoc ergo mō pateat propoſitum.diuidat̄.a.p vnitates ⁊.c.ƀm quātitatem.b.eruntq̄ʒ per preſentem ypothe.tot ptes.a.quot.c.⁊ quia vnaq̄q̄ʒ partiū.a .eſt vnitas ⁊ vnaq̄q̄ʒ ptium.c. eſt equalis.b.erit ut quotiens vnitas in.b.totiens vnaq̄q̄ʒ ptiū.a.in ſua cōpari ex ptib⁹.c.p modū itaq̄ʒ demōſtratiōis.5.ſequet̄ totiens eſſe.a.in.c.quotiens vnitas in.b.qḋ eſt propoſitum. Propoſitio .17.



SI duorum numerorū vterq̄ʒ ducatur in alterum :qui inde producentur erunt equales.

¶ Sicut ſi ex.a.in.b.ꝓueniat.c.⁊ ex.b.in.a.ꝓueniat.d.erunt.c.⁊.d equales:cū eni.b.multiplicatus p.a.ꝓducat.c.erit p cōuerſionē diffinitionis.b.in.c.quotiens vnitas in.a.ergo p premiſſam erit.a.in.c. quotiens vnitas in.b.⁊ q̄ꝛ totiens eſt.a.etiā in.d.q̄ꝛ ex.b.in.a.fit.d.ſequitur ut totiēs ſit.a.ī.c.quotiēs in.d.p concept.igitur.c.⁊.d.ſunt ſimiles. Poſſumus quoq̄ʒ hanc concluſionem alio modo ꝓponere:ſi duoꝝ numeroꝝ vterq̄ʒ ducat̄ in alterū idē numerus vtrobiq̄ʒ ꝓueniet:vt ſi ex.a.in.b.ꝓueniat.c.idē etiā ex.b.in.a. pro/ueniet:q̄ꝛ eni ex.a.in.b.fit.c.erit ut prius p cōuerſionē diffinitionis.b.in.c.quoti/ens vnitas in.a.Et permutatim p premiſſam.a.in.c. quotiens vnitas in. b. quia igit̄.a.totiens ſibi coacerua⁊ in.c.quotiens in.b.eſt vnitas:ſequit̄ p diffinitionem ꝙ ex.b.in.a.fit.c. Propoſitio .18.



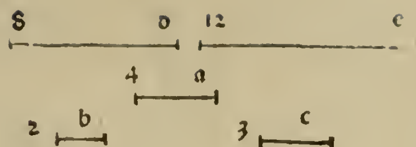
SI vnus numerus in duos ducatur:tantus erit duoꝝ inde productorum alter ad alterum:quantus duorum multiplicatorum alter ad alterum.

¶ Multiplicet.a.vtrūq̄ʒ duoꝝ nūeroꝝ.b.et.c.⁊ꝓueniāt.d.⁊.e.dico ꝙ erit ꝓportio.d.ad.e.ſicut.b.ad.c.ſequit̄ eni p cōuerſionē diffinitionis eius qḋ eſt multiplicari ut.b.in.d.⁊.c.in.e.ſit quotiens vnitas in.a. quare p diffinitionē ꝓportio.d.ad.b.ē ſicut.e.ad.c.equaliter eni eos continent. q̄ꝛ quo/tiens.a.vnitatē:ergo permutatim.d.ad.e.ſicut.b.ad.c.quod eſt propoſitum.

Propoſitio .19.

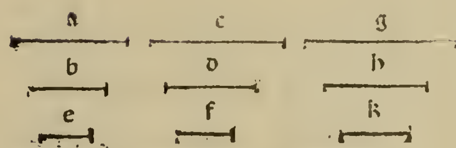
SI duo numeri vnum multiplicent:erit proportio duorū inde ꝓductoꝝ tanq̄ʒ duorum multiplicantium.

¶ Ex conuerſione antecedentis premiſſe concluditur hec eadē paſſio que in premiſſa:vt ſi vterq̄ʒ duoꝝ numeroꝝ.b.⁊.c. multiplicet.a.et



pueniant.d.⁊.c.erit.d.ad.c.sicut.b.ad c.erit eni p ante p̄missā ut ex.a.in.b.⁊.c. fiūt.d.⁊.c:q̄re p p̄missā.d.ad.e.sicut.b.ad.c.q̄ḋ ē ꝓpositū: ❡ Potes aūt q̄ḋ pro ponit p hanc ⁊ p̄missā de duobus numeris ad quotlibet numeros ampliare: q̄ si vnus multiplicet quotlibet erit ꝓductoꝝ ⁊ multiplicatoꝝ vna ꝓportio. Silr̄ quoq; si quotlibet multiplicēt vnū erit ꝓductoꝝ ⁊ multiplicantium vna ꝓportio q̄ḋ p hāc ⁊ p̄missā quotiens oportuerit repetitas facile ꝓbabis. Hic aūt ut supra polliciti sumus demōstrare volumus equā ꝓportionalitatē in quotlibet numeris duoꝝ ordinū indirecte ꝓportionalitatis quā demōstrat euclides p.23.quinti i quantitatibus in genere: dicim⁹ igitur quoniā.

❡ Si quotlibet numeri totidē alijs fuerint indirecte proportionales extremi quoq; in eadem ꝓportione proportionales erunt.

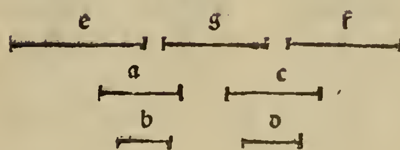


❡ Ut si sit.a.ad.b.sicut.d.ad.f.⁊.b.ad.c.sicut.c.ad.d.erit.a. ad.c. sicut.e. ad.f. ducatur eni.c.in.d.⁊.f.⁊ proueniant.g.⁊.h.eritq; per p̄missam.g.ad.h. sicut.d ad.f.quare ⁊ sicut.a.ad.b.ducat̄.itē.f.in.d.⁊ ꝓueniat.k.eritq; per hanc. 19.g.ad k.sicut.c.ad. f.⁊ q: ex.f.in.d.fit.k. fiet idem ecōuerso p.10.ex.d. in.f. quia igit̄ ex c.⁊.d.in.f.fiunt.h.⁊.k.erit p hanc.19.h.ad.k.sicut.c.ad.d.quare sicut. b.ad.c .et q: iam ostensum est q̄ ē.g.ad.h.sicut.a.ad.b.erit p.15.a.ad.c.sicut.g.ad.k.sed sic erat etiam.c.ad.f.est igitur.a.ad.c.sicut.c.ad.f.quod est propositum. Idem probabis si fuerint in vtroq; ordine numeri plures tribus queadmodum probatur in 23.quinti de quantitatib⁹ plurib⁹ trib⁹.

Propositio .20.



SI fuerint quatuor numeri proportiōales q̄ḋ ex ductu primi in vltimū ꝓducetur equū erit ei q̄ḋ ex ductu secundi in tertiū. Si vero q̄ḋ ex primo i vltimū ꝓducet̄ equū ē ei q̄ḋ ex secundo in tertiū: illi quatuor numeri sūt ꝓportiōales.



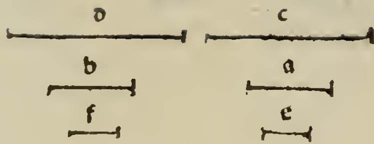
❡ Quod proposuit euclides per.15.sexti de quatuor lineis ꝓportionalibus: ꝓponit hic de quatuor numeris ꝓportionalibus. verbi gratia. Sit ꝓportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.fiatq; ex.a.in.d.e.⁊ ex.b.in.c.f.dico q̄.e.⁊.f.sunt equales econuerso: ducatur enim.a.in.b.⁊ fiat.g.eritq; per.18.g.ad.e.sicut.b.ad.d. et q: per.17.ex.b.in.a.fit.g.⁊ ex codē.b.i.c.f.erit p.18.g.ad.f.sicut.a.ad.c.sed p.14. est.a.ad.c.sicut.b.ad.d.ergo erit.g.ad.f.sicut.g.ad.e.eq̄les igit̄ sūt.f. ⁊.e. q̄ḋ est p̄mū. Nec oportet p̄demōstrare si vni⁹ numeri ad duos sit vna ꝓportio q̄ ipsi sūt eq̄les: aut si ipsi sūt eq̄les q̄ vni⁹ ad ipsos sit vna ꝓportio. Si enim est vna proportio.g.ad.e.⁊ ad.f.aut ipse erit tota pars vel partes.e. quota vel quote idem est.f.⁊ tunc per conceptionem patet.e.⁊.f.esse eq̄les: aut totiens.g. continebit.e. quotiens.f.⁊ superfluent in eo tota pars vel partes.e. quota vel quote in eodem superfluent .f.⁊ tūc etiam per conceptionē patet eos esse equales. Q̄ḋ si ipsi fuerint equales patet per conceptionē q̄ aut.g.erit tota pars vel partes.e.quota vel quote.f.⁊ tunc per diffinitionem erit ipsius.g.ad vtrumq; eorum proportio vna: aut equaliter continebit vtrunq; cum superfluitate similium ⁊ tot numero partium: ⁊ tunc etiam per diffinitionem erit eius ad vtrunq; proportio vna. ❡ Secundū sic patet: sit.e.productus ex.a.in.d.equalis.f.ꝓducto ex.b.in.c.dico q̄ ꝓportio.a.ad.b.est sicut.c.ad.d.⁊ est hec conuersa prime partis. Sit enim vt prius

g.qui fit ex.a.in.b.ꝛ quia.c.ꝛ.f.sunt eq̃les.erit.g.ad vtrũq; eorum proportio vna ꝛ quia vt prius per.18.g.ad.f.sicut.a.ad.c.ꝛ ad.c.sicut.b.ad.e.erit.a.ad.c.sicut.b ad.d.quare permutatim.a.ad.b.sicut.c.ad.d. Non proponit autem euclides de tribus numeris continue proportionalibus ꝙ ille qui ex ductu primi in tertium p/ ducitur sit equalis quadrato medij. Et si ille qui ex primo in tertium producit̃ fue/ rit equalis quadrato medij: ꝙ illi tres numeri sint continue proportionales sicut proponit in.16.sexti de tribus lineis. hoc eni facile demonstratur per hanc.20. me dio illorum trium numerorum equali assumpto: quemadmodum in sexto de tribus lineis probatur per quatuor assumpta quatuor equali medie.

Propositio 21.

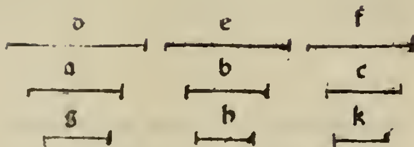

Numeri secundum qualibet proportionem minimi: nume/ rant quoslibet in eadem proportione minor minorem et maior maiorem equaliter.

¶ Sint. a.ꝛ. b. minimi numeri in sua proportione. sitq; c. ad. d. sicut. a. ad. b. dico ꝙ. a. numerat. c.ꝛ. b. d. equaliter. Cum sit enim a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit permutatim. a. ad. c. sicut. b. ad. d. erit igitur. a. c. to/ ta pars vel partes quota vel quote. b. d. si itaq; fuerit pars constat propositum: At si partes sit. c. vna partium. a.ꝛ. f. vna partium. b. ꝛ quia tota pars est. e. c. per ypothe. quota. f. d. erit per diffinitionem proportio. e. ad. c. sicut. f. ad. d. quare p/ mutatim. e. ad. f. sicut. c. ad. d. quare etiam sicut. a. ad. b. non sunt itaq;. a.ꝛ. b. mi/ nimi sue proportionis: quod est contrarium positis. Similiter quoq;



¶ Quotlibet numeri siue in eadem proportione siue in diuersis mini mi numerant omnes in eadem proportione quisq; suum correlatiuũ equaliter.

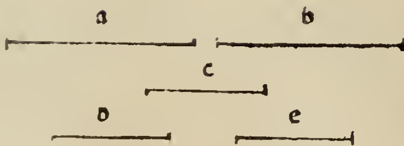
¶ Ut si sint. a. b. c. minimi in eadem proportione vel in diuersis: sintq; in eadem vel eisdem. d. e. f. ita ꝙ sit. d. ad. e. vt. a. ad. b.ꝛ. e. ad. f. vt. b. ad. c. dico ꝙ. a. nume rat. d.ꝛ. b. e.ꝛ. c. f. equaliter: quia enim est. a. ad. b. vt. d. ad. e. erit permutati. a. ad d. vt. b. ad. e. et quia. b. ad. c. ut. e. ad. f. erit etiam permutatim. b. ad. e. ut. c. ad. f. quare. b. ad. e.ꝛ. c. ad. f. sicut. a. ad. d. ꝛ quia. a. b. c. sunt minores. d. e. f. erit. b. e.ꝛ c. f. tota pars aut partes. quota est. a. d. Si itaq; pars constat propositũ. At si par tes sit. g. vna partium. a.ꝛ. b. vna partium. b.ꝛ. k. vna. c. eritq; per presenté ypo/ the. tota pars. b. e.ꝛ. k. f. quota. g. d. quare per diffinitioné. b. ad. e.ꝛ. k. ad. f. sicut g. ad. d. permutatim igitur erit. g. ad. b. vt. d. ad. e.ꝛ. b. ad. k. vt. e. ad. f. quare. g. ad. b. ut. a. ad. b.ꝛ. b. ad. k. vt. b. ad. c. quia ergo. g. b. k. sunt minores. a. b. c.ꝛ i ea dem proportione sequitur contrarium positi.



Propositio .22

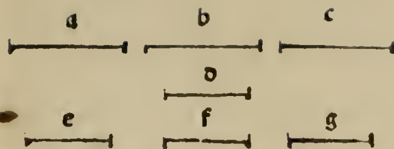

Si fuerint duo numeri secundum suam proportionem minimi: ipsi erunt adinuicem primi.

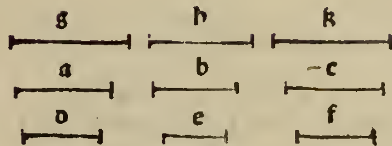
¶ Sint duo numeri. a.ꝛ. b. secundum suã proportionem minimi. dico ꝙ ipsi sunt contra se primi. Si enim nõ numeret eos. c. sint. d.ꝛ. e. erit q; per. 18. d. ad. e. sicut. a. ad. b. ꝛ quia. d.ꝛ. e. sũt minores. a.ꝛ. b. se/ quitur. a.ꝛ. b. non esse sue proportionis minimos: qđ ẽ ꝯtrariũ positioni. Similiter quoq;



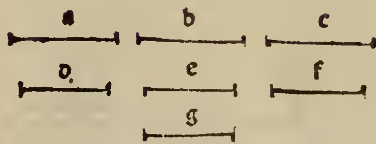
¶ Si fuerint quotlibet numeri in continuatione suarum proportionum

siue eadē siue diuerse fuerint mīmi.nullus numerus numerabit oēs.
¶ Ut si sint.a.b.c.minimi in ꝯtinuatione suaꝝ proportionū: dico ꝙ nullus numerabit omnes. Sin autem numeret eos.d.a.quidē.ſm. e.b .vero ſm. f.&.c. ſm.g. eritq; p.18..e.ad.f.ſicut.a.ad.b.&.f.ad.g.ſicut.b.ad.c.q: ergo.e.f.g.ſūt minores a.b.c.& ſm ꝓportionē eorum nō erunt.a.b.c.quales positi sunt: quod ē inconueniens. ¶ Quāq; autē nullus numeret.a.b.c.ſi fuerint minimi: potest tamē esse ut quoslibet duos ex eis numeret vnus: ducto etenim quolibet numero in aliquē ad se primū ac vtroq; coꝝ in aliquē tertiū ad vtrunq; primū: prouenient tres numeri quoꝝ quiq; duo erunt cōpositi. Nullꝰ tamē numerabit oēs. Sint eni.a.b.c.tres numeri quoꝝ quisq; ſit primus ad alios: ducatq;.a.in.b. &.c.& proueniat. d.&.e. itemq;.b.in.c.& ꝓueniat.f.dico quosq; duos ex.d.e.f.esse adinuicem compositos tamē nullus numerabit omnes duos quosq; p; esse cōpositos.a.enim numerat.d &.e.b.vero.d.&.f.&.c.e.&.f. Qd autē nullus numeret oēs: patebit prius demōstrato ꝙ.a.est maximus numerans.d.&.e.b.quoq; maximꝰ numerās.d.&.f.&.c.maximus numerās.e.&.f.hoc aūt ſic cōstat: ſi eni.a.nō ē maximꝰ numerās.d.&.e .ſit itaq;.g.numeretq;.d.ſm.b.&.e.ſm.k.eritq; p ſcdam ptē.20.a.ad.g.ſicut.b.ad.b itemq; p eadē.a.ad.g.ſicut.k.ad.c.q: ergo.a.est minor.g.erit.b.minor.b.&.k.minor.c.& q: b.ad.k.ſicut.b.ad.c.vtraq; eni ē ſicut.d.ad.e.p .18.bis assumptā.ſunt autē:b.&.k.minores.b.&.c.erit p imediate ſequētē & per hāc ypoth. ꝙ. b.&.c.ſint ꝯtra ſe primi reperire minimis minores: qd q: ē impossibile: erit.a.maximꝰ numerās.d.&.e. Eodēq; mō ꝓbabitᷣ ꝙ.b.ſit maximus numerās.d.&.f.&. c.maximꝰ numerās.e.&.f.ſiquis ergo numerat.d.e.f.p corelᷣ. ſcde ter assūptū ipse numerabit a.b.c.ſed quisq; eoꝝ primus erat ad reliquos. Accidit igiᷣ impossibile. Silᷣr quoq;



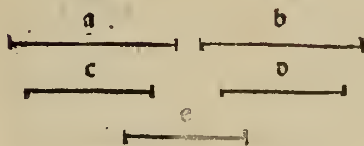


¶ Quotlibet numeri quos vnus nō numerat ſcdm cōtinuationē suaꝝ ꝓportionū ſunt minimi. ¶ Ut ſi ſint.a.b.c.quilibet numeri quos oēs nullus numerat.dico ꝙ ipsi ſunt in continuatione suaꝝ ꝓportionū minimi. Alioquin ſint minimi.d.e.f.qui p.21.numerabunt.a.b.c.quisq; ſuū relatiuum equaliter .ſit ergo vt ſcdm.g.eritq; per.17.vt viceuersa.g.numeret.a.b.c.ſcdm.d.e.f. quare accidit ꝯtrium positioni.



Propositio .23.

Quilibet numeri ꝯtra ſe primi ſūt ſm ſuā ꝓportōem mīmi.
¶ Hec ē cōuersa pmisse vt ſi duo numeri ſint.a.&.b.ꝯtra ſe pmi: ipsi erūt ſm ſuā ꝓportionē minimi: ſin aūt ſunt minimi i eadē ꝓportiōe ſi possibile ē.c.&.d.cōstat itaq; p.21.ꝙ.c .numerat.a.&.d.b. eqliter ſit igitur vt ſcdm.e.erit per.17.vt viceuersa.e.numerat.a.&.b.a.quidem ſecūdū.c.&.b.ſcdm.d.non ſunt igiᷣ.a.&.b.ꝯ ſe pmi qd ē ꝯ ypoth.

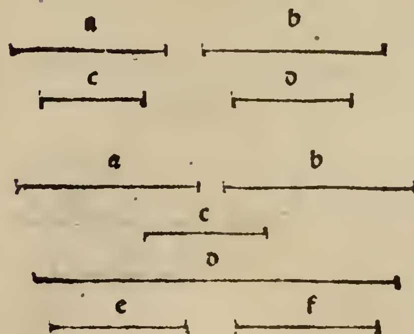


Propositio .24.

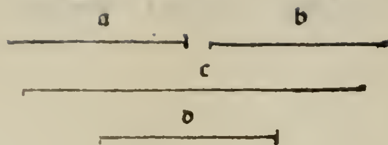
Si fuerint duo numeri cōtra ſe primi.ſi quis vnū eoꝝ numeret ad alterū eē primus necessario comprobatur.
¶ Sit.a.&.b.ꝯ ſe pmi.c.vero numeret.a.dico ꝙ.c.pmꝰ ē ad.b.alioqui nūeret eos.d.q̄ p penulᷣ.ꝯcept.nūerabit etiā.a. nō ſūt ḡ.a.&.b. ꝯ ſe pmi.d.eni numerat ābos.

Propositio .25.

Si fuerint duo numeri ad aliū quēlibet primi qui ex ductu vnius in alterū ꝓducetur.ad eundem erit primus.
¶ Sit vterq; duoꝝ numeroꝝ.a.&.b.primus ad.c.& ex.a.in. b. ſit.d dico ꝙ.d.est primus ad.c.aliter eni numeraret eos.e. d.qdā ſm.f.



critq; p scdam ptē.20.a.ad.c.sicut.f.ad.b.⁊ q2.a.⁊.c.sūt pmi ⁊.e.numerat.c.ipse erit p.24.primus ad.a.q̄re p.23.a.⁊.e.sunt scdm suā ꝓportionē minimi: sequit̃ ergo p.21.ut.c.numeret.b.⁊ q2 positū ē ꝙ ipse numeret.e.nō erunt.b.⁊.c. ꝯ se pmi: qd est contra ypotbe.



Propositio 26.



I fuerint duo numeri contra se primi qui ex vno eorū in se ipsum producitur ad reliquum est primus.

¶Sint cōtra se primi .a.⁊.b.⁊ ex.a.in se fiat.c.dico ꝙ.c.primus est ad.b.sit enim.d.equalis.a.eritq;.d.primus ad.b.⁊ ex.a.in.d.fiet.c per premissam igitur patet.c.primū esse ad.b.qd proposuimus.

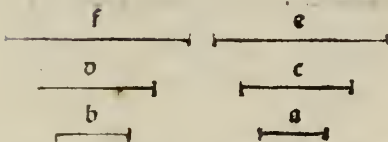
Propositio .27.

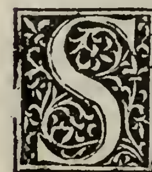


I duobus numeris ad alios duos cōpatis vterq; ad vtrū q; fuerit primus qui ex duobus prioribus ad eum qui ex duobus posterioribus producetur erit primus.

¶Sint.a.⁊.b.priores.c.⁊.d.posteriores:sitq; vterq; duoꝝ.a.⁊.b.primus ad vtrūq; duoꝝ.c.⁊.d.⁊ ex.a.in.b.sit.e.⁊ ex.c.in.d.f.dico ꝙ e primus est ad.f.hoc aūt.25.ter assumpta euidenter concludit:cū eni fiat.e.ex.a. i.b.quorum vterq; primus est ad.c.⁊ ad.d.erit per ipsam.e.primus ad.c.⁊ item p ipsam primus ad.d.quia item.f.fit.ex.c.in.d.quoꝝ vterq; prim⁹ est ad.d.erit rur sus per ipsam.f.primus ad.e.qd ē ꝓpositū.

Propositio .28.





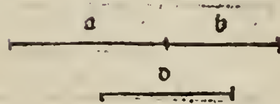
I fuerint duo numeri contra se primi ducaturq; eorum vterq; i seipsum: erunt inde producti cōtra se primi. Itē q; si in vtrūq; productoꝝ suum ducatur principium: erūt quoq; producti contra se primi.

¶Sint.a.⁊.b.cōtra se primi:ducat̃q; vterq; in se:⁊ proueniant ex.a quidem.c.ex.b.vero.d.itēq; ducat̃.a.in.c.⁊ proueniat.e.⁊.b.in.d.⁊ proueniat.f. dico.c.⁊.d.esse contra se primos:itemq;.e.⁊.f.contra se primos:est enim per.26. c.primus ad.b.per eandē igitur erit.d.primus ad.a.⁊ ad.c.sicq; constat primum qd ē.c.⁊.d.esse contra se primos.¶Reliquum sic:est eni vterq; duoꝝ numerorum a.⁊.c.primus ad vtrūq; duoꝝ.b.⁊.d.itaq; per.27.erit.c.primus ad.f.qd est reli quum.Non solum autem erit.c.primus ad.f.sed etiā per.25.ad.b.⁊ ad.d. itemq; per eandē.f.ad.a.⁊.c.sicq; si infinities duceret vtrūq; productoꝝ in suum princi pium essent omnes producti contra se primi:⁊ non solum sed quilibet eductus ab a.ad quemlibet eductum.a.b.

Propositio .29.



I fuerint duo numeri contra se primi:qui ex ambobus co aceruatur ad vtrūq; eorū erit primus.Si vero ex ambo bus coaceruatus ad vtrūq; eorū fuerit prim⁹ duo quoq; numeri adinuicem erunt primi.



¶Sint .a.⁊.b.cōtra se primi:dico ꝙ ex eis cōpositus.a.b.ad vtrū q; eorū erit prim⁹ ⁊ ecōuerso.nā si.d.numerat totū.a.b.⁊ alteꝝ eoꝝ numerabit p cōes sciaz ⁊ reliquū.q̄re nō erūt ꝯ se pmi:s; hoc positū fuerat:p; ergo pmū.Scdm sic:sit.a.b .prim⁹ ad vtrūq; suoꝝ componentium qui sunt. a.⁊.b. dico ꝙ.a.⁊.b.

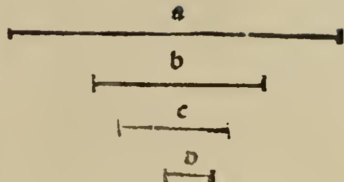
sunt ↄtra se primi: posito enim q d. numeret vtrūq; duorum numerorum. a. et. b. sequitur per cōem sciam q etiā numeret. a. b. ex eis cōpositum: quare ad neutrum duorum numerorum. a. et. b. erit. a. b. primus: sed positum erat q esset ad vtrūq;. Accidit igitur impossibile. Eodē quoq; mō si coaceruatus ex duobus primus fuerit ad alterum: primus quoq; erit ad reliquū. ideoq; et coaceruati inter se: sit enim cōpositus ex. a. et. b. primus ad. a. dico q erit etiā primus ad. b. alioquin numeret eos. d qui per cōceptionē numerabit et. a. cum numeret totum et detractum: hoc autē inconueniens erat enim compositus ex. a. et. b. primus ad. a.

Propositio .30.



Omnis numerus cōpositus ab aliquo primo numeratur.

Sit. a. quilibet numerus cōpositus: dico q aliquis prim⁹ numerat ipsū: qr enī est cōpositus numerabit̄ ab aliquo numero qui sit. b. qui si fuerit primus verū erit qd dicit̄. si aūt cōpositus sit. c. qui numerat eum: qui etiā per cōem sciam numerabit. a. si ergo vel ipse fuerit primus constat qd dicit̄. At si cōpositus necessario numerabit eū. alius qui sit. d. qui etiā per cōem sciam numerabit. a. de quo rōcinare vt prius: qr ergo quotiens occurrit cōpositus necesse est minorem assumere qui cōpositum occurrentē numeret sequitur ut tandē deueniatur ad aliquē primū: alioquin accidet impossibile et contrarium petitioni numerum in infinitum decrescere.



Propositio .31.



Omnis numerus aut ē primus aut a primo numeratur.

Sit. a. quilibet numerus: dico ipsum esse primū vel numerari a primo. quia si non est primus erit cōpositus: quilibet autē talis ab aliquo primo numeratur per premissam. a. igitur vel primus est vel a primo numeratur: quod proponitur.

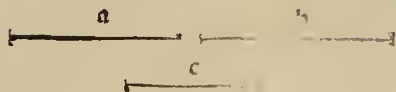


Propositio .32.

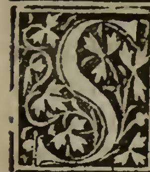


Omnis numer⁹ primus ad omnē quē nō numerat ē prim⁹.

Sit. a. numerus primus non numerās. b. dico q. a. et. b. sūt cōtra se primi. si enī. c. numerat eos nō est verū q. a. sit primus.

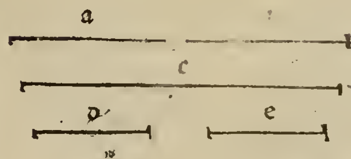


Propositio .33.



Si numer⁹ ex duob⁹ ꝓduct⁹ ab aliquo primo numeretur necesse est eundem primū alterum illorum duorum numerare.

Sit. c. productus ex. a. in. b. et sit. d. numerus primus qui ponatur numerare. c. dico q. d. numerat. a. vel. b. numeret enī. c. ꝯm. e. si ergo nō numerat. a. erit primus ad ipsū ꝑ premissam: et iō erūt ꝯm suā ꝓportionē minimi p. 23. et qr. a. ad. d. sicut. e. ad. b. ꝑ scdam ptē. 20. sequit̄ ut. d. numeret. b. p. 21. qd est propositū. Vñ manifestū ē q si aliquis numerus numerat ꝓductū ex duobus vel si eidē fuerit cōmēsurabilis cōmēsurabilis quoq; erit alteri eorum.

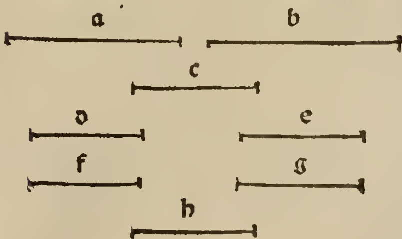


Propositio .34.

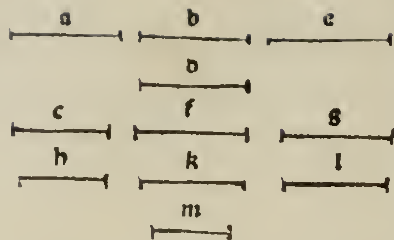


Numerus ꝯm ꝓportionē nūerorum assignatorum minimos inuenire. Unde manifestū ē maximū numerum duos cōiter numerantē ꝯm minimos illius ꝓportionis eos numerare

Sint. a. et. b. numeri propositi ꝯm quorum proportionē volumus inuenire mimos. si ḡ fuerit ꝯ se p̄mi sūt q̄les inq̄rim⁹ p. 23. si aūt cōpositi sumat̄: vt docet scda maxim⁹ eos cōiter numerās q̄ sit. c. numeretq; eos ꝯm



d.⁊.e.eruntq; in eadē ꝓportione p.18.quos dico ee q̄les q̄rim⁹.Sint autē sint.f.⁊ g.q̄ p.21.numerabūt.a.⁊.b.eq̄liter:sit igit̄ ut ꝑm.b.eritq; p scd̄am ptē.20.c.ad.b sicut.f.ad.d.vel sicut.g.ad.e.quare.c.ē minor.b.itaq; cū.b.numeret.a.⁊.b.non fuit.c.maxim⁹ eos numerās sed erat positū q̄ sic.ergo ⁊c.Silr̄ quoq; possum⁹.



¶ Numeros ꝑm continuitatem proportionum numeroꝝ assignatoꝝ minimos repire. Unde etiā manifestū ē maximū numeꝝ quotlibet cōmuniter numerātē ꝑm minimos proportionū eorum eos numerare.

¶ Ut si sint.a.b.c.ꝑm quoꝝ proportiones volumus minimos inuenire siue fuerit in eadem ꝓportione siue in diuersis: siue nullus numerus numerat eos oīs: ipsi sunt quos querimus per.23.hoc enim ibi demonstratū est. Si autem vnus numerat oīs:sumat̄ ut docet tertia:maximus eos cōiter numerans qui sit.d.numeret q; eos ꝑm.e.f.g.qui erunt in eadē ꝓportione per.18.dico eos esse quos querimus alioquin sint.h.k.l.qui per.21.numerabunt.a.b.c.equaliter:sit ut ꝑm.m.eritq; p scd̄am ptem.20.d.ad.m.ut.h.ad.e.vel.k.ad.f.vel.l.ad.g.Minor est igitur.d.q̄; m.quare cū.m.numeret.a.b.c.nō fuit.d.maximus eos numerans:quare sequitur impossibile:fuit eni.d.maximus numerans.a.b.c.

Propositio .35.



Quilibet duo numeri minimos numeros sue ꝓportionis maior minorē ⁊ minor maiorē multiplicantes minimum ab ipsis numeratum producūt. Unde manifestum ē minimū quē duo numerāt quēlib; ab eis numeratū numerare

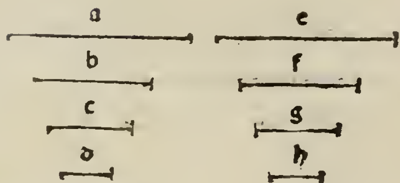
¶ Sint duo numeri.a.⁊.b.minimiq; in eoꝝ ꝓportiōe.c.⁊.d.eritq; per primā ptē.20.vt ex.a.in.d.⁊.b.in.c.fiat idem numerus.qui sit.e.quē dico esse minimū numeratū ab.a.⁊.b.aliter eni sit.f.quē numeret.a.⁊.b.ꝑm.g.⁊.h.eritq; p scd̄am partē.20.h.ad.g.sicut.a.ad.b.⁊ sicut.c.ad.d.⁊ per.18.erit.c.ad.h.sicut.e.ad.f.cū itaq; p.21.c.nūeret.h.e.nūerabit.f.maior minorē:q̄ ergo hoc ē ipossibile cōstat veꝝ eē qd̄ dicit̄.

Propositio .36.

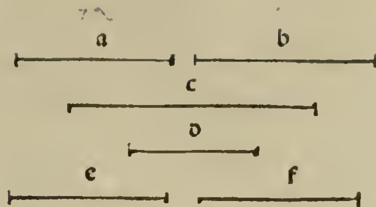


Propositis quotlibet numeris minimū ab eis numeratū repire. Manifestū etiā ex hoc ē minimum numeꝝ quem quotlibet numerāt quēlibet ab eis numeratū numerare.

¶ Sint ꝓpositi numeri.a.b.c.d.volo inuenire mimū numeꝝ numeratū ab eis. Inuenio itaq; primo minimū numeratū ab.a.⁊.b.q̄ si.a numerat.b.nō erit ali⁹ q̄;.b.si autē nō numerat eū nec econuerso:si ipsi sunt ɔtra se pmi qui ex vno in alterū ꝓuenit erit minimus per.23.⁊ pmissam.Qd̄ si sunt cōicantes:sumant̄ minimi in coꝝ ꝓportione:vt docet.34.⁊ maior in minorē eorum multiplicato ꝓueniat.e.qui erit minimus numeratus ab eis per pmissam.Simili quoq; modo inueniat̄ minimus numerat⁹ ab.e.⁊.c.qui sit.f.eritq;.f.minimus numeratus ab.a.b.c.sed ⁊ minimus quē numerant.f.⁊.d.sit.g.eritq;.g.minimus quē numerant numeri ꝓpositi:qd̄ eni omnes ipsū numerent:patet per cōceptionē sed si nō ē minimus ponat̄ ergo.h.quē q̄ numerat.a.⁊.b.numerabit etiā ipsū.e per correl̄.pmisse.e.p idē quoq; correl̄.numerabit ipsū.f.sed ⁊.g.maior itaq; nūerat minorē qd̄ est impossibile.hec ⁊ pmissa ꝓponunt̄ i alio loco sub trib⁹ conclusiōib⁹ quaꝝ prima equiualet pmisse:secūda componit̄ ex correlarijs ambobus:tertia ꝓponit de tribus qd̄ hec de quotlibet numeris.Est itaq; prima.

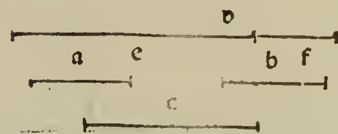


¶ Datis duobus numeris minimum ab eis numeratum inuenire.



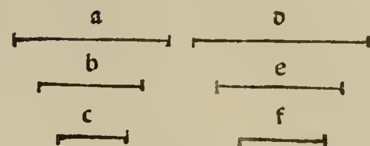
¶ Dati numeri sint.a.&.b.quorū minor si numerat maiorem est maior quē queri/mus. alioquin maior corum numeraret minorem se. Si autē neuter neutrū numeret si ipsi sunt contra se primi.erit qui ex.a.in.b.puenit qui sit.c. minimus omnium quē numerat.a.&.b. Nam si minorem eo numerauerint esto.d. quē numerent ƀm c.&.f.eritq3 per scdam partem.20.a.ad.b.sicut.f.ad.e.& quia.a.&.b. sunt sue pro/portionis minimi per.23.numerabit.a.f.per.21.& quia per.18.est.c.ad.d. sicut.a. ad.f. Nam ex.b.in.a.&.f.fiunt.c.&.d.sequitur.c.numerare.d.sed erat.d. minor.c quare impossibile. Si autem.a.&.b.sint cōicantes: negociare propositū ut in.35. secunda trium conclusionum ex ambobus concl.est confecta.

¶ Si plures numeri numerum vnum numerent: necesse est vt minimus quē numerant eundē numerum numeret.



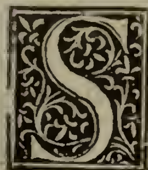
¶ Ut si sit quilibet numerus quē numerat.a.&.b.d.minimusq3 ab eisdem nume/ratus.c.erit ut.c.numeret.d.cū eni sit.d. maior.c. si.c.nō numerat ipsū. numera bit tamē aliquid eius: sitq3 plurimū qd numerat.c.& residuū sit.f. eritq3.f.minus c.quia igitur.a.&.b.numerant.c.numerabunt per cōem scientiā3 &.e. sed numera bunt.d.itaq3 per aliā cōmunem sciam numerabunt.f. incōueniens ergo sequit̄ q c.nō fuit minimus quē numerant.a.&.b. ¶ Idem cōuinces & eodē mō de quolibet numerato a quotlibet pluribus.s. q minim⁹ ab illis quotlibet pluribus numera/tus eundem numeret: vltima triū cōclusionū ē.

¶ Propositis tribus numeris: minimū numerorum ab eis numerato/rum inuenire:

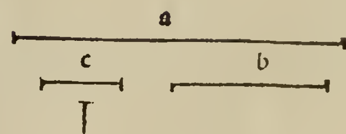


¶ Tres numeri ppositi sint.a.b.c.minimusq3 quē numerant.a.&.b.sit. d. qui su/metur ut prima trium conclusionū docet. Si igitur.c.numerat.d.scito .d. esse quē querim⁹. Si eni.a.b.c.minorem eo numerant: sit eni.e.quē per pmissam conclusio nē numerabit.d.qd est impossibile. Si autem.d.non numerat.c.sumatur.e.mini/mus numeratus ab eis. q autem.e.numeret̄ ab.a.b.c.patet q2.c. numerat ipsum &.d.similiter: ergo &.a.b.qui numerant.d.quare.c.numerabitur ab.a.b.c.eritq3.c minimus quē numerāt.a.b.c. Sin autem sit.f.quē per premissam conclusionē nu/merabit.d.sed.c.numerat. f. quia. a.b.c. numerant eum: quare. c.d. numerabut eum: quare per premissam.e.numerabit eum & est maior eo sed &.e.maior minorē qd nō esse potest. Idem inuenies & eodē modo quotlibet propositis.

Propositio .37.



SI numerus aliquis aliū numerum numeret: erit in nume/rato pars a numerante denominata.

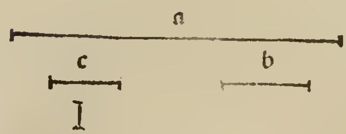


¶ huius sensus est q oīs numer⁹ numerat⁹ a ternario habet tertiā3 & numerat⁹ a quinario h3 quintā. sicq3 de ceteris: vt si.b.numeret.a. erit in.a.ps denominata a.b.numeret enī3 ipsū quotiens vnitas in c.eritq3 per.16.vt.c.quoq3 totiens numeret.a.quotiens vnitas i.b.quare tota ps est.c.a.quotta vnitas.b.& q2 vnitas est pars omnis numeri ab ipso denominata per cōmunem sciam: erit.c.pars.a.denominata a.b.quod est propositum.

Propositio .38.



SI numerus aliquis partē quotācunq3 habeat numerabit ipsum numerus ad illam partem dictus.



¶ hec est cōuersa premisse cuius est intentio: q oīs nūerus hñs ter/tiā numerat̄ a ternario: & hñs quitā a quario: sicq3 de ceteris vt si.b sit ps.a.denoīata a.c.seq̄t̄ ut.c.nūer3.a.q2 ci.b.ē ps.a.denoīata a.c

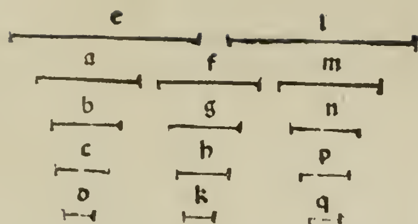
sed z vnitas est pars.c.denominata ab ipso p cōcep.sequitur ut quotiens vnitas numerat.c.totiens.b.numerat.a.itaqз per.16.quotiens vnitas.b .totiens.c. numerat.a.q̄re cōstat ꝓpositū.❡ Aliter idē: cū sit.b.pars.a.si tota vnitas.c.eritqз per hanc cōmunem sciam vnitatem esse partem omnis numeri ab ipso denominatam.c.denoīans.b.in.a.z quia est.b.in.a.quotiens vnitas in.c .euidēter sequitur propositum p.16.

Propositio .39.



Numerum minimum propositarum denominationum habentem partes inuenire Exquo manifestum ē ꝙ minim⁹ numerus numeratus a quotlibet ē minimus habens partes denominatas ab ipsis.

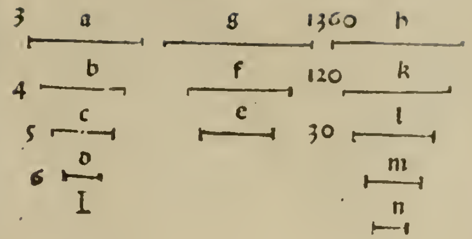
❡Sint.a.b.c.d.denominantes partes ꝓpositas.z.e.minimus numeratus ab eis sūptū ſm.36.ipsū.c.dico esse quē querimus.Sint enī ſmquos numerant ipsum.f.g.b.k.eritqз per.16.z hanc cōmunem scientiam:vnitas est pars omnis numeri ab ipso dicta:vt viceuersa.f.g.b.k.numerent.e.ſ.n.a.b.c.d.quare sunt partes eius ab illis dicte.est igitur.e.habens partes propositarum denominationū. Minimus etiā qm̄ si alter fuerit vt.l.sint p̄tes.l.dicte ab eis.m.n.p.q. eruntqз per.16.z predictam cōem scientiam.a.b.c.d.viceuersa p̄tes.l.dicte ab.m. n.p.q.quare nō erat.e.minim⁹ quē numerāt.a.b.c.d.qđ est incōueniē.❡Habito minimo:si cura est habere scđm .aut quotūcūqз libet:si scđm qđ sume duplū minimi:si tertium triplum:z ad hunc modū in alijs.Cum enim omnis multiplex e.numeretur ab.a.b.c.d.per hanc cōem scientiam: Omnis numerus numerans alium numerat omnem numeratū ab illo necesse est per.37.vt omnis multiplex.e.habeat partes denominatas ab.a.b.c.d.si itaqз duplus.e .nō fuerit scđs habens p̄tes ꝓpositarū denoiationū: erit ali⁹ quē sicut sequit᷑ eē maiorē.e.sic sequit᷑ eē minorē duplo:z qz illum numerant.a.b.c.d.per.38.sequitur per concl.36.ꝙ.e. numeret eundē qđ est impossibile.cum enim numeret se.numeraret p hanc cōmunem sciaз omnis numerus numerās totū z detractum:numerat residuū:differentiam illius ad se.que cum sit minor se:maior numerus numeraret minorem qđ esse non potest sequitur itaqз duplum.e.esse ſm numerū habentē propositarum denominationū partes.❡Similit̄ quoqз argues triplū.e.esse tertiū probato duplo esse scđm.alioquin quia esset triplo minor.z dupl lo maior.sequeretur.e.numerare aliq̄з iter ipsius duplum z triplum.qđ ut prius patз esse impossibile:probato aūt tripl lo esse tertium ad huius similitudinem probabis quadruplum esse quartum:z sic in ceteris.



❡Minimū numerum habentem partes propositarum denominationum sumptarum continue reperire.

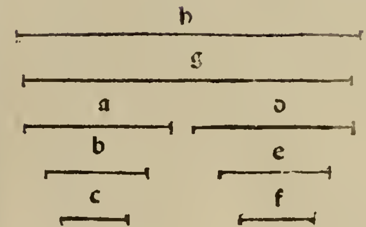
❡Ut minimum numeꝶ habentē tertiā que tertia habeat quartam:que etiā quarta habeat quintā:aut septimā:aut qualitercūqз contingat eas ab eisdem vel diuersis denominari.Multiplicari oportet denominatorē prime partis in denominatorē scđe:z ex eis ꝓductum in denominatorē tertie:ꝓductum quoqз i denominatorē quarte.sicqз de ceteris vsqз ad vltimam. a prima vel vsqз ad primā ab vltima z qui prouenerit erit qui inquirit᷑ vt in ꝓposito.60.vel.84.❡Hoc autē ita esse demonstratiue sic habeto. Sint numeri p̄tes ꝓpositas denoiantes.a.b.c.d.volum⁹ inuenire minimū numerum qui habeat partem denominatam ab.a. ita ꝙ illa pз habeat partē denominatā a.b.z illa aliā denominatā a.c. sed z hec aliā dictā a.d

ducatur itaq3.d.in.c.& proueniat.e.&.e.in.b.& proueniat.f.f.quoq3 ducatur in.a & proueniat.g.quē dico esse quē inquirimus.cum eni ipse.g.pueniat etiam ex.a.i f.p.17.erit.f.pars.g.dicta ab.a.At q2.f.puenit p eādē ex.b.i.e.erit.e.pars.f.dcā a.b.sed & propter hoc erit.d.pars e.dicta a.c.& quia vnitas est ps.d.dicta ab ipo d.p3.g.habere ptes ut pponit. Si ergo nō fuerit minimus sit.h.sitq3.k.ps ei9 di/cta ab.a.&.l.ps.k. dicta a.b.&.m ps.l.dicta a. c.n.quoq3 pars.m.dicta a. d.erit q3 per.18.g.ad.f.vt.h.ad.k.&.f.ad.e.vt.k.ad.l.&.e.ad.d.ut.l.ad.m. sed &.d. ad vnitatem vt.m.ad.n.ergo per.15.erit in proportione equalitatis.g. ad vnitatē vt h.ad.n.ergo pmutatim erit.g.ad.h.vt vnitas ad.n.quare cum.h.sit minor.g.erit n.minor vnitate.sequitur igitur impossibile partē numeri minorē esse vnitate.erit itaq3.g.minimus habens ptes vt pponit. Quo inuēto si cura fuerit habere scdm aut quotūquelibet p minimū multiplices ut prius dictum est sumendi erunt: hoc autem.39.proponitur in alio fm hunc modum.



ℭ Propositis partibus quotiscūqlibet: minimū numerum eas con/tinentium inuenire.

ℭ Ut si ptes proposite sint.a.b.c.sintq3 eas denominātes.d.e.f. & sumat minim9 quē numerant.d.e.f.qui sit.g.hunc dico esse quē querimus: erunt eni in eo propo site partes per.37.qui si nō fuerit minimus eas continens: sit ergo.h.quē numera bunt.d.e.f.per.35.igitur nō erit.g.minimus numeratus ab eis qd est incōueniēs q2 erat. Intelligo vero ptes.a.b.c.indeterminate poni & nō sub quātitate certa: ali ter eni nō esset necessarium vt minimus numerus quē numerant.d.e.f. esset mini mus continens partes ppositas: plurimas eni contingit partes reperire qs nume rus numeratus ab eo2 denoiatoribus non continet: verbi grā. Tres numeri q sūt 120.90.&.72.sunt eiusdem numeri ptes.primus quidē tertia.secūd9 vero quarta.& tertius quinta.nec tamē minimus quē numerāt denoiatores eo2 qui est.60. ptes istas continet. Instandū igitur est si ptes sub certa quantitate ponant prime con/sequentie huius demōstratiōis: nō enim sequit ut arguit p.37.si ternari9 hunc nu/merat ergo hic numerus positus est eius tertia: s3 ergo habet tertiā: qua ppter idē est quod pponit fm vtrūq3 modū: sed scdm primu3 conuenientius videt qd intē/dit proponi. Attēdere aūt oportet q cū ois ps habeat quātitatē i eo ptingit pone re quotlibet & quaslibet ptes scdm quātitatē: & inquirere quis minimus eas cōtinet & sub quibus denominationibus. Minimū aūt eas cōtinentē cōstat esse minimū numeratū ab eis.fm quos vero numerāt sunt qui illas in illo denoiant. Contingit iterū ponere quotlibet & quaslibet denominatiōes: & inquirere in quo minimo hee denominationes reperiunt & fm quas quātitates. Minimū quoq3 cōstat esse mi/nimū numeratū ab illis: fm quos vero numerant sunt qui quātitates determināt: vtrobiq3 autē idcirco inquirit minim9: q2 infiniti sunt hinc quidē qui has ptes con tinent. Inde vero in quibus hee denoiationes reperiunt. Contingit rursus ponere quotlibet partes & totidē denoiationes vel quotlibet denoiatiōes & totidē partes. nō aūt quaslibet cū quibuslib3: sed certas cū certis. Si eni ponā ptes tres quatuor quinq3 & denoiationes earū.6.7.8.& inquirā quis numerus continet has ptes sub istis denoiationibus.filiis ero inquisitori vano querenti impossibile. Certas igitur conuenit ponere ptes cū denoiationibus certis & nō ut contingit & inquirere quis numerus positas partes sub positis denoiationib9 cōtinet: nō aūt quos minimus vnicus eni est: nā siue pposita fuerit vna ps & vna denoiatio siue plures & plures:

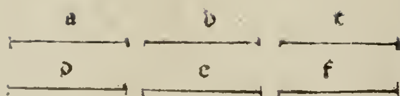


non erit sumere plures numeros qȏ ꝓpositū erit cōtinentes. Solus eni ē cui⁹ ter/narius ē quinta: nō plures. Solus quoq₃ cuius ternarius octaua: ⁊ senarius quar/ta: nō plures. ideoq₃ ꝓponentem ptes ⁊ denoīationes ipsaꝝ in toto nō est quere/re quis minimus cōtinet has ptes sub istis denoiationibus: sed quis vnus conti/net: proponentē aūt partes tantū. Contingit querere quis minineas continet ⁊ a quibus in eo denominant̄: solas quoq₃ ꝓponentē denoīationes conuenit querere que partes ab illis dicte ⁊ in quo minimo reperiunt̄. Couenientius autē videt̄ par tes p denominationes inquirere: q̄₃ denominationes p ptes: diuersitatē quidem denominationū non partiū comitat̄ ꝓportionū diuersitas. Explicit liber septi/mus incipit liber Octauus.


Latera numeroꝝ dicunt̄ quoꝝ multiplicatōe numeri ꝓducunt̄. ¶ Supficies appellat̄ nu/mer⁹ qui ex duob⁹ laterib⁹ cōtinet̄. ¶ So/lidus vero qui sub tribus ex quoꝝ cōtinua multiplicatione h₃ procreari. ¶ Quadratus ē numerus supficialis equalib⁹ lateribus cō sistēs. ¶ Cubus est solidus equalib⁹ cōsistēs lateribus. ¶ Similes dicuntur numeri supfi ciales siue solidi quoꝝ latera sūt proportio/nalia.

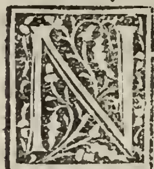
Propositio .1.

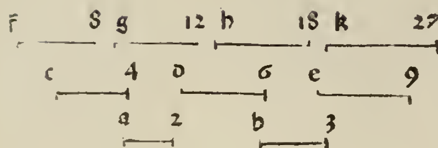

Si numeroꝝ quotlibet cōtinue ꝓportionalitatis duo ex/tremi fuerint contra se primi: eos omnes secundum suam proportionem minimos esse necesse est.



¶ Sint cōtinue ꝓportionales. a. b. c. duoq₃ extremi qui sunt. a. c. sint ꝯ se primi. dico ꝙ in eadē ꝓportione nō repient̄ totidē minores. Si aūt contingit sint. d. e. f. eritq₃ p. 15. septimi. a. ad. c. sicut. d. ad. f. ⁊ qr. a. ⁊. c. sunt mini i sua ꝓportione p. 23. eiusdē sequit̄ p. 21. ut. a. numeret. d. ⁊. c. f. minores scilic₃ maiores qȏ esse non potes.

Propositio .2.

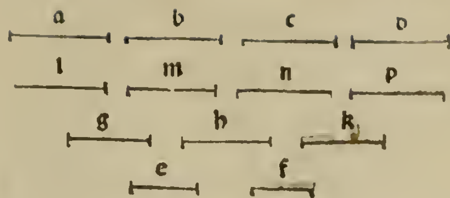

Numeros quotlibet cōtinue ꝓportiōalitatis ƀm ꝓportio nē datā mimos inuenire. vn̄ manifestum erit: ꝙ si fuerint tres numeri cōtinue ꝓportionalitatis ƀm eā mimi duo ex tremi erūt quadrati. ꝙ si fuerint q̄tuor erūt extremi cubi: ¶ Sint date ꝓportionis minimi. a. ⁊. b. ducat̄q₃ a. in se ⁊ fiat. c. ⁊ in b. ⁊ fiat. d. b. quoq₃ in se. ⁊ ꝓueniat. e. eruntq₃. c. d. e. cōtinue ꝓportionales i pro/portione. a. ad. b. p. 18. ⁊. 19. septimi: ⁊ qr. c. ⁊. e. sūt ꝯtra se primi p. 28. eiusdē erunt c. d. e. ƀm datā ꝓportionē minimi p p̄missam: ducat̄ iterū. a. i oēs illos. ⁊ ꝓueniāt f. g. h. ⁊. b. i. e. ⁊ ꝓueniat. k. ⁊ erūt etiā. f. g. h. k. cōtinue ꝓportionales i ꝓportione a. ad. b. p. 18. ⁊. 19. septimi: mimi quoq₃ p. 28. eiusdē ⁊ p̄missa hac via ⁊ rōne inueni ent̄. 5. vel. 6. vel quotlibet.



Propositio .3.


Si numeri quotlibet continue proportionales secundum suam proportionem fuerint mimi: duos eorum extremos contra se primos esse necessario comprobatur.

¶ Hec tertia ē cōuersa prime. Sint eni. a. b. c. d. cōtinue ꝓportiōales



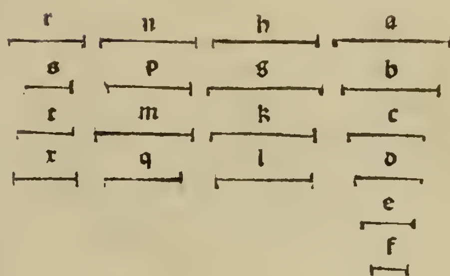
ꝛ ꝑm suã ꝓportionẽ minimi. dico q̄ .a.ꝛ.d. extremi erũt adinuicẽ primi: minimi eni in ꝓportione .a. ad .b. sint .e.ꝛ.f. eruntq̄ꝫ p.22. septimi contra se primi. ꝑ hos ergo duos ꝑm doctrinã ꝑmissę inueniant̃ totidẽ cõtinue ꝓportionales ꝛ minimi quot sũt numeri ꝓpositi: primo quidẽ tres qui sunt .g.h.k. deinde q̃tuor qui sunt .l.m.n.p. ꝛ ad hunc modũ cõtinue ꝑ additionẽ vnius quousq̄ꝫ fiãt tot quot sunt numeri ꝓpositi vt sunt hic .l.m.n.p. sequit̃ ergo .l.m.n.p. equales esse .a.b.c.d. eo q̄ in eadem proportione sunt vtriq̄ꝫ minimi ꝛ q2 .l.ꝛ.p. sunt cõtra se primi p.28. septimi: erunt quoq̄ꝫ .a.ꝛ.d. illis equales contra se primi: quod est propositum.

Propositio .4.



Similitudinẽ assignatarũ ꝓportionũ i minimis numeris ꝑm ipsas ꝓportiões cõtinuatim proportionalibus inuenire.

¶ Assignate ꝓportiones i minimis termis inueniant̃ ut docet .34. septimi Sintq̄ꝫ prima inter .a.ꝛ.b. scõa inter .c.ꝛ.d. tertia inter .e.ꝛ.f. sit quoq̄ꝫ de pluribus si fuerint plures. volo has ꝓportiões in quatuor minimis numeris cõtinuare. Sumo ergo .g. minimũ quẽ numerãt .b.ꝛ.c.ꝛ quotiens .b. numerat ipsũ .g. totiẽs .a. numerat .h .d. quoq̄ꝫ totiẽs numeret .k. quotiẽs .c g. itaq̄ꝫ si .e. numerat .k. sit vt .f. totiẽs numeret .l. erũtq̄ꝫ .h.g.k.l. quos querimꝰ: cõstat eni p.18. septimi q̄ sit .h. ad .g. sicut .a. ad .b.ꝛ .g. ad .k. sicut .c. ad .d. at .k. ad .l. sicut .e. ad .f. Minimi quoq̄ꝫ: nã si alij sint minimi vt .m.n.p.q. oportebit p.21. septimi bis assumptã ut vterq̄ꝫ duorũ .b.ꝛ.c. numeret .p. q̃re ꝛ .g. nũerabit eũdẽ. ꝛ ꝑ conclꝰ.35. sep. qd̃ ẽ incõueniẽs. Sunt igit̃ .h.g.k.l. minimi. at vero si .e. non numerat .k. sit .m. minimus numeratꝰ ab eis scꝫ .c.ꝛ.k. quẽ .m. quotiẽs nũat .k. totiẽs .h numeret .n.ꝛ.g. totiẽs .p. erũtq̄ꝫ p.18. septimi .n.p.m. in ꝓportione .h.g.k. q̃re .n. ad .p. vt .a. ad .b.ꝛ.p. ad .m. vt .c. ad .d. sed quotiens .e. numerat .m. totiens .f. numeret .q.ꝛ erit ꝑ candẽ .m. ad .q. sicut .e. ad .f. Manifestũ ẽ igit̃ q̄ assignate ꝓportiones cõtinuate sũt in quatuor numeris qui sunt .n.p.m.q. Qui si nõ fuerint minimi. sint si possibile est alij qui sint .r.s.t.x. q2 itaq̄ꝫ p.21. septimi bis assumptã vterq̄ꝫ duorũ numerorũ .h.ꝛ.c. numerat .s. sequit̃ per conclꝰ.35. sep. vt .g. numeret eundẽ quare etiã .k. numerabit .t. at q2 p.21. septimi .e. numerat eundẽ .t. nõ erit .m. minimus quẽ numerãt .k.ꝛ.e. hac rõne quartã illis ꝛ quotlibet alias sine omni offendiculo cõtinuare poteris.

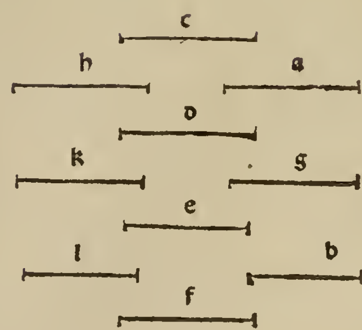


Propositio .5.



Omnium duorũ numerorũ cõpositorũ ꝓportio vnius ad alterum est ex laterũ suorũ producta proportionibus.

¶ Qd̃ proponit .24. sexti de superficiebus equidistantiũ laterũ: ꝓponit hic de numeris cõpositis. Sit duo numeri cõpositi .a.b. latera .a sint .c.ꝛ .d. latera .b. sint .e.ꝛ.f. dico itaq̄ꝫ q̄ ꝓportio .a. ad .b. constat ex ea que est .c. ad .e.ꝛ ea que est .d. ad .f. sit eni ut ex .d. i .e. fiat .g. q2 ergo ex .d in .c. fit .a.ꝛ ex .f. in .e. fit .b. ꝑ cõuersionẽ diffinitiõis laterũ erit p.18. septimi .a. ad .g. sicut .c. ad .e.ꝛ p.19. eiusdẽ .g. ad .h. sicut .d. ad .f. quare per diffinitionẽ ꝓportio .a. ad .b. cõposita ẽ ex ea que ẽ .c. ad .e.ꝛ ea que est .d. ad .f. qd̃ est ꝓpositum. Nec est necessariũ vt cõtinuemus ꝓportiones laterũ videlicet eã que ẽ .c. ad .e. ꝛ eã que est .d. ad .f. in minimis numeris reptis ꝑm doctrinã ꝑcedentis vt docent quidam: hoc enim est proposito ꝑter necessarium. Arguũ. eni posito q̄ illi minimi sint .h.k.l. ita q̄ sit .h. ad .k. sicut .c. ad .e.ꝛ.k. ad .l. sicut .d. ad .f. ꝓportionẽ .h. ad .l. esse cõpositã ex ꝓpositorũ laterũ ꝓportionibus. sumptoq̄ꝫ .g. fieri ex .d. in .c. arguũt .a. ad .g.



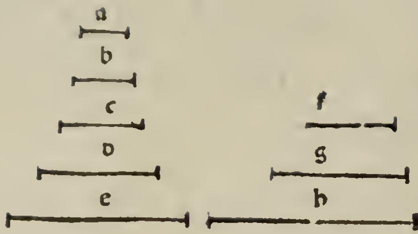
vt.b.ad.k.q2 ut.c.ad.e.⁊.g.ad.b.vt.k.ad.l.q2 vt.d.ad.f. ideoq3 ꝯm equã ꝓpo2. ⁊.a.ad.b.vt.b.ad.l.cõcludunt igitur.a.ad.b.cõponi ex quibus.b.⁊.l.verũ quidẽ sed non necessario assumpto.

Propositio .6.



Si numerorum quotlibet continue proportionalium pri/mus scõm non numeret: nullus eoꝝ numerabit vltimum.

¶Sint.a.b.c.d.e.continue ꝓportionales.dico ꝙ si.a. nõ numerẽ. b.nullus coꝝ numerabit.e.Manifestũ aũt est ꝙ si ipsum numeret omnes numerabunt.e.⁊ simpliciter quilibet pcedens quẽlibet sequẽtem.Si autẽ non numerat ipsum patet ꝙ.d.nõ numerabit.e. nec simplr aliqs eorum ꝓximo sequentẽ:q2 sunt positi continue ꝓportionales:sed ꝙ nullus aliᵒ ut.c: numeret ipsum sic constat:sumant̃ ꝯm doctrinã scdẽ huius totidẽ minimi cõtinue proportionales in ꝓportione eadẽ quot sũt ipse.c.⁊ oẽs sequẽtes qui sunt .f.g.h: eruntq3 p.3.hui⁹ ⁊.f.⁊.h.ꝯ se primi:⁊ q2 p equã ꝓportionẽ.c.ad.e.vt. f.ad. h,cũ f.non numeret.h.nec.c.numerabit.e.eodem modo nec aliquis alioꝝ: quare liquet quod propositum est.



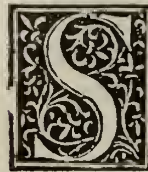
Propositio .7.



Si numeroꝝ cõtinue proportionalium primus vltimũ numeret: idem ipse ⁊ secundum numerabit.

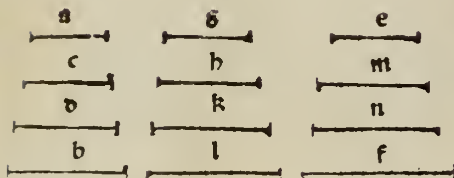
¶Sint qui pri⁹ continue ꝓportionales.dico si.a.numerat.e.ipse numerabit.b.alioquin ex premissa non numeraret.e. qd ẽ contrariũ et impossibile.Nõ solum autẽ numerabit.b. sed ⁊ oẽs ⁊ quisq3 eorum quẽlibet ipsum sequentem.

Propositio .8.



Si inter duos numeros numeri quotlibet in cõtinua pro/portionalitate ceciderint: totidem inter omnes duos in eadem proportione relatos cadere necesse est.

¶Sint.a.⁊.b.inter quos cadunt.c.⁊.d.in cõtinua ꝓportione habẽ/tes se in proportione.e.ad.f.dico ꝙ totidẽ cadunt inter.e.⁊.f.⁊ i ea/dem proportione quot inter.a.⁊.b.Sint eni.g.h.k.l.totidẽ minimi quot sunt.a.⁊.b.qui inter eos cadunt sumpti.queadmodũ docet secũda huius cõtinue ꝓpor/tionales in eadẽ ꝓportione:eruntq3 p.3.g.⁊.l.cõtra se primi: ⁊ per equã ꝓpor. erit.g.ad.l.sicut.a.ad.b.ideoq3 ⁊ sicut.e.ad.f.⁊ q2 ipsi sunt in sua ꝓportione mi/nimi p.23.septimi.sequit̃ per.21.eiusdẽ ut.g.numeret.e.⁊.l.f.equaliter:totiens igitur numeret.h.m.⁊.k.n.positisq3.m.⁊.n.inter .e.⁊.f. constat p.18.septimi. e.m. n.f.esse cõtinue ꝓportionales:queadmodũ sunt.g.h.k.l.⁊ ideo queadmodũ.a.c. d.b.quare patet quod dictũ ẽ.Ex hac constat nullã supticularẽ posse per eq̃lia diui/di:si eni hoc esset oporteret inter duos numeros sola vnitate distantes numerum cadere medium quod esse nõ põt: ideoq3 tonus in musica quẽ sexquioctã continet ꝓportio: in duo vera semitonia diuidi non potest:sed necessario diuidit̃ in minus semitonium et maius.



Propositio 9.



Si inter duos numeros ꝯtra se primos numeri quotlibet cõtinua ꝓportionalitate ceciderint: inter vtrũq3 eorum ⁊ vnitatẽ totidem cõtinua ꝓportionalitate cadere necesse ẽ.

¶Sint.a.et.b.ꝯtra se primi.inter quos cadat incõtinua propo2.c.⁊ d.dico ꝙ totidẽ erunt continue ꝓportionales inter.a.⁊ vnitatẽ:itẽ/q3 totidem inter.b.⁊ vnitatẽ.Sint eni in illa proportione minimi.e.⁊.f.sumpti ut docet.34.septimi:ex quibus sumant̃ tres cõtinue proportionales et minimi ⁊ eorũ

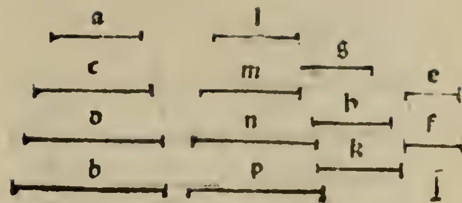
proportione, put docet scda huius qui sint.g.h.k.deinde q̃tuor qui sint.l.m.n.p.& hoc totiens fiat vsquequo sic sumpti fiāt totidē quot sunt numeri ꝓpositi: vt sunt hic.l.m.n.p.Cōstat itaq3 cū sint.a.c.d.b.in sua ꝓportione mimi p primā huius. sintq3.l.m.n.p.totidē & mimi in eadē.Nō sit aūt possibile eē aliquid minus minimo ꝙ numeri.l.m.n.p.equales erūt nūeris.a.c.d.b.qui vsq3 suo relatiuo ē igit.l. equalis.a.&.p.b.Manifestū aūt ex scda huius ꝙ ex.f.in se fit.k.& ex eodē.m. k.p p diffinitionē igit eius qd ē multiplicari:erit.f.in.k.k quoq3 in. p.quotiēs vnitas ē in.f.itaq3 vnitas.f.k.p.sunt cōtinue ꝓportionales.Silr aūt & vnitas.e.g.l.sūptis ergo.a.&.b.loco.l.&.p.sibi equaliū erunt inter.a.& vnitatē.g.&.c.& inter.b. & vnitatem.k.&.f.cōtinue proportionales:totidem quot sunt inter.a.&.b. quod est propositum.

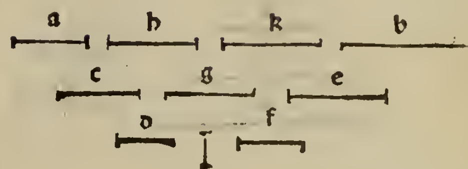
Propositio 10.



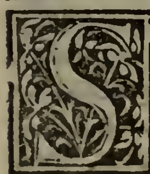
Si inter vtrūq3 eoꝝ & vnitatem quotlibet numeri cōtinua proportionalitate ceciderint ambobus numeris totidem continua proportionalitate inter esse necesse est.

¶Sint duo numeri.a.&.b.sintq3.c.&.d.inter.a.& vnitatē.e.quoq3 & f.inter.b.& vnitatē continue proportionales.dico totidē esse inter.a &.b.cōtinue proportiōales:hec ē cōuersa prioris excepto ꝙ ad subiectum p̄misse appositū erat.a.&.b.esse contra se primos qd nō apponit hic ad passionē: quapropter vlior est passio huius subiecto illius. Quia igit quotiens vnitas in.d.totiēs ē d.in.c.& totiēs.c.in.a.cōstat qd ex.d.in se fit.c.& ex eodē.d.i.c.a.Silr quoq3 ex.f. in se & in.e.fient.e.&.b.ducat itaq3.d.in.f.& ꝓductus sit.g.itēq3 idē.d.ducat.i.g. &.c.& sint producti.h.&.k.Constat igitur ex.18.septimi ꝙ.c.ad.g .vt. d.ad. f.& ex 19.ꝙ.g.ad.e.vt.d.ad.f.quare.c.g.e.sunt continue proportionalēs i proportione d.ad. f.itē p.18.iteꝝ sunt.a.ad.h.sicut.c.ad.g.&.h.ad.k.sicut.g.ad.e.& p.19.k.ad b.sicut.d.ad.f.igitur sunt.a.h.k.b.continue proportionales:quare cōstat propositum.



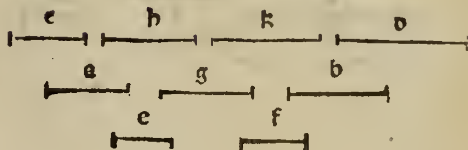


Propositio 11.



Si fuerint ambo quadrati erit ꝓportio vnius ad alterū tāquā sui lateris ad latus illius proportio duplicata. Si vero ambo fuerint cubi:erit proportio alterius ad alterum tāquā sui lateris ad latus alterius proportio triplicata.

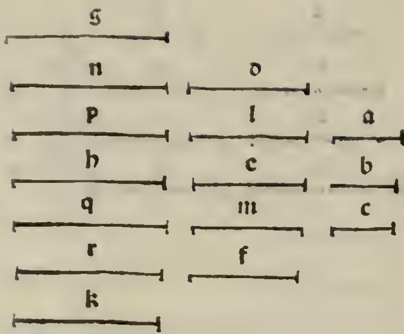
¶Sint duo quadrati.a.&.b.& duo cubi.c.&.d. latera tā quadratoꝝ q̃3 cuboꝝ sint.e.quidē.a.&.c.f.vero b.&.d.dicō ꝙ proportio.a.ad.b.erit sicut.e. ad.f.duplicata.c.vero ad.d.sicut eadē triplicata.Manifestū enī est ꝙ ex.e. in se fit.a.& ex ipso.c.i.a.c.sic quoq3 ex.f.in se fit.b.& ex ipo in.b.d.ducat igit.c.in.f.& ꝓuenit.g.& in.g.&.b.& proueniant.h.&.k.eritq3 p.18.septimi.a.ad.g.sicut.c.ad.f & per.19.g.ad.b.sicut.e.ad.f.igitur ex diffinitione.a.ad.b.sicut.c.ad.f. duplicata qd est primū.Scdm eodē modo cōstat.sunt eni p.18.iteꝝ.c.ad.h.sicut.a.ad.g. & h.ad.k.sicut.g.ad.b.& per.19.k.ad.d.sicut.e.ad.f.quare.c.h.k.d. sunt etiā continue proportionales in ꝓportione.e.ad.f.p diffinitionē igitur erit.c. ad.d. sicut e.ad.f.triplicata:quod est scdm.



Propositio 12



Si numeroꝝ cōtinue ꝓportionalitatis quisq3 in seipsū ducatur:qui inde ꝓducent sub cōtinua ꝓportionalitate esse. Qd si itē in ipsos ꝓductos pricipia sua ducant: inde quoq3 ꝓductos cōtinue ꝓportionalitatis eē necesse est. idēq3 in omnibus hoc modo productis extremitatibus.

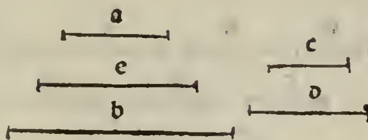


Sint.a.b.c.ptinue proportionales quorum quisque in se ducatur et proueniat ex.a: quidem.d.ex.b.vero.c.et ex.c.f.dico quod.d.c.f.sunt ptinue proportionales: quod si iterum.a ducatur in.d.et proueniat.g.b.quoque in.c.et proueniat.h.et.c: in. f.et proueniat.k. dico etiam quod.g.h.k.erunt continue proportionales.sit enim ex.a.in.b.l.et ex.c.i eundem. m. eruntque p.18.et.19.septimi.d.l.c.m.f.ptinue proportionales i proportione.a. b.c: itaque per equam proportionalitatem argue.d.ad.e.sicut.e.ad.f.quod est primum. Reliquum sic.ducatur.a.in.l.et.e.et proueniat.n.et.p.c.quoque ducatur in.c.et.m.et proueniat q.et.r.eruntque per easdem.g.n.p.h.q.r.k.continue quoque proportionales in proportione primorum:per equam igitur proportionalitatem concludc.g.ad.h.sicut.h.ad.k.quod est reliquum. Eadem erit ratio quotienscunque primi in productos ducantur.

Propositio .13.



Si quis quadratus numerus alium quadratum numeret latus quoque suum latus illius numerare probatur. Si vero latus suum latus illius numeret quadratus numerat quadratum.

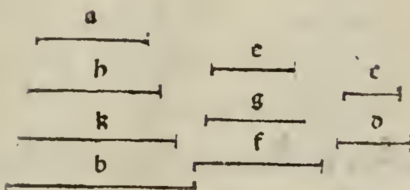


Sint duo numeri.a.et.b.quadrati:lateraque eorum.c.et.d.dico quod si.a numerat.b.c.quoque numerabit.d.et econuerso:constat enim quod ex.c.in se fit.a.ex.d.quoque in se.b.fiat igitur.e.ex.c.in.d.eruntque per.18.et.19.septimi. a.e.b ptinue proportionales in proportione.c.ad.d.si igitur.a.numerat.b.idem ipse per.7 huius numerabit.e.quare et.c.d.quod est primum. Conuersa sic patet.si.c.numerat.d. a.numerabit.e.propter id quod proportio.a.ad.e.sicut.c.ad.d.et si numerat.e.ipse numerabit.b.propter hoc quod sunt continue proportionales.

Propositio .14.



Si cubus alium cubum numeret:latus quoque suum latus alterius numerabit. Si vero latus suum latus alterius numeret:cubum numerabit cubum.

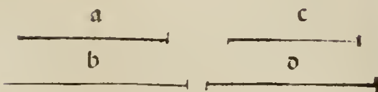


Sit duo numeri.a.et.b.cubi lateraque eorum.c.et.d.dico quod si.a.numerat.b.c.quoque numerabit.d.et econuerso:ducatur enim.c.in se.et fiat.e. d.quoque in se.et fiat.f.constat igitur quod ex.c.in.e.fit.a.et ex.d.in.f.b.fiat itaque.g.ex.c. in.d.eruntque per. 12.et.19.septimi.e.g.f.ptinue proportionales in proportione.c ad.d.sed et.h.et.k.proueniant ex.c.in.g. et.f.per easdem igitur erunt.a .h.k.b. continue quoque proportionales in eadem proportione.itaque si.a.numerat.b. idem per 7.huius numerabit.h.quare et.c.d.est enim.c.ad.d.sicut.a.ad.h.constat igitur prima pars. Conuersa patet:sicut conuersa prioris. Nam si.c. numerat. d.a. quoque numerabit.h.quem si numerat necesse est vt numeret.b.

Propositio .15.



Si numerus quadratus quendam alium quadratum non numeret:nec latus suum latus illius numerabit. Si vero latus suum latus illius non numeret: quadratus is quadratum illum non numerare ex necessitate conuincitur.



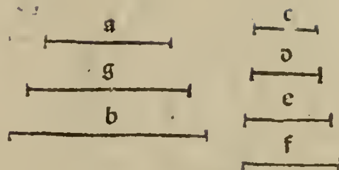
Hec.15.proponit negationes conuerti:que affirmationibus quas.13. huius conuerti proposuit opponuntur: vt si sint duo numeri quadrati.a.et. b.quorum latera.c.et.d.si.a.non numerat.b.c.quoque non numerabit. d. econuerso etiam si.c.non numerat.d.nec.a.b.sit enim primo vt. a. non numeret.b. si itaque.c. numerat.d.per secundam partem.13.huius et.a.numerabit.b. quod est contrarium positioni sicque patet primum.secundum quoque sic:sit vt.c.non numeret.d.itaque si.a. numeret.b

per primã ptem.13.necesse est vt.c.numeret.d.necesse est igitur vt numeret ipsum cũ non numerat ipsũ:qđ est impossibile. Quẽadmodũ autẽ necesse est cõuerti negationes oppositas affirmatiõibus quas.13.demõstrauit õuerti:sic quoq necesse ẽ eas negatiões que opponũt illis affirmationibus quas pmissa cõuerti demõstrauit cõuertant.vnde si cubus nõ numerat cubũ nec latus eius numerabit latus illius ecõuerso quoq si latus vnius nõ numerat latus alterius:nec ipse cubus numerabit alterũ cubũ.demõstrat aũt hoc p pmissam a destructione õsequẽtis:sicut qđ propositum est per.13.ideoq hoc auctor nõ proposuit:sed per id qđ propositũ ẽ ipsũ dedit intelligi.

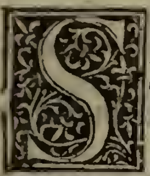
Propositio .16.


Si duo numeri supficiales fuerint siles necesse ẽ tertiũ numerũ fm pportionalitatẽ cõtinuã eis iteresse:eritq proportio vnius numeri ad alterũ sibi similẽ velut vnius lateris sui ad latus alterius se respiciens proportio duplicata.

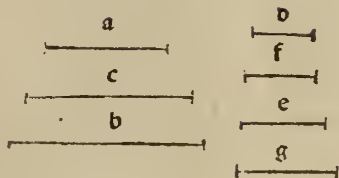
¶ Sint duo numeri.a.z.b.superficiales z similes:dico q inter ipsos cadet vnus numerus in cõtinua pportione:latera eni.a.sint.c.z.d.b. vero latera sint.e.z.f.eruntq ex cõuersione diffinitionis numerorũ similiũ.c.ad.e.sicut.d. ad f.constat aũt q ex.c.in.d.fiat.a.z ex.e.in.f.b.fiat itaq.g.ex. e.in. d.eritq p. 19. septimi.a.ad.g.sicut.c.ad.e.z per.18.eiusdẽ.g.ad.b.sicut.d.ad.f. quare.a. ad.g. sicut.g.ad.b.est itaq.g.cõtinua pportionalitate medius inter.a.z.b.qđ est propositum. Corel'.aũt patet.cũ sit.a.ad.b.per diffinitionẽ sicut.a.ad.g. duplicata. que eadem est illi que est.c.ad.e.



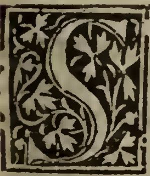
Propositio 17.


Si secũdũ cõtinuam pportionalitatẽ tertius numerus duobus numeris intersit:illi duo numeri supficiales sunt z similes.

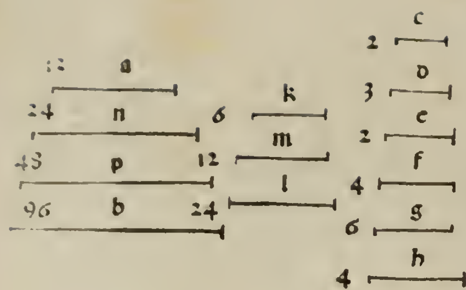
¶ Hec est cõuersa pmisse:ut si inter.a.z.b.sit.c.sub cõtinua pportionalitate cõstitutus.a.z.b.erunt supficiales z similes.sint eni. d.z e.minimi in proportione qua continuantur.a.b. c.qui per.21.septimi numerabunt.a.z.c.equaliter:sitq vt fm.f.z per eandem.c.z.b.equaliter : z sit vt fm.g.erunt igitur per diffinitionem.a.z.b.superficiales:z erunt etiam per diffinitionem.d.z.f.latera numeri.a.e.quoq z.g.latera numeri.b. Qđ autẽ ipsi sint similes sic habeto:cum enim ex.d.in.g.fit.c.z ex.e.in.f.fit idẽ.c.erit p scđam partem.20.septimi.d.ad.e.sicut.f.ad.g.per diffinitionẽ igitur.a.z.b.sunt similes qđ est propositum:hoc autem vltimum qđ est.a z.b.esse similes potest etiam haberi per.19.z.18.septimi z per has ypoth.q.a.c.b. sunt õtinue pportionales in pportione.d.ad.e.minimorũ numerantiũ.a.z.c.fm.f.z.c.z.b.scđm.g.



Propositio 18.


Si fuerint duo numeri solidi siles:necesse est eis duos numeros fm continuam proportionalitatem interesse.eritq proportio vnius solidi ad alterum sibi similem.velut cuiuslibet sui lateris ad latus alterius respiciens se pportionaliter proportio triplicata.

¶ Sint duo numeri.a.z.b.solidi similes:dico q inter ipsos cadent duo numeri in cõtinua pportione. Sunt eni latera numeri.a.c.d.e.latera vero.b.sint.f.g.h.eruntq ex cõuersione diffinitionis numerorũ similiũ.c.ad.f.z.d.ad.g.sicut. c.ad.h.Sic igitur ex.c.in.d.k.z ex.f.in.g.l.eruntq ex diffinitione.k.z.l.supficiales z similes.

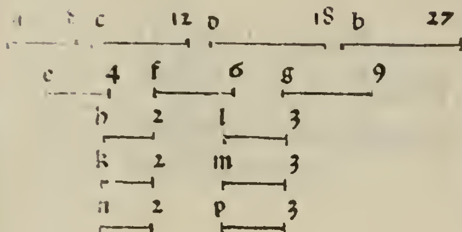


quare per.16.huius vnus numerus cadet inter eos medius ꝺm ꝓportionē.c.ad.f. qui sit.m. Manifestū aūt ē ꝙ ex.e.in.k.fit.a.⁊ ex.b.in.l.b.si igiṫ ex.c.in.m. ⁊.l. fiant.n.⁊.p.erūt p.18.septimi.a.ad.n.sicut.k.ad.m.⁊.n.ad.p. sicut.m. ad.l. q̄re a.n.p.sunt ꝯtinue ꝓportionales in ꝓportione.c.ad.f.⁊ q꞉ per.19.eiusdē.p.ad.b. sicut.c.ad.b.⁊ ideo sicut.c.ad.f.sequiṫ ut quatuor numeri.a.n. p.b. sint continue ꝓportionales ꝺm ꝓportionē.c.ad.f.sunt itaq3 inter.a.⁊.b.duo numeri.n.⁊.p.medij incōtinu. ꝓportionalitate suoꝝ laterum interpositi:qđ ē ꝓpositū. Correl'. autē p3 cū ꝓportio.a.ad.b.sit p diffinitionē sicut.a.ad.n.triplicata que est eadem illi. que est.c.ad.l.

Propositio 19

Si eis scōm cōtinuā ꝓportionalitatē duo numeri interiacent quilibet duo numeri solidi sunt atq3 similes.

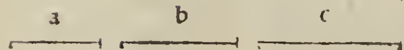
¶Hec est ꝯuersa pmisse vt si inter.a.⁊.b.sint duo numeri.c.⁊.d.medij in cōtinua ꝓportione:erūt.a.⁊. b.solidi ⁊ similes:Sumanṫ enim tres minimi in eadē proportione ꝯtinue ꝓportionales qui sunt. e.f. g.eruntq3 per.17.e.⁊.g.superficiales ⁊ similes.sint ergo.h.⁊.k.latera.e.at.l.⁊.m.latera.g.eritq3 per correl'.16.huius.e.ad.f.sicut.h.ad.l.aut sicut.k. ad.m. manifestū autē est ex tertia ꝙ.e.⁊.g.sunt ꝯtra se primi: ideoq3 per.23.septimi in sua ꝓportione minimi.⁊ q꞉ p equā ꝓportionalitatē sunt.a.ad.d.⁊.e.ad.b.sicut.c.ad.g sequiṫ per.21.septimi:ut ipsi numerent.a.⁊.d.equaliter qđ sit ꝺm.n.⁊ item.c.⁊.b. eq̄liṫ qđ sit ꝺm.p.Quia igiṫ ex.h.in.k.fit.e.⁊ ex.e.in.n.fit.a.sequiṫ p diffinitionē vt.a.sit solidus eiusq3 latera.h.k.n.siṙ q꞉ ex.l.in.m.fit.g.⁊ ex.g.in.p.b. sequitur etiam ut.b.sit solidus ⁊ eius latera.l.m.p.ipsos aūt esse siles sic constabit cū ex.g. in.n.fiat.d.⁊ ex eodē in.p.b.erit p.18.septimi.n.ad.p.sicut.d.ad.b.⁊ q꞉ sic erant h.ad.l.⁊.k.ad.m.p diffinitionē manifestū est.a.⁊.b.esse similes:qđ est propositū.



Propositio 20.

Si trium numeroꝝ continue ꝓportionaliū primus fuerit quadratus tertium quoq3 quadratum esse.

¶Sint tres numeri continue ꝓportionales.a.b.c.sitq3.a.quadrat⁹ dico ꝙ.c.est etiā quadratus sunt eni p.17.a.⁊.c.superficiales ⁊ similes cum igitur.a.sit quadratus p ypothe.erit.c.quadratus.



Propositio 21

Si quatuor numerorum continue proportionalium. primus fuit cubus:quartum cubum esse necesse est.

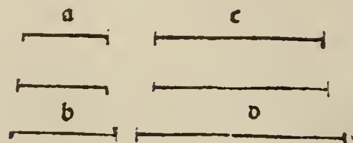
¶Sint quatuor numeri cōtinue proportionales.a.b.c.d. sitq3.a.cubus:dico ꝙ.d.est etiam cubus:cōstat enim per.19.ꝙ.a. ⁊.d. sunt solidi similes:⁊ q꞉.a.est cubus per ypothe.erit etiam.d.cubus.



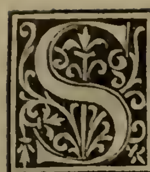
Propositio 22.

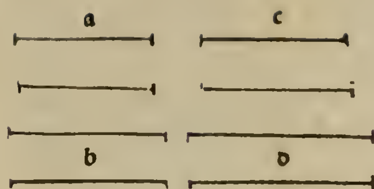
Si duoꝝ numeroꝝ quoꝝ proportio sicut quadrati ad quadratū fuerit vn⁹ quadrat⁹:alterū quoq3 quadratum esse.

¶Sint duo numeri.a.⁊.b.in proportione duoꝝ quadratoꝝ qui sūt c.⁊.d.sitq3.a.vel.b.quadratus:dico reliquū esse quadratū: cū enim c.⁊.d.sint quadrati:sequitur eos esse superficiales similes.ideoq3 per 16.cadet vnus medius inter eos in continua proportione:quare per.8.⁊ inter.a.⁊ b.per.20. igitur cōstat propositum.



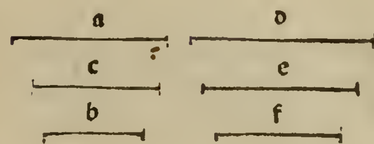
Propositio 23.


I duorum numerorum quorum proportio ad alterum sit sicut cubi ad cubum alteruter fuerit cubus ad alterum cubicum esse. ¶Sint duo numeri.a.&.b.in proportione duorum cuborum qui sunt.c.&.d sitque.a.vel.b.cubus: dico reliquum esse cubum. necesse est enim quod.c.&.d.sint solidi similes: quippe omnes cubi sunt similes & solidi: itaque per 18.inter ipsos cadent duo medij in continua proportione totidem igitur per.8.cadent inter.a.&.b.itaque per.21.manifestum est quod dicitur.



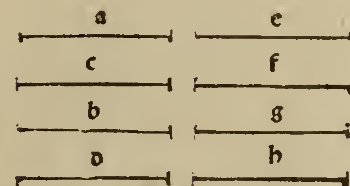
Propositio .24

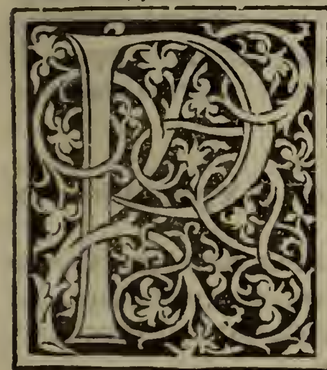

Umerorum superficialium similium est proportio vnius ad alterum sicut proportio quadrati ad quadratum. ¶Sint.a.&.b.superficiales similes. dico quod vnus ad alterum est proportio sicut quadrati ad quadratum: erit enim per.16.inter eos vnus numerus medius in continua proportione qui sit.c.sumptis itaque tribus minimis in proportione eorum: qui sunt.d.e.f.erunt per corel.2.d.ad.f.quadrati: et quia per equam proportionalitatem est.a.ad.b.sicut.d.ad.f.constat verum esse quod proponitur.



Propositio 25

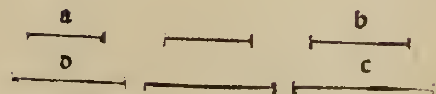

Omnium duorum solidorum similium est proportio vnius ad alterum sicut alicuius cubi ad aliquem cubum. ¶ Sint.a.&.b.solidi similes: dico quod proportio vnius eorum ad alterum est sicut alicuius cubi ad aliquem alium cubum. Sunt quidem per.18.inter eos duo numeri medij secundum continuam proportionem qui sit.c.&.d.i eorum proportione sint minimi: quatuor.e.f.g.h.quorum.e.&.h.erunt cubi per corelarium secunde. quia igitur per equam proportionalitatem est.a.ad.b,sicut.e.ad.h.liquet propositum. Explicit liber Octauus Incipit liber Nonus.




Par numerus est qui potest in duo equalia diuidi. ¶ Impar numerus est qui in duo equalia diuidi non potest: additque supra parem vnitatem ¶Pariter par est quem cuncti pares eum numerantes paribus vicibus numerant: ¶ Pariter impar est quem cuncti pares eum numerantes imparibus vicibus numerant. ¶ Pariter par & impariter est quem pares eum numerantes quidam paribus quidam imparibus vicibus numerant. ¶ Impariter impar quem cuncti impares eum numerantes imparibus vicibus numerant. ¶ Perfectus numerus appellatur qui omnibus partibus suis quibus numeratur est equalis. ¶ Abundans dicitur qui omnibus suis partibus minor est. ¶ Diminutus vero qui maior.

Propositio. .1.


I fuerint duo numeri superficiales similes qui ex ductu alterius in alterum producetur numerum quadratum esse necesse est. ¶Sint.a.&.b.superficiales similes ex quorum multiplicatione proueniat.c.dico.c.esse quadratum. fiat enim.d.ex.a.in se.eritque per.18.septimi.d.ad.c.sicut.a.ad.b. & quia inter.a.&.b.cadit vnus medius secundum continuam proportionalitatem per.17.octaui.sequitur per.8.eiusdem vt vnus quoque cadat inter.d &.c.itaque cum.d.sit quadratus erit per.20.eiusdem.c.quoque quadratus quod est propositum.



Propositio .2.



SI ex ductu alterius in alterum tetragonus pducatur. duo quilibet numeri sunt superficiales similes. Ex his itaqz patens est: quia si tetragonus in tetragonum ducatur qui ex eis producetur tetragonum esse. Si vero ex ductu tetragoni in numerũ aliquẽ tetragonus producatur illũ numerum aliquẽ esse tetragonũ. Itẽqz si ex ductu tetragoni in numez aliquẽ non tetragonus producatur cũ numerum aliquẽ non tetragonũ esse. Si vero tetragonus in numez aliquẽ non tetragonum ducatur: qui inde producetur non tetragonum esse necesse est.

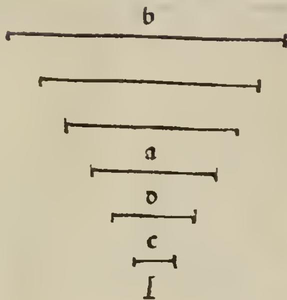


¶ Hec est ɔuersa prioris vt si ex.a.in.b.fiat.c.fueritqz.c.quadratus: erunt.a. z.b. supficiales similes.sit eni.d.ex.a.in se.eritqz per.18.septimi.d.ad.c. sicut.a. ad.b. per.16.aut.8.cum.d.z.c.sint supficiales similes: eo φ sũt ambo quadrati.erit inter eos vnus numerus medi⁹ ƀm cõtinuã propor.p.8.itaqz eiusdẽ erit etiam vnus inter.a.z.b.igitur p.17.eiusdẽ.a.z.b.sunt superficiales siles: quod est propositum Prima ps concl'.patet p premissam: sunt eni omnes tetragoni supficiales similes scðа patet ex hac cũ sit solus tetragonus sil'is tetragono. Tertia ps patet ex prima ipsius concl'.pte a destructione ɔsequẽtis.quarta vero pz ex eiusdẽ pte scða a destructione etiã ɔsequẽtis.

Propositio .3.



SI numerus cubus in se ipsum ducatur qui inde producetur erit cubus.



¶ Sit.a.cubus ex quo in se ducto fiat.b.dico. b.esse cubũ.sit eni .c. latus cubicũ.a.ex.c.vero in se fiat.d.patet itaqz φ ex. c.in. d.fit.a. sunt igitur vnitas.c.d.a.ɔtinue pportionales: qð ex.18.septimi z p̃sentibus ypothesibus manifestũ est: z quia est.a.ad.b.sicut vnitas ad.a.eo φ quotiens vnitas ẽ i.a.totiẽs.a.in.b.erũt iter.a.z.b.duo numeri medij ƀm pportionalitatẽ ɔtinuã per.8.octaui: cum igiť ex ypothesi sit.a.cubus erit per.21.eiusdem.b. quoqz cubus: qð oportebat demõstrare.

Propositio .4.



SI cubus ĩ alium cubum ducatur. qui inde producetur erit cubus.



¶ Sint.a.z.b.cubi: fiatqz.c.ex.a.in.b.dico.c. esse cubum. fiat enim d.ex.a.in se.eritqz per premissã.d.cubus z qr per.18.septimi ẽ.a.ad b.sicut.d.ad.c.constat ex.23.octaui.c.eẽ cubum: qð est propositum.

Propositio .5.



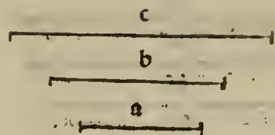
SI numerus cubus in numez alium ducatur: fueritqz productus cubus in quẽ ductus ẽ numerum cubum esse necesse est. vnde z manifestũ est: quia ex ductu cubi in nõ cubũ producitur non cubus. Ductoqz cubo in numez aliquem si fuerit qui inde producitur non cubus in quẽ il le ductus fuerit necesse est esse non cubum.



¶ Sit eni ex.a.cubo in.b.numez pduct⁹.c.cub⁹ dico.b.eẽ cubũ: fiat eni.d. ex.a.i se qui p antep̃missã erit cub⁹: qr igiť ẽ p.18.sep.a.ad.b.sicut.d.ad.c.estqz.a.cubus sz z.d.z.c.cubi erit p.23.octaui.b.cub⁹ qð ẽ ppositũ: p̃ma ps concl'.patet ex hac quinta a destructione ɔñtis.scða per p̃missam silr a destructione cõsequentis.

Propositio .6.

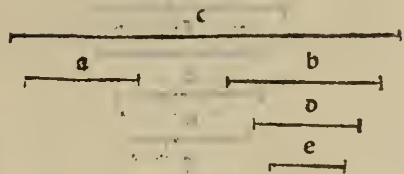
Si ex ductu cuiusdā numeri in se ipsum cubus producat eū esse cubuȝ necessario comprobatur.



¶ Sit vt ex.a.in se fiat.b.sitq3.b.cubus: dico ergo.a. esse cubū:fiat eni.c.ex.a.in.b.eritq3 ex diffinitione.c.cubus. et qm̄ constat ex.18. septimi q̄ sit.a.ad.b.sicut.b.ad.c. cū sint.b. et.c.cubi: sequit̄ ex.23 octaui.a.esse cubū:qđ ē ꝓpositū.

Propositio .7.

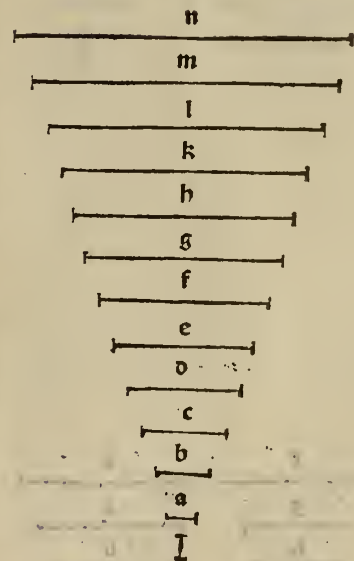
Si numerus cōpositus in numerum quēlibet ducatur:qui inde producetur erit solidus.



¶ Sit.a.numerus cōpositus:qui ducatur in.b.et ꝓueniat.c.dico.c esse numerū solidū:cū eni.a.sit cōpositus numeratur ab aliquo numero qui sit.d.numeretq3 cum scđm.e.quia igitur ex.e.in.d.fit.a.ꝛ ex.a.in.b.c.erit ex diffinitiōe solidoꝝ.c.solidus eiusq3 latera.e.d.b.qđ ē ꝓpositū.

Propositio .8.

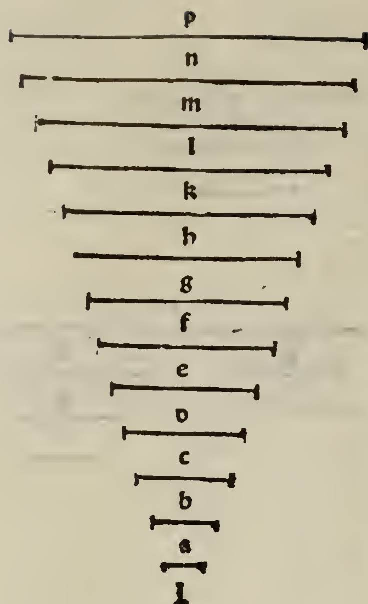
Si fuerint nūmeri ab vnitate cōtinue proportionales :tertius ab vnitate erit quadratus: ac deinceps vno semper intermisso. Quartus vero ab vnitate cubus: ac deinceps duobus semper intermissis. Itéq3 septimus ab vnitate ē quadratus cubicus.ac deinceps:quinq3 semper intermissis quadratus cubicus continuo sequitur.



¶ Sint cōtinue proportionales vnitas.a.b.c.d.e.f.g.h.k.l.m.n.dico.b.esse quadratū ꝛ.d.obmisso.c.ꝛ sic alios vno semꝑ obmisso.vnde simplr̄ oīs existētes in in locis iparibus sunt quadrati: vt sunt tertius quintus et septimus: dico item.c. esse cubū ꝛ.f.duobus obmissis:et sic in ceteris.Omnisq3 simplr̄ est cubus cui⁹ ab vnitate locus addit sup ternariū:vel quēlibet multiplicē ipsius ternarij vnitatē:vt sūt quartus septimus decim⁹tertiusdecimus ꝛ sextusdecimus. in hs eni ꝓueniunt omnes qui duos transmittunt. Itéq3 dico.f.ab vnitate septimū esse quadratū cubicū:ꝛ silr̄.n.quinq3 numeris intermissis : idéq3 in ceteris. Simplr̄ autē dico cui⁹ locus ab vnitate addit super senariū vel quēlibet multiplicē ipsius vnitatē: vt sunt septimus tertiusdecimus decimusnonus ꝛ vicesimusquintus:illū eē quadratū cubicum: quadratū quidē qm̄ eius locus impar : cubū aūt qm̄ sup multiplicem ternarij addit vnitatem quippe senarij multiplices cūctos ternarij necesse est eē multiplices.Que aūt ꝓposita sunt sic constāt.Est eni ex ypothesi.a.in.b. quotiēs vnitas in.a.itaq3.b.ex diffinitione quadratus:q2 igit̄.b.c.d.sūt cōtinue proportionales cū.b.sit quadratus p3 ex. 17.vel.20.octaui.d.esse quadratum. Eadem rōne et f.q2.d.e.f.sunt ꝯtinue ꝓportionales:et.d.est quadratus:idem in ceteris vno itermisso:ꝯstat itaq3 primū. Scđm sic cū sit.b.in.c.quotiēs.a.in.b.ex ypothe.sequit̄ a diffinitione vt ex.a.in.b.suū quadratum fiat.c.igit̄ ex diffinitiōe cubi.c.est cub⁹. At q2.c.d.e.f.sūt ꝯtinue ꝓportionales sed ꝛ.f.g.h.k.est aūt.c. cubus : necesse est per. 19.vel.21 .octaui vt.f.quoq3 sit cubus.ideoq3 ꝛ.k.idemq3 i ceteris duob⁹trāsmissis:q̄re liquet scđm.Qm̄ aūt.m.f.septimo ꝛ in.n.tertiodecimo o:ceterisq3 quinq3 medios obmittētib⁹.simplr̄ vero ꝛ in oībus quoꝝ loc⁹ semꝑ quēlibet multiplicē senarij addit vnitateȝ:terminant̄ quadratoꝝ ꝛ cuboꝝ cōputatiōes:in his quidem vni⁹:in illis aūt duoꝝ obmissione sequit̄ ipsos esse q̄dratos: ex huius prima ꝑte ꝛ cubicos ex scđa:quare quadrati cubici:constat ergo totum quod dicitur

Propositio. 9





Si numeris quotlibet ab vnitate cōtinua ꝓportionalitate dispositis vnitatē sequēs quadrat⁹ fuerit: ceteri quoq; oēs erunt quadrati. Si vero qui vnitatē sequitur fuerit cubus ceteri quoq; omnes erunt cubi.

Sint qui prius continue proportionales ab vnitate. sitq; .a. quadratus: dico omnes esse quadratos. aut sit idem cubus: tunc quoq; dico omnes eē cubos. b. eni constat esse quadratū p premissā: q: ergo. a. ad. b. sicut. b. ad. c. ex. 2 ꝛ. octaui sequit̄. c. esse quadratū. idē quoq; ex eiusdē. 17. vel. 20. potes arguere: de sequentibus autē idē eodēq; modo ꝓbabis: quare patet primū. Scdm autē sic. cū. b fiat ex. a. in se si fuerit. a. cubus erit per. 3. ipse quoq; cubus. c. vero constat esse cubum per premissam. itaq; per. 23. octaui. d. omnesq; sequentes cubicos esse probabis: est eni. a. ad. b. sicut. c. ad. d. Idem quoq; arguere potes ex. 19. vel 21. eiusdem sunt eni. a. b. c. d. sed et. b. c. d. e. singuliq; quatuor continue sumpti continue proportionales.

Propositio 10.

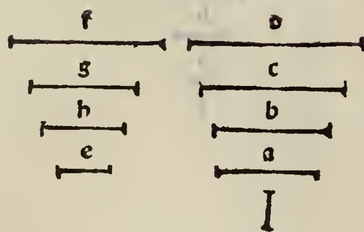


Si numeris quotlibet ab vnitate continua ꝓportionalitate dispositis vnitatē sequēs non quadratus fuerit. non erit aliorū quisq; quadratus exceptis ab vnitate: tertio ex his qui deinceps vno semp̄ itermisso reperiunt̄ tetragoni. Si vero secūdus ab vnitate nō fuerit cubus: nullus ceterorū erit cubus exceptis ab vnitate quarto: ꝛ deinceps his qui duorū semp̄ itermissione formantur cubicis.

Hec ex opposito subiecti premisse infert ptem oppositi passionis. dico aūt partē qm̄ ex. 8. ꝯstat oīs impares esse quadratos. omnesq; quorū locus sup ternarium vel quēlibet ipsius multiplicē addit vnitatē esse cubos. sint itaq; qui prius ab vnitate ꝯtinue proportionales nō sit autē. a. quadratus sed nec cubus. dico nullum ex oibus esse quadratum: aut cubicū nisi quos octaua proponit. si eni quis alius ponatur quadratus sequit̄ p. 22. octaui. a. esse quadratū. Qd si cubus sequit̄ per. 23. eiusdem. a. esse cubum quorū vtrūq; contrarium est ypothe. Constat ergo ꝓpositū.

Propositio .11.



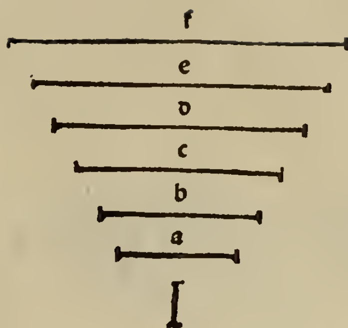


Si numeris quotlibet ab vnitate cōtinua ꝓportionalitate dispositis aliquis numer⁹ primus vltimum numeret: eum quoq; qui vnitatē sequitur numerare necesse est.

Sint vsq; ad. d ꝯtinue proportionales ab vnitate. sitq; .e. numer⁹ primus de quo ponat̄ ipsū numerare. d. dico ꝙ idem numerabit. a. Nā si nō erit ad ipm prim⁹ p. 32. sep. ꝛ q: ex. a. i se fit. b. sequit̄ ex. 26. eiusdē ut ipē quoq; sit prim⁹ ad. b. sed ꝛ ad. c. ꝛ ad. d. sequit̄ ipm eē pmū. p. 25. eiusdē: eo ꝙ ex. a i. b. fit. c. ꝛ ex eodē in. c. d. nō ergo numerat. d. cū sit primus ad ipm: qre accidit ꝯ̄riū ypoth. Idē aliter cū sit. e. prim⁹ si nō numerat. a. p̄mus erit ad ipm p. 32. sep. itaq; p. 32. eiusdē erūt minimi i sua ꝓportione: q: aūt. e. ex ypoth. numerat. d. sit vt ƀm. f. ꝯstat vero ꝙ ex. a. in. c. fiat. d. ergo p secūdā ptē. 20. sep. erit. a. ad. e. sicut f. ad. c. q̄re p. 21. eiusdē. e. numerabit. c. ꝛ sit ut ƀm. g. ꝛ q: ex. a. i. b. fit. c. sequit̄ quoq; per easdem ꝛ eodē mō ut. e. numeret. b. esto ergo ꝙ ƀm. h. ꝛ qm̄ rursus ex. a. in se fit. b. necesse est iterū per easdē ut. e. numeret. a. sed positū erat non numerare ꝗ accidit impossibile.

Propositio .12.

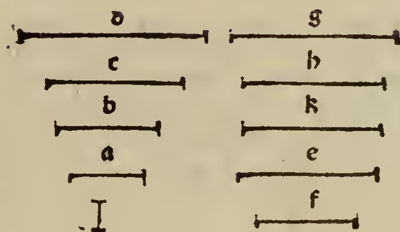

N numeris ab vnitate ꝯtinue ꝓportiōalib⁹ minor maiorē numerat ſm aliquē i illa ꝓportionalitate diſpoſitum. ¶ Sint ab vnitate vſq; ad.f.cōtinue ꝓportionales.dico nullū ipſoꝝ numerare.f.niſi ſm aliquē alioꝝ:cōſtat eni ꝙ.e.numerat ipſū.f.ſm a.eſt eni.e.ad.f.vt vnitas ad.a.ſed ꝛ.d.numerat eūdē.f.ſm.b.ē nāq; ꝑ equā ꝓportionalitatē.d.ad.f.vt vnitas ad.b. De.c.quoq; patet eodē mō ꝙ ſecūdū ſe ipſū numeret eum. Econuerſo quoq;.a.numerat eū ſm.e.eo ꝙ ſicut vnitas ad.e.ita.a.ad.f.b.vero ſm.d.eſt eni vt vnitas ad.d.ita.b.ad.f. veꝝ igiṫ eſt ꝙ ꝓponitur. Quippe quotus quiſq; qui proponiṫ vltimū numerare fuerit ſub vltimo ſm totum ſupra vnitatem:numerare ipſum conuinciṫ ꝑ equā proportionalitatem ꝛ diffinitionem.

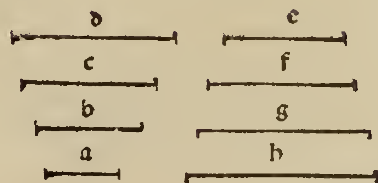


Propoſitio 13

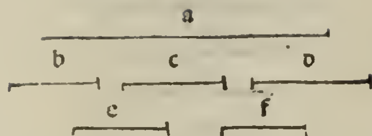

Uotlibet numeris ab vnitate cōtinue ꝓportionalibus ſi qui vnitatem ſequitur fuerit numerus primus maximum eorum niſi de numeris in illa proportionalitate diſpoſitis nullus numerabit.

¶ Sint vt prius vſq; ad.d.continue proportiōales ab vnitate.ſitq; a.numer⁹ prim⁹:dico ꝙ nullus numerabit vltimū nec ſimplr̄ aliquē eoꝝ niſi aliqs eoꝝ qui antecedit vltimū vel eū qui poniṫ numerari. Sit eni ſi poſſibile ē.e.diuerſus ab eis qui numeret.d.qui ſi fuerit primus ꝑ.11.numerabit.a.non igiṫ ē.a.ꝑm⁹ quod ē ꝯ ypoth. Si aūt ipſe fuerit cōpoſitus neceſſe ē per.30.ſeptimi:vt aliqs primus nūeret eū qui nō erit niſi.a. Nā ſi ē alius ab.a.vt.f.cū neceſſe ſit ipſū nūerare d.argueṫ etiā eūdē numerare.a.ꝑ.11.ſic quoq;.a.nō erit ꝑmus. Eſt igiṫ.a.primus numerās.e.qm̄ aūt.e.nūerat.d.ſit vt ſm.g.eritq; ꝑ ſcdā ptē.20.ſep.a.ad.e.ſicut g.ad.c.ſit eni.d.ex.a.i.c.q̄re cū.a.numeret.e.ꝛ.g.numerabit.c.ſitq; ut ſm.b.ſequiṫq; ut.a.numeret.g.ſicut ſeq̄baṫ vt numeraret.e.alioquin ſi.g.quidē ē ꝑm⁹ cū numeret.c.ſequiṫ ꝑ.11.ipſū numerare.a. Si aūt cōpoſitus ꝑ eādem ſequiṫ numerū primū numerantē.g.numerare.a.quod ē incōueniēs.itaq;.a.numerat eū.ſequiṫ ergo ꝑ ſecundā ptē.20.ſeptimi vt.b.numeret quoq;.b.eo ꝙ tā ex.a.in.b.q̄ ex.g.in.b.ꝯſtat ꝓduci.c.numeret.b.itaq; ipm ſm.k. Conſtat aūt vt pri⁹ de.g.ꝙ.a.numeret.b. Nā ſi nō nō erit.a.prim⁹ itaq; ꝑ ſecūdā ptē.20.ſep.ſeq̄ṫ ut.k.numeret.a ſit eni tā ex.a in ſe q̄ ex.b.i.k.b. Manifeſtū ē autē.k.nō eſſe.a.nullus eni numeroꝝ.g.b.k.ē aliquis ex.a.b.c.d.ſi eni.g.eſſet aliquis ex eis cū ipe numeret.d.ſecundū.e.eēt ꝑ ꝑmiſſā.e.quoq; aliquis ex eis.ſ; nō erat: nec igiṫ.g.ſilr̄ cū.b.numeret.c.ſm.g.nō erit.b.aliquis ex.a.b.c. Nam eſſet.ꝑ ꝑmiſſā ꝛ.g.oſtēſum ē autē; ꝙ non :nec igiṫ.b.eadē rōne nec.k.cū eni ipſe numeret.b.ſecundū.b.ſi ipſe eēt.a.cōuinceret ꝑ ꝑmiſſā.b.quoq; eē.a. At nō erat:nec igiṫ.k.erit.a.numerat autē ipſum Nō ē itaq;.a.prim⁹ qḋ ē impoſſibile. ¶ Aliter idē ſi.e.diuerſus ab.a.b.c.d.numerat d.ſit vt ſecundū.f.ꝛ qr.a.numerus primus numerat.d.ꝓductū ex.c.in.f.ſequiṫ ex 33.ſep.ꝙ ipſe numeret.c.vel.f.numeret.ergo.c.q: igiṫ tā ex.a.i.c.q̄ ex.e.in.f.ſit d.erit per ſecundā partē.20.ſeptimi.a.ad.e.ſicut.f.ad.c.numerat itaq;.f.c.ſit vt ſecundū.g.eritq; per.33.ſeptimi ut.a.quoq; numeret.f.vel.g.ſitq; ut.f.ſequiṫq; per ſecundam partem.20.eiuſdem vt.g.numeret.b.ſitq; ut ſecundum.b.ut prius igitur.a.numerabit.g.vel.b.ꝛ ſit vt numeret.g.b.ergo per ſecundam ptē.20.numerabit.a.ſi itaq;.b.non ē equalis.a.non erit.a.primus :quod ē ꝯtra ypoth. Si autē equalis erit vnuſquiſq; numeroꝝ.g.f.e.aliquis ex.a.b.c.d.ꝑ ꝑmiſſā quo



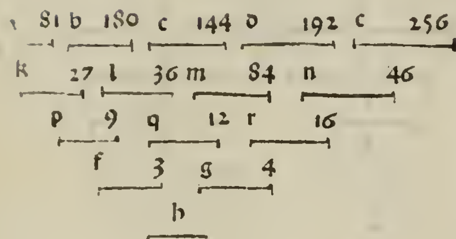


tiens opoꝛtet aſſumptam. Non eſt igiẜ.e.diuerſus ab eis:qꝺ eſt etiã cõtra ypothe. itaqȝ conſtat veꝝ eſſe qꝺ pꝛoponiẜ. Pꝛopoſitio .4.



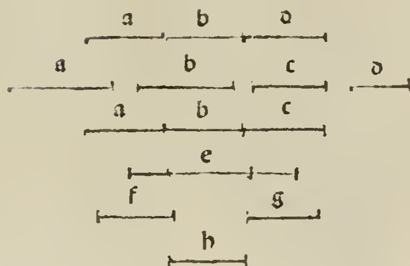
Si ꝓpoſitus fuerit numer⁹ minus quē numerāt pꝛimi aſſignati nō numerabit eū aliquis numerus pꝛimus pꝛeter illos aſſignatos:

ℭSit.a.minimus numerus numerat⁹ a numeris pꝛimis qui ſūt.b.c.d.dico ꝙ alius pꝛimus ꝑter eos nō numerabit.a. Sin autem ſit.e pꝛimus numerãs eū ẜm.f.qꝛ ergo quilibet numeroꝝ.b.c.d.numerat .a.ꝓductū ex e.in.f.ē autē quilibet eoꝛum pꝛimus ſequitur ex.33.ſeptimi:vt quilibet eoꝝ numeret.e.vel.f.ſed.e.nullus numerat cū ſit pꝛimus:quilibet ergo eoꝝ numerat.f.ſcum itaqȝ ſit.f.minoꝛ.a.vtpote qui numerat eū ẜm.e.nō erit.a. minimus numeratus ab illis qꝺ eſt inconueniens. Pꝛopoſitio .15.



Si quotlibet numeri continue pꝛopoꝛtionales ẜm ſuã pꝛopoꝛtionē fuerint minimi: quicūqȝ aliquē illoꝛū numerat alteri terminoꝛū illius ꝓpoꝛtionis erit cōmenſurabilis

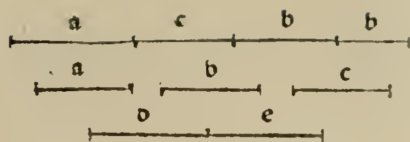
ℭSint.a.b.c.d.e. cõtinue ꝓpoꝛtionales ⁊ minimi ẜm ꝓpoꝛtioneȝ f.ad.g.qui ſint in ſua ꝓpoꝛtione minimi:⁊ ponatur.b.numerare.c. dico ꝙ.b.eſt cōmenſurabilis.f.vel.g.ſumanẜ eni in eadē ꝓpoꝛtione quatuoꝛ minimi qui ſunt.k.l.m.n.cōſtat aūt ex ſcꝺa octaui ꝙ ex.f.in.m.fit.c.alioquin cōtingeret eſſe minus minimo qꝺ eſſe nō poteſt.itaqȝ per coꝛꝛel'.33.ſeptimi erit. b.cōmenſurabilis.f.vel.m.ꝙ ſi.f.cōſtat ꝓpoſitum:ſi aūt.m.ſumanẜ in eadē ꝓpoꝛtione tres minimi qui ſint.p .q.r.eritqȝ ex ſcꝺa octaui vt. m.fiat ex.f.in.r. ne minus mimo aliqꝺ eē cogamur cōcedere :q̄re per pꝛedictū coꝛꝛel'.b.ē cōmenſurabilis.f.vl' r.ſed nō erat.f.ſic eni conſtabat pꝛopoſitū :cōmenſurabilis igitur ē. r. qui cum ex ſecūda octaui fiat ex.g.in ſe ſequitur ex dicto coꝛꝛel'.ut.b.ſit cōmenſurabilis.g. qꝺ eſt pꝛopoſitum. Pꝛopoſitio .16.



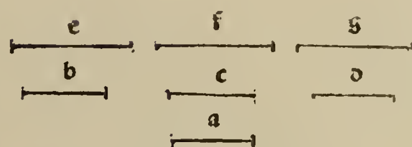
Si fuerint numeri quotlibet cõtinue pꝛopoꝛtionales ĩ ſua pꝛopoꝛtione minimi quilibet eoꝛuȝ ad compoſitum ex reliquis pꝛimis eſſe neceſſario compꝛobatur.

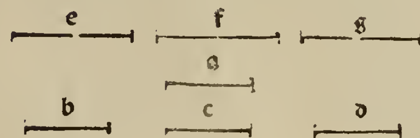
ℭSint.a.b.c.d.cōtinue ꝓpoꝛtionales ⁊ minimi.dico cõpoſitū ex.a b.c.pꝛimū eſſe ad.d.Si eni nō numerabit aliquis numerus qui ſit.e cõpoſitū ex.a.b.c.⁊.d.ꝑ ꝓmiſſã igiẜ erit.e.cõicans alteri terminoꝝ illius ꝓpoꝛtionis qui ſunt.f.⁊.g.erit itaqȝ numer⁹ aliqs numerãs.c.⁊ alterum duoꝛum.f.g. qui ſit.b.quia ergo.b.numerat.e.numerabit.d.⁊ cōpoſitum ex.a. b.c. ⁊ quia numerat.f.vel.g.quoꝛū vterqȝ numerat vtrūqȝ medioꝛum ⁊ ſimpliciter oēs ſi plēs duobus ſint:ex ſecūda octaui ſequiẜ ut ipſe numeret.b.⁊.c.ergo ⁊.a.qꝛ numerat totum a.b.c.nō ſunt igiẜ.a.⁊.d.ꝯ ſe ꝓmi qꝺ ē incōueniēs p.3.octaui:ſilr quoqȝ conſtabit ꝓpoſitū ex.a.b.d.ꝓmū eē ad.c.ſi eni vt pꝛius.e.numerat ābos ſequiẜ ꝑ ꝓmiſſam ut aliquis numerus qui etiã ſit.b.numeret.e.⁊ alterū duoꝛū.f.g.itaqȝ.b.numerat c.⁊ totū.a.b.d.ſed ⁊.b.cū vtraqȝ radicū numeret omnes medios :igiẜ ⁊ cõpoſitū ex.a.⁊.d.⁊ qꝛ neceſſario numerat alterū duoꝛū.a.d.cū numeret alterū duoꝛū.f.g. numerabit ⁊ reliquū.Nō ſūt igitur a.⁊.d.cõtra ſe pꝛimi:⁊ ita idē ut pꝛi⁹.ℭDemōſtrãt aūt idē aliter de trib⁹ cõtinue ꝓpoꝛtiõalib⁹ ⁊ mīmis ſine aminiculo ꝓmiſſe ꝓbãt eni ex quibuſqȝ duob⁹ cõpoſitū ꝓmū eē ad reliquū.ſint itaqȝ.3.cõtinue ꝓpoꝛtionales ⁊ mimi.a.b.c.quoꝝ termini.d.⁊.e.dico tūc compoſitum ex.a.⁊.b.pꝛimū

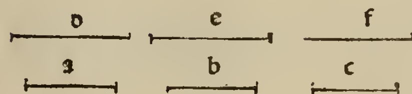
esse ad.c.⁊ cōpositū ex.b.⁊.c.ad.a.itēq; ex.a.⁊.c. ad.b. manifestū enim est ex se/cunda octaui qđ ex.d.in se fit.a.⁊ in.c.fit.b. ⁊ ex.e. in se. c.⁊ ex.22.septimi.qđ.d. ⁊.e.sūt cōtra se primi:itaq; ex pma pte.29.eiusdē erit tot⁹.d.e.pm⁹ ad vtrūq; cox q: igit vterq; duox numerox.d.⁊.d.e.prim⁹ ē ad.e.erit p.25.eiusdē qui ex.d.in.d e.pducitur ⁊ ipse ē cōpositus ex.a.⁊.b.pmus ad.e.sequit ergo p.26.eiusdē.ut etiā cōpositus ex.a.⁊.b.sit pm⁹ad.c.fit eni.c.ex.e.i se ¶ Similī quoq; demōstratōe p/babis cōpositū ex.b.⁊.c.pmū esse ad.a. At vero cōpositū ex.a.⁊.c.pmū esse ad.b: sic babeto: cū sit eni vterq; duox.d.⁊.c.pmus ad totum.d.c.erit p.25.septimi qui ex.d.in.c.pducit: ⁊ ipse est.b.pmus ad.d.e.itaq; p.26.eiusdē qui ex. d. c.in se p/uenit: ⁊ ipse est qui cōponit ex.a.⁊.c.⁊ duplo.b.primus erit ad.b.sequit ergo com positū ex.a.⁊.c.pmū esse ad.b.necesse eni ē ut ex duobus cōpositus cū primus fue rit ad vnū cox ex quib⁹ componit: sit primus ad reliquū: demonstratum aūt ē hoc supra.29.septimi. Oportet aūt stabilire ad robur istius demonstratiōis compositū ex.a.⁊.b.pduci ex.d.in cōpositū ex.d.⁊.e.supposito q ex.d.in se fit.a. ⁊ ex eodē in.e.b.itēq; q ex.d.e.i se pducat cōpositū ex.a.⁊.c.⁊ duplo.b.supposito eo quod prius ⁊ q ex.e.in se fit.c.huius itaq; grā pponim⁹ hec demonstrāda.

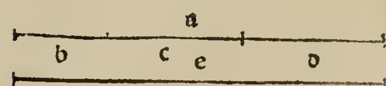


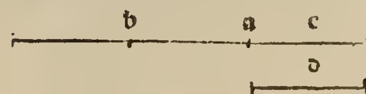
¶ Qđ fit ex ductu vni⁹numeri i quotlibet tantū ē: quantū qđ ex ductu eiusdē i cōpositū ex illis. ¶ Idē pponit pma scđi de lineis. Sit eni ut ex.a.i.b ⁊ in.c.⁊ in.d.pueniant.e.⁊.f.⁊.g.dico q ex.a.in cōpositū ex. b.⁊. c.⁊. d.puenit cōpositū ex.e.⁊.f.⁊.g.sequit eni ex cōuersione diffinitionis eius qđ multiplicat ut tota pars sit.b.c.⁊ tota.e.f.sed ⁊.d.tota.g.quota ē vnitas.a. per quintā itaq; se/ptimi: tota quoq; ps erit cōpositus ex.b.⁊.c.⁊.d.compositi ex.e.⁊.f.⁊.g.quota est vnitas.a.ergo per diffinitionē ex.a.in cōpositū ex.b.⁊.c.⁊.d.fit cōpositus ex.e.⁊ f.⁊.g.qđ est propositū. ¶ Qđ fit ex ductu quotlibet numerorum in vnum equū ē ei qđ fit ex cōposito eorū in eundē. ¶ hoc ē cōuersū eius qđ modo demonstratū ē: vt si ex.b.⁊.c.⁊.d.in.a.fiant.e.⁊.f.⁊.g.fiet quoq; cōpositus ex cō posito i eundē: qđ ex.17.septimi ⁊ pdemonstrato facile cōcludit. ¶ Qđ fit ex du ctu quotlibet numerox in quotlibet alios: equū est ei qđ fit ex cōposi to horum in compositū illox. ¶ Ut si.a.b.c.multiplicēt.d.e.f. quilibet quē/libet: iunganturq; pducta.dico aggregatū ex productis esse equale pducto ex cōpo/sito ex.a.⁊.b.⁊.c.in cōpositū ex.d.⁊.e.⁊.f. est eni p premissam qđ fit ex cōposito ex.a.b.c.in.d.quātū qđ ex singulis in illū.d.sic ⁊ in.e.⁊ in.f.ex cōposito aūt horū a.b.c.in quēlibet illox.d.e.f.p ante pmissā fit quātū ex cōposito in cōpositū.itaq; constat ppositū. ¶ Numero in quotlibet ptes diuiso: tantū est qđ fit ex toto eo in se: quantū qđ ex eo in omnes suas ptes. ¶ Idē pponit scđa se/cundi de lineis.vt si.a.diuidat in.b.⁊.c.⁊.d.dico qđ tantum fit ex.a.in se quantū in oēs illos.b.c.d.posito eni.e.equali.a.constat ex prima hax incidentiū tm̄ fieri ex.e.in.a.quātū in oēs ptes.a.sed p cōcept.ex.e.in.a.fit quātum ex.a.in se.⁊ ex.e in ptes.a.quātū ex.a.in easdē. Manifestū ergo ē vex esse qđ dicit. ¶ Numero in duo diuiso qđ fit ex toto in alterum diuidentium: tm̄ est quantū qđ ex eodem in se ⁊ in alterum. ¶ Idem proponit tertia scđi de lineis. Sit eni.a diuisus in.b.⁊.c.dico tm̄ fieri ex.a.in.c.quātū ex.c.in se.⁊ in.b. Nam qđ ex.a.i.c. ē quātū qđ ex.c.in.a.p.17.septimi.sumpto itaq;.d.equali.c.erit.a.in.c. quantum d.in.a. At per primā harū.d.in.a.ē quantū in.b.⁊.c.q: ergo.d.in.a.⁊ i.b.⁊.i.c.ē quantum.c.in.a.⁊ in.b.⁊ in se propter equalitatem.c.⁊.d.constat propositum.











¶ Numero in duo diuiso qđ ex ductu totius in se: est quantum qđ ex ductu vtriusq3 diuidentium in se ⁊ alterius eorum bis in alterum.



¶ Idem ꝑponit quarta scđi de lineis vt si .a. diuidatur in .b. ⁊ .c. dico tm̄ fieri ex .a. i se. quātū ex .b. in se. ⁊ .c. i se ⁊ ex .b. bis in .c. est eni per quartam harum ꝙ ex. a. in se quantū qđ ex eo in .b. ⁊ in .c. ex eo autē in .b. per premissā est quantū ex .b. in se. ⁊ in .c. at ex .a. in .c. per eandem est quantum ex .c. in se. ⁊ in .b. ⁊ q2 ex .c. in .b. tā tum est quantum ex .b. in .c. per .17. septimi. liquet verum esse quod proponitur.

¶ Numero per duo equalia duoq3 inequalia diuiso quod fit ex maiori inequalium in minorem cum quadrato intermedij equum ē quadrato medietatis totius.



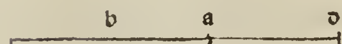
¶ Idem proponit de lineis quinta secundi: vt si .a.b. diuidatur in duos numeros equales qui sint .a.c. ⁊ .c.b. itemq3 in duos inequales quoꝝ sit maior .a.d. ⁊ minor d.b. dico ꝙ illud qđ fit ex toto .a.d. in .d.b. cū quadrato .c.d. equale est q̄drato .c.b per premissam enim quadratū .c.b. est equale quadrato .c.d. ⁊ quadrato. d.b. ⁊ ei qđ fit ex .b.d. in .c.d. bis: sed ex .b.d. i se ⁊ i .c.d. tm̄ fit quātū i .c.b. ꝑ p̄mā haꝝ: ⁊ idē quātū i .a.c. itaq3 ex .b.d. in se ⁊ in .c.d. bis quātū ex ipso .b.d. i .a.d. ꝑ eādē igitur quadratū .c.b. sup̄at id qđ fit ex .b.d. in .a.d. in q̄drato .c.d. cōstat ergo propositū.

¶ Cum fuerit numerus in duo eq̄lia diuisus eiq3 alius numerus adiūctus: qđ fit ex ductu totius compositi in adiunctum cum quadrato medietatis equum est quadrato compositi ex dimidio ⁊ adiuncto.



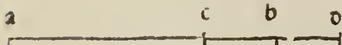
¶ Idem proponit sexta secundi de lineis: Sit eni .a.b. diuisus in duos equales numeros qui sint .a.c. ⁊ .c.b. addaturq3 ei numerus .b.d. dico illud qđ fit ex toto .a.d in .d.b. cū quadrato .b.c. esse equale quadrato .c.d. est enim ex sexta harū quadratū .c.d. equale quadrato .d.b. ⁊ q̄drato .b.c. ⁊ ei qđ fit ex .d.b. in .b.c. bis: s3 per primā haꝝ ex .b.d. in se ⁊ in .b.c. bis est q̄ntū ex: b.d. in .d.a. Sūt eni .a.c. ⁊ .c.b. eq̄les. itaq3 q̄dratū .c.d. sup̄at id qđ fit ex .b.d. in .d.a. in q̄drato .c.b: qđ ē ꝑpositum

¶ Cū numerus in duo diuidit̄ qđ fit ex toto in se cū eo qđ ex altero diuidētiū in se: ē equū ei qđ ex toto in eundē bis cū eo qđ ex altero i se.



¶ Idem proponit septima scđi de lineis. Sit eni numerus .a. diuisus in .b. ⁊ .d. dico quadratū .a. cū quadrato .d. tm̄ esse quātum qđ fit ex .a. in .d. bis cum quadrato b. constat quidē ex sexta haꝝ ꝙ quadratum .a. tantū ē quantū quadratū .d. ⁊ quadratum .b. ⁊ qđ fit ex .d. in .b. bis: itaq3 quadratum .a. cum quadrato .d. tm̄ ē quantum qđ ex .d. bis in se. ⁊ bis in .b. cum quadrato .b. sed ex .d. bis in se ⁊ bis in .b. fit quantum ex .d. bis in .a. per primam harum: ergo quod fit ex .d. bis i .a. cū quadrato .b. est quantum quadratum .a. cum quadrato .d. quare patet propositum.

¶ Cum fuerit numerus in duo diuisus eiq3 equalis vni diuidentium additus: quadratum totius compositi equum est quadruplo eius qđ fit ex priori in additum cum quadrato alterius.

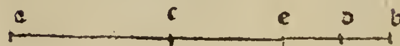


¶ Idem proponit octaua scđi de lineis. Sit numerus .a.b. diuisus in. a.c. ⁊ .c.b. cui addatur .b.d. qui ponatur equalis .c.b. dico quadratum .a.d. tantum esse quātum est id quod fit ex .a.b. in .b.d. quater cum quadrato .a .c. est nanq3 per sextam haꝝ quadratum .a.d. equum quadrato .a.b. ⁊ quadrato .b. d. ⁊ ei qđ fit ex .a. b. in b.d. bis: ⁊ quia quadratum .b.d. est equale quadrato .c.b. erit quadratū .a.d. equale quadrato .a.b. ⁊ quadrato .c.b. ⁊ ei qđ fit ex .a.b. in .b.d. bis: per p̄missam autē est quadratum .a.b. cum quadrato .c.b. quantum quadratum. a. c. cū eo quod fit

ex.a.b.in.b.c.bis:itaq3 quadratum.a.d.tantū ē quātū qd ex.a.b.in.b.d.bis ⁊ ex a.b.in.b.c.bis cū quadrato.a.c.⁊ qꝛ ex.a.b.in.b.c.tm̄ fit quantū in. b.d. constat verꝫ eē quod ꝓpositum est. ¶Cum fuerit numerus in duo equalia duo/q3 inequalia diuisus: quadrata amboꝝ inequalium pariter accepta duplum sunt quadrato medietatis ⁊ quadrato eius quo maioꝛ poꝛtio excedit minoꝛem pariter acceptis. ¶Idem pꝛoponit nona scdi de lineis Sit enim.a.b.diuisus ꝑ duos equales qui sint.a.c.⁊.c.b.⁊ ꝑ duos inequales qui sint.a.d.⁊.d.b.dico ꝙ quadrata duoꝝ numeroꝝ.a.d.⁊.d.b.pariter accepta sunt duplū duobus quadratis duoꝝ numeroꝝ.a.c.⁊.c. d.pariter acceptis. Est eni per sextam haꝝ quadratum.a.d.quantū quadratū.a.c. ⁊ quadratū.c.d.⁊ duplū eius qd fit ex.a.c.in.c.d.qꝛ aūt.a.c.ē equalis.c.b. erit quadratū.a.d.quantū quadratū b.c.⁊ quadratū.c.d. ⁊ duplū eius qd fit ex.b.c.in.c.d.itaq3 quadratū.a.d. cū quadrato.b.d.sunt quātū quadratū.b.c.⁊ quadratū.c.d.⁊ duplū eius qd fit ex.b.c.in c.d. ⁊ quadratū.b.d.duplū aūt eius qd fit ex.b.c.in.c.d.cū quadrato.b.d. ē equale quadrato.b c.⁊ quadrato.c.d.ꝑ.9.haꝝ ergo quadrata duoꝝ numeroꝝ.a. d.et d.b.sunt quantū quadrata duoꝝ numeroꝝ.b.c.⁊.c.d.duplicata:⁊ quia.b .c.⁊.c.a sunt equales:ꝑ3 ꝓpositū. ¶Cum fuerit numerus in duo equa diuisus aliusq3 adiunctus: quadratum totius cōpositi cum quadrato adiuncti duplum sunt ad quadratum medietatis ipsius cum quadrato compo/siti ex medietate ⁊ adiuncto. ¶Idē pꝛoponit.10.scdi de lineis.Sit eni3 nu/merus.a.b.diuisus in duos equales.a.c.⁊.c.b.sitq3 sibi adiunctus numerus.b.d. dico quadratū.a.d.cū quadrato.b.d.duplū eē ad quadratū.a.c.cū quadrato .c.d cū sit eni numerus.c.d.in duo diuisus sibiq3 sit.a.c.equalis vni diuidentiū addit⁹ erit per.10.haꝝ quadratū.a.d.quantū qd fit ex.c.d.in.c.a.quater cū quadrato.b. d.qꝛ vero.a.c.ē equalis.c.b.erit quadratū.a.d.quātū qd fit ex.d.c.i.c.b.q̄ter cū q̄drato.b.d.itaq3 quadratū.a.d.cū quadrato.d.b.erit quantū qd fit ex.d.c. in.c.b quater cū duplo quadrati.b.d.hoc aūt ꝑ.19.haꝝ duplū ē ad q̄dratū .c.d.cū q̄drato.c.b .cū igiť sit q̄dratū.c.b.equale quadrato.a. c.cōstat ꝓpositum. ¶Nu/merum aliquem ita diuidere ut qd ex toto ⁊ vna eius poꝛtione cōtine tur equum sit quadrato alterius est impossibile. ¶Qd.11.secundi pꝛo/ponit faciendum in lineis.demonstrat hoc impossibile esse in numeris. Sit enim quilibet numerus.a.b.dico impossibile esse ipsū sic diuidi ut pꝛoponitur:sic eni di uidereť ꝺm pꝛopoꝛtionē hab̄ntem medium ⁊ duo extrema:ut patet ex diffinitiōe ⁊.20.septimi.Si autem potest diuidatur in.c.sitq3.a.b.ad.b.c. sicut. b.c.ad .c.a. erit itaq3.a.c.minoꝛ.c.b.detrahatur igitur ab eo equalis sibi qui sit. c.d qꝛ igitur est pꝛopoꝛtio totius.a.b.ad totum.b.c.sicut.b.c detracti ab.a.b. ad.c. d. detra/ctum ab.b.c.erit eadem .a.c.residui.a.b.ad.b.d.residuum.b.c.quare .b.c. ad.c. d.sicut.c.d.ad.d.b.erit igitur.c.d.maioꝛ.d.b.detracto itaq3.d.c.de.c.d.ut sit.d. e.eq̄lis.d.b.erit etiā ꝓpoꝛtio.b.c.ad.c.d.sic.c.d.ad.d.e. q̄re sic.d.b.residui.c.b. ad.c.e.residuū.c.d.pōt igiť.c.e.detrahi ab.c.d.nō erit itaq3 finis isti⁹ detractiōis qd ē iposſibile.Nūc ad ꝓpositū reuertamur. Pꝛopositio .17.









Si fuerint duo numeri ꝯtra se pꝛimi quātus ē pꝛimus coꝝ ad scdm:tantū esse scdm ad tertium queq̄3 impossibile est. ¶Sint.a.⁊.b.contra se pꝛimi:dico impossibile esse aliquē eis in con tinua ꝓpoꝛtionalitate adiungi.Si eni3 pōt sit.c.qꝛ igiť.a.ad.b.sicut



b.ad.c.sunt aūt.a.⁊.b.in sua proportione minimi per .23.septimi: sequitur p.21. eiusdem ut.a.numeret.b.qui cum etiā numeret se: non erunt.a.⁊.b.contra se pri mi:quod est contrarium poni.

Propositio .18.

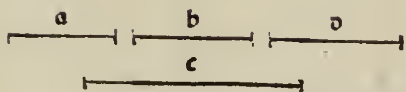

I quotlibet numeroꝝ cōtinue ꝓportionalium duo extre ma fuerint cōtra se primi quantꝰ est primus ad scðm tantū esse vltimum ad aliquem alium est impossibile.



¶ Sint.a.b.c.cōtinue proportionales.sintqꝫ.a.⁊.c.contra se primi dico ꝙ in eadē proportione non potest eis adiūgi alius. si eni potest sit.d.quia igitur ē.a.ad.b.sicut.c.ad.d.erit permutati.a.ad.c.sicut. b. ad.d. sunt antē.a.⁊.c.in sua ꝓportione minimi per.23.septimi itaqꝫ p.21.eiusdem.a. nume/ rat.b.quare etiam numerat.c.numeroꝝ enim continue proportionalium:si primꝰ numerat scðm: ipse numerat omnes ⁊ simpliciter quilibet precedēs quēlibet sequē tem.at q₂ etiam numerat se:non erunt.a.⁊.c.cōtra se primi: qð est inconueniens.

Propositio .19.

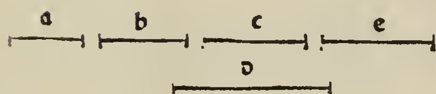

Ropositis duobus numeris an sit eis tertius cōtinue pro portionalis perscrutari.



¶ Sint.a.⁊.b.duo numeri propositi:volo inquirere an eis possit ter tius sub continua proportionalitate adiūgi.Igitur si ipsi sunt cōtra se primi impossibile est per.17.si vero cōpositi ducatur.b.i se.⁊ pro/ ueniat.c.quē si.a.numerat erit.si vero nō numerat non erit.Numeret enim eū sm d.qui erit quē querimus per.2.partem.20.septimi. sit ergo ut no n numeret eum est tamen ut.a.ad.b.sicut.b.ad.d.itaqꝫ q₂ ex.b.in se fit.c.sequitur per primā par/ tem.20.septimi.ut ex.a.in.d.fit idē.igitˀ.a.numerat.c.sm.d. sed erat positū ꝙ nō quare sequitˀ impossibile.

Propositio .20.

D Atis tribus numeris cōtinue proportionalibus an sit ali/ quis quartus eis continue proportionalis inquirere.



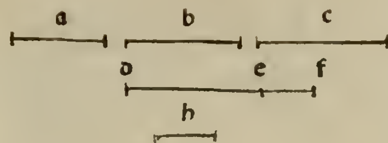
¶ Sint cōtinue proportiōales.a.b.c.volo inquirere an alius eis sub continua proportionalitate possit adiungi.igitur si.a.⁊.c.sunt ꝯtra se primi impossibile est per.18.si aūt cōpositus.sit.d.qui prouenit ex b.in.c.quē si numerat.a.erit.si vero nō numerat nō erit.numeret enim eum sm.e qui erit quē querimus:per scðam partem.20.septimi.sit ergo ut nō n meret eum. est tamen ut.a.ad.b.sicut.c.ad.e.itaqꝫ q₂ ex.b.in.c.fit.d.sequitur per primā ptem 20.septimi.vt ex.a.in.e.fit idem.ergo.a.numerat.d.sm.e.sed positū erat ꝙ non: Idē potes perscrutari quotlibet cōtinue proportionalibus propositis.si enim duo extremi sint cōtra se primi finem habet intentio per.18.si autem compositi: ducto scðo in vltimū si productum numeret primus:is scðm quē eū numerat est quē que rimus per scðam ptē.20.sep.si aūt primꝰ ꝓductū nō numerat nullꝰ erit: quotlibet eni posito p primā ptē eiusdē sm ipsū positū.numerabit primꝰ ꝓductū: qð positū erat nō numerare.

Propositio .21.

D Atis quotlibet numeris primus aliquē primū ab eis di/ uersum esse necesse est.

¶ Nihil aliud intenditˀ nisi ꝙ numeri primi sint infiniti demonstrare Sint eni.a.b.c.numeri primi.dico esse aliquē primū diuersū ab eis sit quidē.d.f.minimus quē numerāt cui addita vnitate fiat.d.g.qui

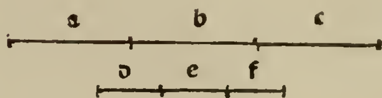
est primus aut compositus. si primus constat propositum. si compositus numerat cū aliquis primus qui sit. b. quē non est possibile esse aliquē ex primis propositis. si enī esset aliquis eo℞ cū quilibet ipso℞ numeret. d. f. ipse quoq3 numeraret eundē: at q2 numerat. d. g. oporteret ipsu3 numerare. f. g. qui est vnitas qd̄ est impossibile Idē sequitur posito. d. f. quolibet numero quē numerant. a. b. c. q̄re ꝯstat propositū



Propositio .22.

Si coaceruentur quotlibet numeri pares: totus quoq3 ab eis coaceruatus erit par.

¶ Sit quisq3 numero℞. a. b. c. par: dico ex eis cōpositū eē parem. habet enī ex cōuersione diffinitionis quisq3 eo℞ medietatē. sint ergo eorum medietates. d. e. f. q2 igitur sicut. a. ad. d. sic. b. ad. e. & c. ad. f. erit ex. 13. septimi sicut. a. ad. d. itaq3 tot9. a. b. c. ad totum. d. e. f. itaq3. d. e. f. est medietas. a. b. c. ergo per diffinitionem. a. b. c. est par: quod est propositum.



Propositio .23.

Si numeri impares numero pares coaceruent: totus quoq3 ex eis coaceruatus erit par.

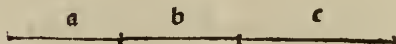
¶ Sit quilibet numero℞. a. b. c. d. impar: dico ex eis compositum esse parem: dempta enim a quolibet vnitate cōstat residuos esse pares: & q2 ille vnitates dempte cōponūt parē. cū sint numero pares: constat propositum per premissam.



Propositio .24.

Si numeri impares numero impares coaceruentur: totum quoq3 ex eis coaceruatum imparem esse.

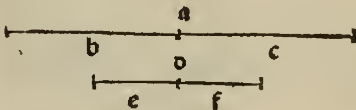
¶ Sit quilibet numero℞. a. b. c. impar: dico totū ex eis cōpositū esse imparem. erit enī per p̄missam cōpositus ex. a. & b. par: & q2. c. dempta vnitate est par erit per ante premissā totus. a. b. c. dempta vnitate par: per diffinitionem itaq3 constat totum esse imparem.



Propositio .25.

Si a numero pari numerus par detrahat reliquus erit par

¶ Sit totus. a. par a quo detrahat. b. qui quoq3 sit par: & residu9 sit c. dico. c. esse parē. sit enī. d. medietas. a. e. quoq3 sit medietas. b. detractoq3. e. de. d. sit reliquus. f. erit p. 13. septimi. c. ad. f. sicut. a. ad. d. quare. f. ē medietas. itaq3. c. est par: qd̄ est propositum.



Propositio .26.

Si a numero impari detrahat impar reliquus erit par.

¶ Sit. a. b. numer9 impar a quo detrahat. b. c. qui etiā sit impar: dico reliquum qui est. a. c. esse parē: detrahatur enī ab vtroq3 duorum numero℞. a. b. & b. c. vnitas q̄ sit. b. d. eritq3 vterq3 duo℞ residuo℞ q̄ sūt. a. d. & d. c. par. p p̄missā itaq3 constat. a. c. eē parē: qd̄ ē propositū.



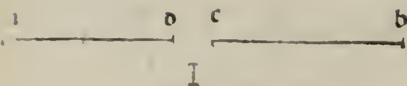
Propositio .27.

Si a numero impari numerū parē subtrahas qui relinquitur impar est.

¶ Sit. a. b. impar: a quo detrahatur. a. c. qui sit par: dico. c. b. residuū eē imparē. sit enī. b. d. vnitas: eritq3. a. d. par & q2. a. c. ē par erit p. 25 c. d. par cū itaq3 sit. d. b. vnitas erit. c. b. impar: qd̄ est propositum.



Propositio .28.




I de numero pari imparē tollas qui relinquitur impar est.
¶ Sit.a.b.par a quo tollatur.a.c.qui sit impar: dico.c.b.residuum esse imparē: subtrahatur enim ab.a.c.vnitas que sit.c.d.eritq3.a.d.par itaq3 per.25.d.b.quoq3 erit par.q2 igitur.d.c.est vnitas sequitur.c.b.esse imparē: qd ē ppositū. Propositio .29.


I numerus impar in numerū parem ducatur qui inde producetur erit par.
¶ Ex.23.manifestum est quod dicitur.

Propositio .30.

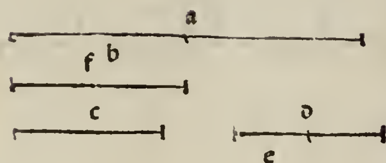

I in imparem ducatur impar qui producetur erit impar.
¶ Hec quoq3 ex.24.manifesta est.

Propositio .31.


I numer9 impar numerum parem numeret: numero pari eum numerabit.
¶ Si eni numero ipari eū numeraret ex ipari i imparē fieret par: qd ē icōueniēs p pmissā. Propositio .32.

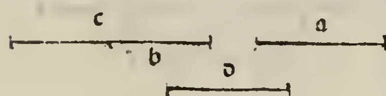

I impar imparē numeret impariter eum numerat.
¶ Si eni pariter eū numeraret ex numero impari i numerū parē fieret impar qd ē icōueniēs p.29. Propositio .33.


I numerus impar numerum parem metiatur eiusdē quoq3 dimidium ipsum metiri necesse est.
¶ Sit.a.numer9 par cuius dimidiū.b.sitq3.c.numer9 impar qui numeret.a.dico q.c.numerabit.b.numeret eni.a.fm.d.eritq3 p.31.d.numerus par. Esto igit̃ eius dimidiū.e.ducaturq3.c.in.e.z pueniat f.eritq3 p.18.sep.a.ad.f.sicut.d.ad.e.z q2 etiā est a.ad.b.sicut.d.ad.e. sequit̃.b.z f.esse equales.cū itaq3.c.numeret.f.idē numerabit.b.quod est propositum.



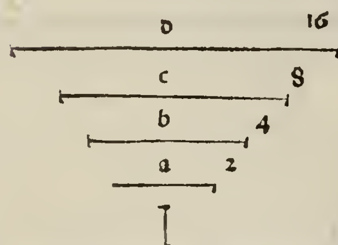
Propositio .34.


I numerus impar ad aliquē fuerit primus: idem ad eiusdē duplum erit primus.
¶ Sit.a.numerus impar primus ad.b.cuius duplū sit.c. dico q.a. ē primus ad.c.sin autem numeret eos.d.cūq3.a.sit impar sequit̃.d. esse imparē: quicūq3 eni iparē numerat impar est p premissam itaq3 d.numerabit.b.non sunt igitur.a.z.b.contra se primi: qd est contra ypothesi.



Propositio .35.

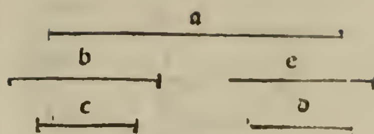

Umeri a duobus dupli sunt pariter pares tantum.
¶ Sint vnitas.a.b.c.d.cōtinue pportiōales.sitq3.a.binarius: dico oēs eos eē pariter pares eisq3 fm hanc pportionē in infinitū auctis nullū aliū eē parit̃ parē: de his quidē constat p diffinitionē cū p.12. quilibet pcedens numeret quēlibet sequētē p aliquē eoz.quos omnes oportet esse pares: z nullus alius numeret aliquē eoz per.13.eo q.a.qui ē binari9 vnitatē sequēs ē prim9. Qd aūt null9 ali9 ab his sit pariter par pstat: sic posito eni aliquo diuidat̃ i duas medietates eiusq3 medietas i duas: z hoc totiēs fiat quousq3 numer9 aut vnitas diuisionē ipediat qd necesse ē euenire p vltimā petitionē.si vero numer9 hāc phibeat ipse erit ipar q̄ cū numeret piter parē positū nō erat pit̃ par q̄ posit9 ē piter par.si aūt vnitas nō erit.15. ali9 a cōtinue duplis ab vnitate.



Propositio .36.

NUmerus cuius medietas est impar est pariter impar.

¶Sit .a. numerus cuius medietas que sit .b. sit impar dico .a. esse pariter imparé. sit eni .c. binarius manifestū itaq3 qm̄ ex .c. in .b. fit .a. sit aūt .d. quilibet numerus par numerās .a. qui numeret eū scd̄m .e eritq3 p scd̄am ptē .20. septimi .c. ad .b. sicut .c. ad .d. igit̄ .c. numerat b. nā q2 .c. numerat .d. erit itaq3 .c. numerus impar. erat eni ⁊ .b. p diffinitioné igit̄ a. est pariter impar.



Propositio .37.

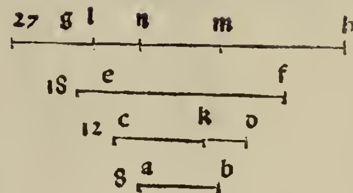
OMnis numerus a duobus nō duplus cuius medietas est par est pariter par ⁊ impariter.

¶Sit numerus .a. nō duplus a duobus cuius medietas que sit .b. ponatur par. dico ipsū esse pariter paré ⁊ ipariter. sit eni .c. binarius de quo manifestū é q ipse numerat .a. scd̄m .b. q2 vero .a. nō est duplus a duobus: necesse é si eius medietas que é .b. in alias duas medietates diuidat̄: medietatisq3 medietas in alias duas vt tandé occurrat numerus impediés diuisioné qui ,ppter hoc q diuisioné nō recipit erit impar. sitq3 is in quo sistit diuisio .d. in numero q̄ppe necesse é stari q2 si vsq3 ad vnitaté pueniret diuisio eēt .a. de numeris duplis a binario de quibus nō é: de .d. vero manifestū é q ipse numerat .a. p hanc cōem sciam: ois numerus numerās aliū numerat omné numeratū ab illo. Numeret ergo eū scd̄m .e. eritq3 .e. par. Alioquin cū .d. sit maior impar sequeret̄ p .30. a. eé imparé: q2 igit̄ .b. numerus par numerat .a. scd̄m .c. qui quoq3 é par est eni binarius At vero .c. numerus par numerat eādé scd̄m .d. q̄ é impar. ,pstat ex diffinitiōe numeꝶ a. eé piter paré ⁊ impiter: qd̄ é ,ppositū.

Propositio .38.

SI de scd̄o atq3 vltimo numeroꝶ cōtinue ,pportionalium equale primi dematur quantū é reliquū scd̄i ad primum tm̄ eé reliquū vltimi ad coaceruatum ex cūctis precedentibus necessario comprobatur.

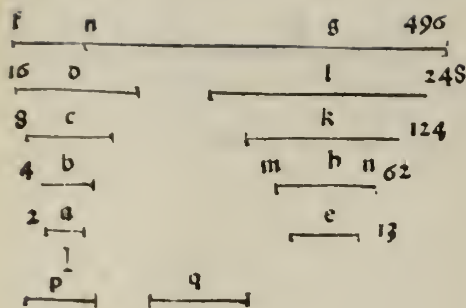
¶Sint ,ptinue ,pportionales .a.b.c.d.e.f.g.h. demat̄q3 de .c.d. eq̄lis .a.b. qui sit .c.k. ⁊ de .g.h. qui sit .g.l. dico tūc q ,pportio .k.d. ad .a.b. é sicut .l.h ad cōpositū ex .e.f.c.d. ⁊ .a.b. sumat̄ ex .g.h. equalis .e.f. qui sit .g.m. ⁊ eq̄lis .c.d. q̄ sit .g.n. eritq3 .l.n. eq̄lis .k.d. manifestū aūt é p .12. sep. q cū sit .g.h. ad .g.m. sicut g.n. ad .g.n. erit .h.m. residuū ad .m.n. residuū sicut .g.h. ad .g.m. ideoq3 sicut .e.f. ad .c.d. sili quoq3 mō erit .m.n. ad .l.n. sicut .c.d. ad .a.b. pmutatim igit̄ erit .h.m. ad .e.f. ⁊ .m.n. ad .c.d. sicut .n.l. ad .a.b. itaq3 cōiuncti p .13. sep. erit .l.h. cōpositus ex .h.m.m n. ⁊ .l.n. ad cōpositū ex .e.f.c.d. ⁊ .a.b. sicut .l.n. ad .a.b. ideoq3 sicut .k. d. ad .a.b. qd̄ est propositum.



Propositio .39.

CUm coaptati fuerint numeri ab vnitate cōtinue dupli qui cōiuncti faciāt numerū primū extremus eoꝶ in aggregatum ex eis ductus producit numerum perfectum.

¶Sint ab vnitate ,ptinue dupli .a.b.c.d. ex eis aūt ⁊ vnitate coaceruatus sit .e. qui ponat̄ eé numerus primus in quē .e. multiplicet̄ .d. ⁊ proueniat .f.g. dico .f.g. eé numeꝶ pfectū. Sumāt̄ igit̄ .h.k.l. ,ptinue dupli ad .e. ut tot sint .e.h.k.l. quot sint cōtinue dupli ad vnitaté sumpti. eritq3 p equā ,pportionalitaté .l. ad .e. sicut .d. ad .a. quare p primā ptē .20. sep. ex .a. in .l. ,puenit .f.g. Nā ipse f.g. ,puenit ex .d. in .e. ⁊ q2 .a. é binarius é .f.g. duplus ad .l. sunt igit̄ .e.h.k. l. ⁊ .f.g.



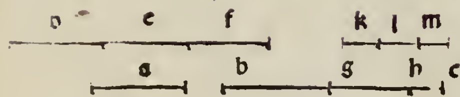
cōtinue ꝓportionales: demat igit̃ ex.b. equalis.c.qui sit .m.b.⁊ residuus.b. n.q̄ erit etiā eq̄lis.e.itēq₃ ex.f.g.demat̃ eidē equalis qui sit.f.n.eritq₃ ꝑ pmissam.n.g. quātū aggregatū ex.e.⁊.b.⁊.k.⁊.l.sed ⁊.f.n.cū sit equalis.c.ē quātū aggregatum ex.a.⁊.b.⁊.c.⁊.d.⁊ vnitate.itēq₃ totus.f.g.ē quantus aggregat⁹ ex oibus bis sc₃ a.b.c.d.⁊ vnitate ⁊ illis.e.b.k.l.de quibus oibus manifestū ē q̄ numerāt eū sc₃.f. g.c.quidē ꝑm.b.⁊.b.ꝑm.k.qd̄ ex pma ꝑte.20.sep.ꝓuincit adiuuāte equa ꝓportio/ tionalitate sicubi opus fuerit.Est enim ut.d.ad.c.sic.b.ad.e.⁊ ut.d.ad.b.sic.k.ad .e.ꝑ equam ꝓportionalitatē:quare ⁊ ex.c.in.b.⁊ ex.b.in.k.necesse ē ꝓuenire.f.g. quē dudū ꝓduxerat.d.in.e.si igit̃ nullus alius ab his numerat.f.g.i pse erit ꝑ dif/ finitionē₃ numerus pfectus. ℂ Quod autem nullus aljus eum numeret sic patet si eni hoc possibile ē sit.p.qui numeret eū ꝑm.q.eritq₃ ꝑ.33.sep:vt.c. numeret alteꝝ eoꝝ ponatq₃ q̄ numeret.p.⁊ q2 ꝑ scdam ꝑtē.20.sep.ē.q.ad.d.sicut e.ad.p.sequit̃ ut.q.numeret.d.quare cū.a.qui sequit̃ vnitatē sit primus ē eni binari⁹ erit.q.p.13 huius aut.a.aut .b.aut.c.quicunq₃ aūt hoꝝ fuerit erit.p.aut.l.aut.k.aut.b.si eni q.fuerit.a. constat q̄ p.erit.l.qd̄ si fuerit.b.p.erit.k.si aūt.c.p.quoq₃ erit.b.non ē igit̃.p.diuersus ab illis vt fuerat positū:relinquitur ergo q̄.f.g.sit numerus per/ fectus quod erat demonstrandum. Explicit liber Nonus Incipit liber Decimus



Quantitates quib⁹ fuerit vna quantitas cōis eas numerās: dicēt̃ cōicātes.quib⁹ vero nō fuerit vna cōis q̄ntitas eas numerās dicēt̃ i/ cōmēsurabiles.Linee i potētia cōicātes di/ cunt̃ quaꝝ supficies q̄dratas vna cōis supfici es nū erat.Linee icōmēsurabiles i potētia di cunt̃ quaꝝ supficies q̄dratas nō numerat vna cōis supficies:q̄ cū ita sint manifestū ē q2 oī linee posite multe alie sūt incōmēsurabiles. q̄dā i longitudīe tm̄.q̄dā i lōgitudine ⁊ potē tia.Dis aūt linea cū q̄ rōcinamur posita vo cet̃ rōnalis.Lineeq₃ ei cōicātes dicūt̃ rōnales: Eidē aūt icōicātes di cūt̃ irrōnales siue surde.Dis vero q̄drata supficiei de q̄ ꝑ ypotesī rōci namur dicit̃ rōnalis.Supficies vero ei cōicātes dicūt̃ rōnales. Eidē autem icommensurabiles superficies dicūtur irrationales siue surde Latera vero q̄ in illas q̄dratas possūt dicūt̃ rōnalia. ℂ Quālib₃ quā/ titatē totiēs posse multiplicari vt quālibet eiusdē generis quātitatem positam excedat. Propositio .1.



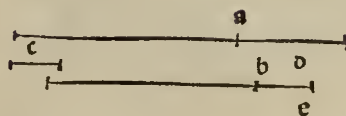
Si a duabus quātitatibus inequalibus ꝓpositis maius di midio a maiori detrahat̃.itēq₃ de reliquo maius dimidio demat̃ deinceps quoq₃ eodē mō:necesse ē vt tandē mino re positaꝝ minor quātitas relinquat̃. ℂ Sint due quan/ titates inequales.a.⁊.b.c.b.c.maior.dico q̄ totiēs pōt maius dimi dio detrahi a.b.c.vel eius residuo q̄ necesse erit relinqui quantitatē minorem.a. multiplicet̃ eni.a.quotiēs excedat.b.c.sitq₃ eius multiplex.d.e.f.maius.b.c.detra batur itaq₃.a.b.c.maius dimidio q̄ sit.b.g.itēq₃ ex residuo qd̄ est.g. c.mai⁹ dimi dio qd̄ sit.g .h.hoc quoq₃ totiens fiat quousq₃.b.c.diuisa sint in tot ꝑtes quotiēs a ꝑtinet̃ in.d.e.f.dico tunc q̄ vltimū residuū vt est hic.h.c.est min⁹.a. multiplicet̃



namq3.b.c.quotiens e multiplicata.a.i.d.e.f.sitq3 eius multiplex.k.l.m.q2 igitur vnaqueq3 quātitatū.k.l.m.e equalis.b.c.sequit ut z.k.sit minor.b.g.sed z.l.mior g.b.at q2.m.e equalis.b.c.erit p cōceptionē.k.l.m.minor.b.c.quare minor. d.e.f cū sit ergo.d.e.f.ad .a.sicut.k .l.m.ad.b. c.sitq3.d.e.f.maior.k.l.m. sequit p.14. quinti q.a.sit maior.b.c.qd e propositū. Ideq3 sequit si de.a.maiori dimidiū de mat.iteq3 de reliquo dimidiū: sitq3 totiens quousq3 maior diuidat in tot partes quotiens cōtinet minor in quolibet suo multiplice:maiorē posita4 quātūlibet excedente. ¶ Attendere aūt oportet q huic videt.15.tertij ɔdicere ppones angulū contingentie minorē fore quolibet angulo a duabus lineis rectis cōtento: posito enim angulo quolib3 rectilineo:si ab ipso maius dimidio demat.iteq3 de residuo maius dimidio: necesse videt hoc totiens posse fieri quousq3 angulus rectilineus minor angulo cōtingentie relinquat:cuius oppositū.15.tertij syllogizat:sed hi nō sūt vnivoce anguli:nō eni eiusdē sunt generis simplr curuū z rectū. At vero nec angulum contingentie totiens cōtingit sumi ut qualecūq3 rectilineū excedat: qd necessariū e ut ex prehabita demōstratione p3:ad hoc ut ɔñs ex antecedente sequat:planū ē etiā quelibet angulū rectilneū infinitis angulis contingētie esse maiorem.

Propositio .2.

Si fuerint due quantitates inequales detrahat q3 maiori equale minori donec minus eo supsit: ac deinde minori ipsius reliqui equale demat donec minus eo relinquatur denuo quoq3 reliquo primo eqle reliqui scdi donec minus eo supsit auferat:z in huiusmodi cōtinua detractione nullū reliquū qd ante relictū numeret:inueniat:eas duas quātitates. incōmensurabiles esse necesse est. ¶ Simile huic pposuit prima septimi i numeris. Sint due quātitates inequales.a.z.b.maior.a.quibus si fiat reciproca quoad pōt detractio:nō occurrat etiā si infinities fiat aliq qntitas detractiōe3 ipe diēs siue ante relictū numerās dico eas incōmēsurabiles esse. Sin aūt sit cōis ea4 mensura.c.detrahat igit.b.ex a.quotiēs pōt.sitq3 residuū.d.qd residuū detrahat ex.b.quotiens pōt z sit residuū.e. Fiatq3 totiens ista detractio quousq3 ex altera duarum quantitatū.a.z.b.remaneat minus.c.hoc eni necesse est esse possibile p pcedentē. Sitq3 hic.e.minus.c.cū igit.c.mēsuret.b.detractā ab.a.z etiā.a.mensurabit per cōceptionē.d.residuū.ideoq3 cū mensuret.d.detractū.a.b.z etiā ipsū.b. mensurabit.e.residuū.sed erat.e.minus.c.maior:ergo quantitas mensurat minorem.qd est impossibile.



Propositio .3.

Propositis duabus quantitatibus inequalib⁹cōicantibus maximā quantitatē cōiter eas numerantē inuenire. Ex hoc itaq3 manifestum est :que duas metitur quantitates maximam quoq3 cōmuniter ambas metientem metiri. ¶ Huius demonstrationem si scdam septimi non ignoras nō potes ignorare: pcessus eni vtrobiq3 idem.

Propositio .4.

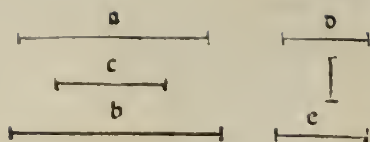
Propositis tribus quantitatibus cōmunicantibus maximam eas cōmuniter numerantem inuenire.
¶ Hec ex tertia septimi sic patet sicut premissa ex secunda septimi.

Propositio .5.



OMnium duarum quantitatum cōmunicantium est ꝓpor/tio tanq̃z numeri ad numerum.

¶Sint due quātitates.a.⁊.b.cōmunicantes:dico ꝙ earum ꝓportio est sicut alicuius numeri ad aliū numeꝝ.sit eni.c.maxima quantitas cōmuniter mensurans.a.⁊.b.reperta ut docet scđa huius:que men/suret.a.ſm numeꝝ.d.⁊.b.ſm numerū.c.eritq̃z.a.ad.c.vt.d.ad vnitatē:eo ꝙ sicut a.est multiplex.c.ita.d.ē multiplex vnitatis.ac.c.ad.b.vt vnitas ad.e.qm̃ sicut.c. ē submultiplex.b.ita vnitas ē sub multiplex.c.igitur per equā ꝓportionalitatem. a.ad.b.ut.d.ad.c.quod est propositum.



Propositio .6.



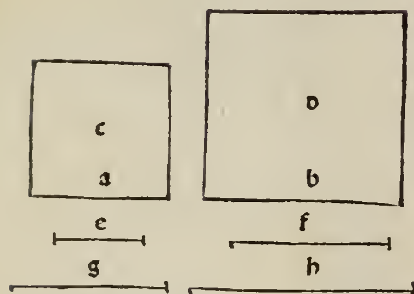
SI fuerint due quantitates quaꝝ sit proportio vnius ad al terā tanq̃z numeri ad numeꝝ:eas duas cōmunicantes esse necesse est.

¶hec est conuersa prioris ut si sit.a.ad.b.sicut numerus.c.ad nume rum.d.erunt due quantitates.a:⁊.b.ꝯmunicantes.sit eni.c.totiens mensurans.b.quotiēs est vnitas in.d.⁊ totiens mensurans.f.quotiens vnitas in c. Cum sit igitur.f.ad.c.ut.c.ad vnitatē.ac.e.ad.b.vt vnitas ad.d. erit ꝑ equam ꝓportionalitatē.f.ad.b.ut.c.ad.d.quare etiā ut.a.ad.b.igit̃ per primā partem.9. quinti.f.est equalis.a.cū itaq̃z.c.mensuret.f.per conceptionē mensurabit.a.igitur a.⁊.b.cōicantes:mēsurabat eni ⁊.b.quod est propositum.

Propositio .7.

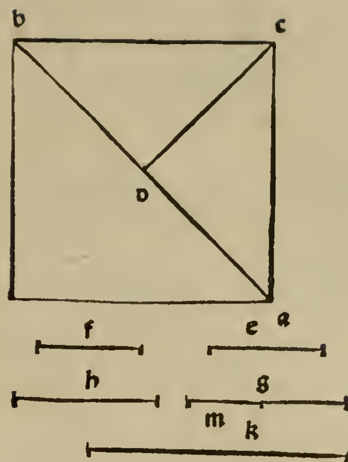


OMnium duarum superficierū quadrataꝝ quaꝝ latera in longitudine cōmunicant est proportio vnius ad alteram tanquā numeri quadrati ad numerū quadratum.Si vero fuerit proportio sup̃ficiei quadrate ad superficiem quadra tam:tanquā proportio numeri quadrati ad numerū qua/dratū: erunt latera earū in longitudine communicantia.Nō si fuerit ꝓportio superficiei quadrate ad superficiem quadratā:non velut nu/meri quadrati ad numerum quadratum:latera earum erunt in longitu dine incōmensurabilia.



¶Sint.a.⁊.b.due linee quadrate quaꝝ quadrata sint.c.⁊.d.dico ꝙ si.a.⁊. b.com municant in longitudine erit ꝓportio.c.ad.d.sicut numeri quadrati ad numerum quadratū ⁊ ecōuerso:si aūt ꝓportio.c.ad.d.nō sit sicut numeri quadrati ad nume rū quadratū.a.⁊.b.erūt incōmēsurabiles in longitudine ⁊ ecōuerso.Uerūtñ istud argumētū quartū nō proponit: Primū pz sic.si.a.⁊.b.cōmunicant i longitudine ipse per.5.erunt in proportione duoꝝ numeroꝝ qui sint.e.⁊.f.quoꝝ quadrati sint g.⁊.h.q̃ ergo ē.c.ad.d.sicut.a.ad.b.duplicata per.18.sexti:sequit̃ ut sit etiam.c. ad.d.sicut.e.ad.f.duplicata.sed etiā ē per.11.octaui.g.ad.h.ut.e.ad.f. duplicata ergo.c.ad.d.sicut.g.ad.h.qđ ē primū.Scđm sic:sit.c.ad.d.sicut.g.numerus qua/dratus ad.h.numeꝝ quadratū:dico ꝙ.a.⁊.b.erunt in longitudine cōicantes. Cū enim sit.c.ad.d.ut.a.ad.b.duplicata ꝑ.18.sexti.⁊.g.ad.h.ꝑ.11.octaui ut.e. ad.f. duplicata:quare ⁊ simpla.a.ad.b.sicut simpla.e.ad.f.ꝑ.6.igitur sunt .a.⁊.b.cōicā tes qđ est scđm. Tertiū vero pz ex primo a destructione cōsequentis. Silr̃ quartū patet ex scđo a destructione ꝯñtis. ¶Ex tertia ꝑte huiꝰ nota diameꝝ ēe incōmen/surabilē coste.Cū eni sit q̃dratū diameꝝ duplū q̃drato coste:dupla vero ꝓportio

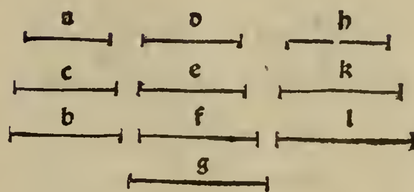
nō sit sicut numerorum q̄dratorum: seq̄r diametrum cē incōmensurabilē coste i lōgitudine Alioquin cū quaternarius sit numerus quadratus essent oēs pariter pares q̄drati et etiā alij infiniti qui nō sunt quadrati. Ducit aūt Arꝫ. ad istud inconueniens si diameter ponatur cōmensurabilis coste ꝙ impar numerus erit equalis pari: quod sic patet. Sit enim diameter.a.b.commensurabilis lateri.a.c. eritq; per.5.a.b.ad a.c.sicut aliquis numerus ad aliuꝫ. Sint ergo hij numeri.e.et.f.qui sint minimi in sua proportione: eritq; ob hoc alter eorum impar. Si eni vterq; par: nō erūt mini/mi: quadrati quoq; eorum sint.g.et.h. si ergo.e.ē ipar: erit quoq; ex.30.noni.g.ipar sit itaq;.k.duplus ad.h.eritq;.k.ex diffinitione par.q: igitur.a.b.ad.a.c.ut.e.ad f.erit per.8.sexti et.11.octaui quadratū.a.b.ad quadratū.a.c.ut.g.ad.h.ē itaq;.g. duplus ad.h.sic enim est quadratū.a.b.ad quadratū.a.c.p penultimā primi: et q: etiam.k.est duplus ad.h. sequitur per.9.quinti ut.g.numerus impar sit eq̄lis.k. numero pari. Qd si.e.sit par et.f.impar: erit ꝓportio.f.ad dimidiū.e.qd sit.l.si/cut.a.c.ad dimidiū.a.b.qd sit.a.d.et ideo erit proportio quadrati.a.c. ad quadra tum.a.d.sicut proportio numeri.h.qui est impar per.30. noni ad quadratum numeri.l.qui sit.m.cui.k. ponatur cē duplus: eritq;.k.per diffinitionem par. At q: quadratū.a.c.ē duplū ad quadratū.a.d.per penultimā primi erit. h. dupl9 ad m.cūq;.k.sit etiā duplus ad.m.erit per.9. quinti numerus impar .h. equalis.k. numero pari qd ē propositū.



Propositio .8.

Si fuerint due quantitates vni quantitati cōicantes: ipsas quoq; inuicem cōmensurabiles esse necesse est.

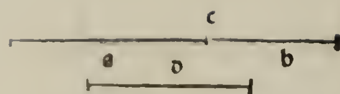
¶Sit vtraq; duarum quantitatū.a.et.b.cōicans quantitati.c.dico.a.et b.esse cōmensurabiles: est enim per.5.a.ad.c. sicut numerus ad nu/merum: similiter quoq; per eandē.c.ad.b.sicut numerus ad numerum Sit itaq; numerus.d.ad numerū.e.sicut.a.ad.c.numerusq;.f. ad numerum.g.si cut.c.ad.b.At proportiones que sunt.d.ad.e.et.f.ad.g.continentur in tribus ter/minis qui sunt.h.k.l.ut docet.4.octaui: eritq; per equā proportionalitatē. a.ad.b sicut.h.numerus ad.l.numerum: per.6.igitur sunt.a.et. b.cōicantes qd est ꝓpositū. ¶Ex hac quoq; sequitur ꝙ si fuerint due quātitates sibi inuicē cōicantes: cuicūq; vna earum communicat et reliqua: et cuicunq; vna nō cōmunicat nec reliqua. Sint enim due quantitates.a.et.b.cōmunicantes: ponaturq; quelibet quantitas que sit c.cum qua cōmunicet.a.dico ꝙ.b.cōmunicabit cum eadē: qd ex hac octaua patet cum vtraq; earum cōmunicet cum.a.ex ypothesi. Qd si iterum.a.et.b.sint cōmunicā/tes ut prius: ponatur.c.quelibet quātitas cum qua non cōmunicet.a.dico ꝙ.b.nō communicabit cum eadem.si enim.c.cōmunicaret cum.b.cum. a.quoq; p ypoth. communicet cum eodem.b. essent per hanc octauam. a.et.c. communicantes.sed positum erant ꝙ non essent: quare constat quod diximus.



Propositio .9.

Si fuerint due quantitates cōicantes: totum quoq; ex eis confectum vtriq; earum: erit cōmunicans. Si vero fuerit to tum vtriq; cōmensurabile erūt ambe cōmensurabiles.

¶Sint due quātitates.a.et.b.cōmensurabiles: dico totum ex eis cō/positum quod sit.c. vtriq; earum esse commensurabile et econuerso. Adhuc quoq; si totum ex eis compositum vni earum communicet.dico ꝙ com municabit alteri: et ipse similiter inter se. Idem quoq; in contrario .si enim.a. et

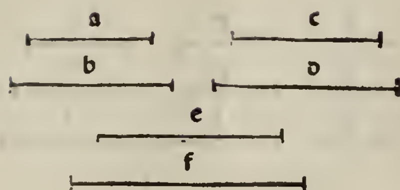


b.sint incōicantes: dico q̄ .c. vtriq; earum erit incōmunicans & ecōuerso: ac si.c.alteri earum sit incōmunicans: erit quoq; incōmunicans & alteri: & ipse etiā inter se. Sint itaq; primum.a.&.b.cōmunicantes: sitq; earum cōmunis mensura.d.qui cū vtrāq; earum numeret per cōceptionē similē antepenultime numerabit.&.c.quare per diffinitionē.c.cōicabit vtriq; earum.s;.a.&.b.Econuerso quoq; si.c.cōmunicet vtriq; earum.sit oim cōis mensura.d.cōstat itaq; per diffinitionē.a.&.b. cōmunicantes esse sed cōmunicet.c.cū altera earum que sit.a.dico q̄ cōmunicabit cū.b.&.a .etiā &.b.communicabunt adinuicem.sit enim.d.communiter mensurans. c.&.a. quia igitur.d.mensurat totum & detractum per conceptionem ipsa mensurabit residuum videlicet.b.per diffinitionem ergo & .c.communicat cum. b.&.a.communicat quoq; cum.b. Si autē a. &.b.sint incommunicantes erit .c.incommunicans vtriq; earum: si enim cum vtraq; seu etiam cum altera earum communicaret & ipse cōmunicarēt adinuicem: quod est contra ypothesi; Similiter quoq; econuerso si.c.ē incommunicans vtriq; earum seu etiam alteri earum: erit quoq; incommunicans relique: & ipse inter se: qđ palam est ex predemonstratis a destructiōe consequētis.

Propositio .10.



Omnium quatuor quantitatum proportionalium si fuerit prima communicās secunde: tertia quoq; erit communicans quarte. Si vero prima incōmensurabilis fuerit secūde: tertia quoq; incōmensurabilis erit quarte.



¶ Sint quatuor quantitates proportionales.a.b.c.d.dico q̄ si.a.cōmunicat cū.b.c.quoq; cōmunicabit cū.d.q̄ si.a.est incōmensurabilis.b.c. quoq; erit incōmensurabilis.d.& si.a.cōicat cū.b.in potentia tm̄. c.quoq; cōmunicabit cum.d.in potentia tantum. Verū tamē illud non ꝓponit auctor q2 facile patet ex demonstratione priorū. Si enī.a.cōicat cū.b.erit per.5.a.ad.b.sicut numerus ad numerum.sit ergo sicut.e.ad.f.at q2 est per ypothesim.a.ad.b.sicut.c.ad. d.erit.c ad.d.sicut numerus.c.ad numerū.f.per.6.igit̄ est.c.communicans cū.d.qđ est primum. Scđm patet ex primo a destructione consequentis.si enim.a. est incōmensurabilis.b.oportet.c.esse incōmensurabilē.d. nam si esset ei cōmēsurabilis cū sit ut c.ad.d.sic.a.ad.b.per ypothesim: esset per primam partē. a. cōmunicans cum.b. sed non erat: quare constat totū qđ proponit auctor. Qđ autē adiunximus videlicet q̄ si.a.cōicat cum.b.in potentia tm̄.c.cōmunicat cum.d.i potentia tm̄. sic patet. Cu; enim.a.non cōmunicet cū.b.in longitudine: nec.c.quoq; ex parte secūda huius cōmunicabit cum.d.in longitudine. At vero cum quadratum.a.communicet cum quadrato.b.ex ypothesi erit per.5.quadratum linee.a. ad quadratū linee b.sicut numerus ad numerum qui sint.e.&.f.& quia quadratum.c. ad quadratum d.sicut quadratū.a.ad quadratū.b.erit etiā quadratū.c.ad quadratū.d.sicut numerus.e.ad numerū.f.per.6.igitur.c.&.d.cōicant in potentia: & q2 non cōmunicāt in longitudine: cōstat ꝓpositū.

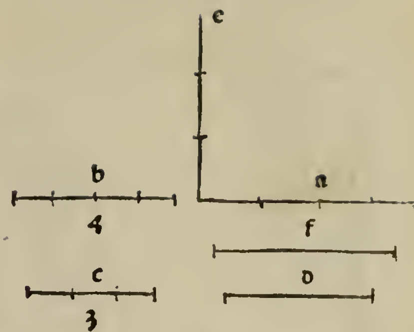
Propositio .11.



Proposita qualibet recta linea duas ei incōmensurabiles alteram in longitudine tantum alteram in longitudine et potentia rectas lineas inuenire.

¶ Sit linea.a.ꝓposita: volo duas lineas reperire quarum vna cōicet cū a.i potētia tm̄: altera vero sit icōmēsurabilis ei i lōgitudie & i potētia

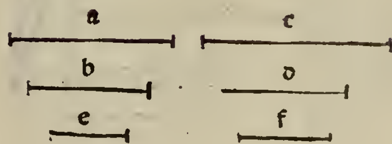
Sumo itaq₃ duos numeros nequaq₃ se habentes in ꝓportione aliquoꝝ numeroꝝ quadratoꝝ. sintq₃ hij. b. ꝛ. c. quos facile est sumere cū quilibet quadrat⁹ numer⁹ ad quēlibet nō quadratū eā habeat ꝓportionē quā nequaq₃ habent aliqui numeri q̄/drati cōfirmāte hec. 22. octaui: duob⁹ talib⁹ numeris sūptis inuenio lineā. d. ad cui⁹ q̄dratū se habeat q̄dratū linee. a. sicut numerus. b. ad numeꝝ. c. hanc aūt lineā ita reperio diuido lineā. a. in tot ptes equales quot sunt vnitates in numero. b. qđ fa/cile facio adiuuāte. 11. vel. 12. sexti: dehinc sup extremitatē linee. a. erigo lineā. c. per pendiculariter in qua totiens ꝯtineatur vna ex ptibus. a. quotiens vnitas est in. c. Quia igit̄ ex pma sexti ꝓportio quadrati linee. a. ad superficiē que fit ex. a. i. e. est sicut. a. ad. e. ꝛ iō sicut numeri. b. ad numeꝝ. c. si ponat̄. d. in medio loco ꝓportio/nalis inter. a. ꝛ. e. sicut docet. 9. sexti q₂ tūc per primā partē. 16. eiusdē quadratū. d. erit equale superficiei ꝓducte ex. a. in. e. ꝛ erit ꝓportio quadrati linee. a. ad q̄dratū linee. d. sicut numeri. b. ad numeꝝ. c. quare. a. ꝛ. d. sunt cōmensurabiles in potētia ex diffinitione ꝛ per vltimā ptē. 7. ipse sūt incōmensurabiles in lōgitudine. repta est itaq₃. d. prima linea quā ꝓpositū erat inquirere. ¶ Alterā sic rep'rio interpono ut docet. 9. sexti lineā. f. medio loco ꝓportionalē inter. a. ꝛ. d. eritq₃ per correl'. 17. sexti quadratū. a. ad quadratū. f. sicut. a. ad. d. itaq₃ per scđam partē. 10. quadratum. a. est incōmensurabile quadrato. f. igit̄ linea. f. ē incōmensurabilis linee. a. i potentia quare ꝛ in longitudine. ē itaq₃. f. scđa linea quā ꝓpositū erat reperire. Et sic p₃ pro positum.



Propositio .12.

Omniū quatuor lineaꝝ ꝓportionaliū si prima tanto am/plius possit scđa quātū ē quadratū alicuius linee cōicātis sib i in longitudine. necesse ē tertiā quoq₃ tanto amplius posse quarta quātū est quadratū alicuius linee cōicantis sibi in longitudine: ꝙ si fuerit prima potentior scđa q̄dra to alicuius linee incōmensurabilis sibi in longitudine. erit quoq₃ ter/tia potentior q̄rta q̄drato alicui⁹ linee sibi icōmēsurabilis i lōgitudine

¶ Sint q̄tuor linee ꝓportiōales. a. b. c. d. sitq₃. a. maior. b. ꝛ. c. maior. d sit quoq₃ a. potētior. b. q̄drato linee. e. ꝛ. c. potētior. d. q̄drato linee. f. dico ꝙ si. a. cōicet. e. in lōgitudie. c. quoq₃ cōicabit. f. i lōgitudie ꝙ si. a. nō cōicat. e. i lōgitudie nec. c. cōica bit. f. i lōgitudine. Qđ ꝛ si. a. cōicat. e. i potētia tm̄. c. quoq₃ cōicabit. f. i potētia tm̄ Hec tamen illud vltimū nō ꝓponit auctor q₂ facile patet ex prioꝝ demōstratione cū sit eni ꝓportio. a. ad. b. sicut. c. ad. d. erit quadrati. a. ad quadratū. b. sicut qua drati. c. ad quadratū d. ꝛ q₂ quadratum. a. est equale quadratis duaꝝ lineaꝝ. d. ꝛ f. b. ꝛ. e. sil'r quadratū. c. quadratis duarum lineaꝝ. d. ꝛ. f. erit ꝓportio quadratoꝝ duaꝝ lineaꝝ. b. ꝛ. e. et quadratū. e. sicut q̄dratoꝝ. d. ꝛ. f. e'. ad q̄dratū. f. ergo disiū tim erit quadratū. b. ad quadratū. c. sicut quadratū. d. ad quadratū. f. ergo. b. ad e. sicut. d. ad. f. item per equam proportionalitatem erit. a. ad. e. sicut. c. ad. f. ergo per primam partem de'ime constat prima pars huius: ꝛ per secundam scđa: ꝛ per tertiam ibi adiunctam tertia: hic adiuncta.



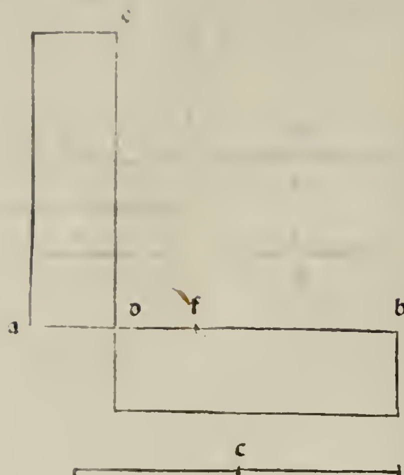
Propositio .13.

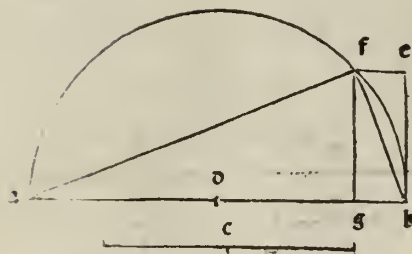
Si fuerint due linee inequales quorum longiorem in duo communicantia diuidat superficies sibi adiuncta equalis quarte parti quadrati breuioris linee cui adiuncte su/perficiei desit ad complendam totam lineam superficies

qnadrata neceſſe ē ipſā lineā longiorē linea breuiori tāto āpli⁹ poſſe quātū ē q̄dratū alicui⁹ linee cōicantis eidem longiori in longitudine. Si vero fuerit lōgior potētior breuiori augmēto q̄drati linee cōicantis ſibi ī lōgitudine adiūgatq̄ʒ ei ſupficies eq̄lis quarte pti q̄drati breuioris linee cui deſit q̄drata ſupficies ſupficiē ſibi adiunctā eādē lineā lōgiorē in duas portiones cōmēſurabiles diuidere neceſſe eſt.

¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.maior.a.b.⁊ adiūgat̄ ad lineā.a.b.q̄rta ps q̄drati linee c.ita ꝙ deſit ad ꝯplendā lineā.a.b.ſupficies q̄drata.hoc eni ē poſſibile p.27.ſexti qḋ facile fiet hoc mō.diuidat̄.a.b. ī duas lineas.a.d.⁊.d.b.ita ꝙ inter eas cadat medietas linee.c.ꝯtinue ꝓportionalis:hoc aūt qualiter fiat in fine demōſtratiōis hui⁹ docebit̄:eritq̄ʒ ex.16.ſexti ſupficies.a.d.in.d.b.q̄ ſit.d.c.eq̄lis q̄drato medietatis linee.c.q̄re ex.4.ſcḋi erit eadē ſub quadrupla q̄drati linee.c. deeſt quoq̄ʒ ad ꝯplendā lineā.a.b.ſupſicies q̄drata:cū ⁊.a.d.ſit equalis.d.g.⁊.d.b.eq̄lis.g.e.dico itaq̄ʒ ꝙ ſi ſupficies.d.c.diuidat lineā.a.b.in duo cōicātia erit linea.a.b.potētior linea.c.in q̄drato alicui⁹ linee ſecū cōicantis in longitudine ⁊ econuerſo. Cum aūt ſit linea.a.b.maior linea.c.nō erit.a.d.eq̄lis.d.b.ſic eni eēt ſupficies.d.c.quadrata ⁊ q̄ ipſa ē eq̄lis q̄drato medietatis linee.c.eſſet.a.d.eq̄lis medietati. c.⁊ tota.a.b.toti.c.qḋ ē ꝯ ypoth.nō eſt igit̄.a.d.equalis.d.b.itaq̄ʒ de maiori eaꝝ que ſit d.b.abſcindat̄.d.f.equalis.a.d.eritq̄ʒ p.8.ſcḋi q̄dratū totius.a.b.eq̄le bis q̄ ſunt ex.d.b.in.d.a.q̄ter et q̄drato.f.b.quare linea.a.b.erit potentior linea.c.in q̄drato linee.f.b.quā neceſſe ē cōicari toti.a.b.ſi linea.a.d.eſt cōicās linee.d.b. ſi enim hoc fuerit erit.d.b.cōicans.d.f.ſue eq̄li quare p.9.b.f.cōicat cū.f.d.⁊ iō toti. a.d. ⁊ ꝓpt̄ hoc cū tota.a.f.igit̄ ⁊ cū tota.a.b.ſicq̄ʒ pʒ p̄mū.¶ Cōuerſū hui⁹ ſic pʒ ſit.a.b potētior.c.in linea .f.b.q̄. cōicet ſecum in longitudine.dico tūc ꝙ quarta ps quadrati linee.c.addita ad lineā.a.b.ita ꝙ deſit ſupficies q̄drata diuidet lineā.a .b.ī duo cōicātia:diuidat̄ eniʒ.f.a. p eq̄lia in.d.⁊ fiat ſupficies .d.c .ex.d.b. in.d.a.⁊ deerit ad ꝯplēdā lineā.a.b.ſupficies q̄drata eritq̄ʒ p.8.ſcḋi:q̄dratū.a.b.eq̄le q̄druplo ſupficiei.d.e.ē equale q̄drato.f.b. igit̄ q̄druplū ſupficiei.d.e. ē eq̄le q̄drato.c. q̄re ſupficies.d.e.ſit eq̄lis quarte pti q̄drati.c.dico igit̄ ꝙ.d.b.ē cōicās cū.a.d.cū ſit.f.b.cōicans cū.a.b.ſi eni hoc fuerit ut ꝙ.a.d.ſit cōicans cū.a.b.erit etiā cōmunicās cū.a.f.p.9.quare ⁊ cū.a.d.ſʒ ⁊ cū.d.f.itaq̄ʒ ⁊.d.b.ē cōicās cū.a.d.qḋ ē ſcḋm

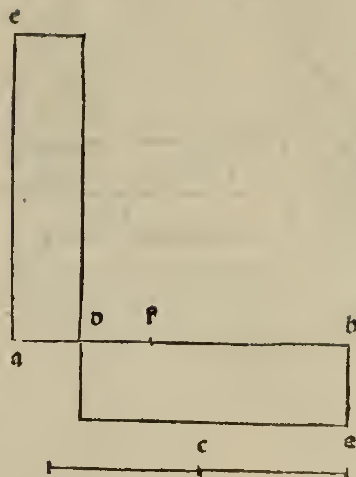
¶ Nūc aūt mōſtrādū eſt qualr̄ linea.a.b.cū ip̄a poſita fuerit maior linea.c.poſſit ſic diuidi ut inter ptes eius cadat medietas linee.c.ꝯtinue ꝓportionalis. ¶ Cum eni ſic fuerit diuiſa: ſuperficies q̄ fiet ex vna in alterā erit equalis q̄drato medietatis linee.c.⁊ ipſa erit ſupficies eq̄lis quarte pti q̄drati linee.c.adiuncta ad lineā.a b.ita ꝙ deſit ſuperficies q̄drata.hoc eni ſic fiet diuiſa.a.b.p eq̄lia in.d. lineet̄ ſup eā ſemicirculus.a.f.b.⁊ ſilr̄.b.e.ꝑpendicularis ad.a.b.que ponat̄ eq̄lis medietati linee.c.⁊ ducat̄.e.f.equidiſtans ad.a.b.vſq̄ʒ quo ſecet circūferentiā ſemicirculi in puncto.f.neceſſe.eſt eni vt ſecet eā:cū linea.a.b.ſit maior linea.c.⁊ ducat̄.f.g.perpendicularis ad.a.b.q̄ cū p.34.p̄mi ſit equalis linee.e.b.erit quoq̄ʒ eq̄lis medietati linee.c.ducāt̄ itaq̄ʒ linee.f.a.f.b.eritq̄ʒ p p̄mā ptē.30.tertij angulus.a.f.b.rectus:⁊ iō per primā partē correl̄.8.ſexti erit linea.f.g.medio loco ꝓportiōalis iter a.g.⁊.g.b.q̄re medietas linee.c.q̄ ē ſibi equalis erit etiā ꝓportiōalis iter eaſdē qḋ eſt noſtrum ꝓpoſitum:





Propoſitio .14.

SI fuerint due linee inequales quarum longiorem diuidat in duas partes incomensurabiles supficies equalis quarte parti quadrati breuioris sibi adiuncta ita ꝙ desit ad ei⁹ cõpletionē: superficies quadrata erit lõgior potẽtior breuiori augmẽto q̄drati linee icõmensurabilis ipsi longiori ĩ longitudine. Si vero lõgior potẽtior fuerit breuiori quadrato linee incõmensurabilis sibi longiori in longitudine adiungaturqꝫ ei supficies equalis pti quarte q̄drati breuioris defueritqꝫ longiori supficies quadrata necesse est ut ipsa superficies sibi adiuncta eundem longiorem lineam in duas portiones incõmensurabiles diuidat.

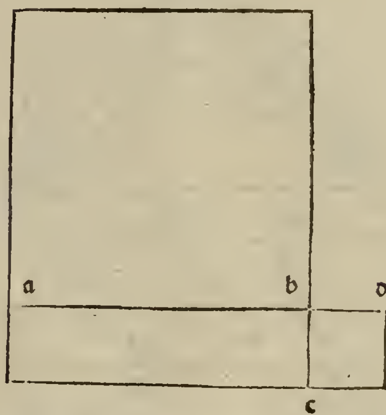


¶ hec .14. ex ꝯrio añtis ꝑmisse infert ꝯriũ ꝯñtis ꝑmisse ⁊ non differt eius dispõ a dispõne illius. sed ⁊ mod⁹ argumẽrandi vtrobiqꝫ idẽ. Si eni .a.d. nõ cõicet cũ .d.b nec .d.f. sibi adequalis cõicabit cũ eadẽ .d.b. itaqꝫ p .9. .d.f. nõ cõicabit cũ .f.b. q̄re neqꝫ .a.f. sunt eni .a.f. ⁊ .e.f. cõicantes tanq̄ꝫ numerans ⁊ numeratũ. iõ neqꝫ .a.b. cõicabit cũ linea .f.b. Qđ si hoc fuerit videlicet si .a.b. nõ cõicet cũ .f.b. nõ cõicabit cũ .a.f. q̄re neqꝫ cũ .a.d. aut .d.f. neqꝫ igit̃ .a.b. cũ .d.a. Põt quoqꝫ hec .14. demõstrari p ꝑmissã. ꝑma ps huius ex scõa illi⁹ ⁊ scõa ex ꝑma a destructiõe ꝯñtis. si eni .a.d ⁊ .d.b. nõ cõicent nec etiã .a.b. ⁊ .f.b. cõicabunt: nã si .a.b. ⁊ .b.f. cõicarent oporteret p scđam ptẽ ꝑmisse ut .a.d. cõicaret cũ .d.b. sed positum ē ꝙ non. Eodẽ mõ de scđa pte. si eni .b.a. ⁊ .b.f. nõ cõicant nec .a.d. ⁊ .d.b. cõmunicabunt. nã si sic sequitur per primã ptẽ ꝑmisse ut .a.b. ⁊ .b.f. cõicẽt q̄ nõ cõicant: quare patet propositũ.

Propositio. .15.

OMnis superficies rectãgula quã continent due linee ĩ lõgitudine rationales rõnalis esse probatur.

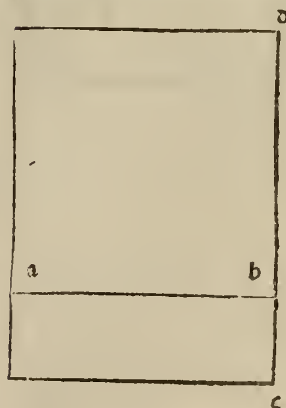
¶ Sint due linee .a.b. ⁊ .b.c. ꝯtinẽtes supficiẽ rectãgulã .a.c. rõnales in longitudine: dico supficiẽ .a.c. esse rõnalẽ: descripto eni quadrato cuius vis eaꝝ. ut .c.d. linee .b.c. erit p primã sexti .c.d. ad .a.c. sicut .b.d. ad .a.b. qꝛ igit̃ .b.d. cõicat in longitudine cũ .a.b. ex ypothesi eo ꝙ .b.c. sua equalis erit p primã ptẽ .10. .c.d. cõicans .a.c. cũ sit itaqꝫ .c.d. rõnalis p diffinitionẽ erit ⁊ .a.c. rõnalis qđ est ꝓpositũ.



Propositio .16.

CUm adiuncta fuerit linee in longitudine vel cõicata rõnali supficies rõnalis rectãgula latus eius scđm erit in longitudine rõnale lateriqꝫ primo ĩ longitudine cõmẽsurabile

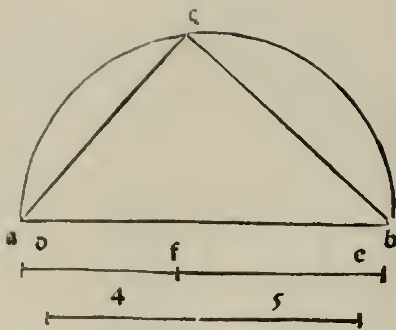
¶ hec ē quasi ꝯuersa prioris ut si supficies .a.c. adiuncta ad lineã .a.b. rõnalẽ in longitudine fuerit rõnalis: dico ꝙ latus eius scđi qđ ē .b.c. erit etiã rõnale in longitudine ⁊ cõicans lateri primo. sit eni .a.d. quadratũ .a.b. eritqꝫ rõnale ex diffinitione ⁊ ꝓpter hoc erit cõicans cũ supficie .a.c. rõnali: qꝛ igit̃ p primã sexti sicut .a.d. ad .a.c. ita ē etiã .d.b. ad .b.c. cõicat aũt .d.a. cum .a.c. erit p ꝑmã ptẽ .10. .b.d. cõicãs cũ .b.c. ergo cũ .b.a. sua eq̄li sed .b.a. rõnalis ē q̄re p diffinitionẽ ⁊ .b.c. ꝯstat itaqꝫ ꝓpositũ.



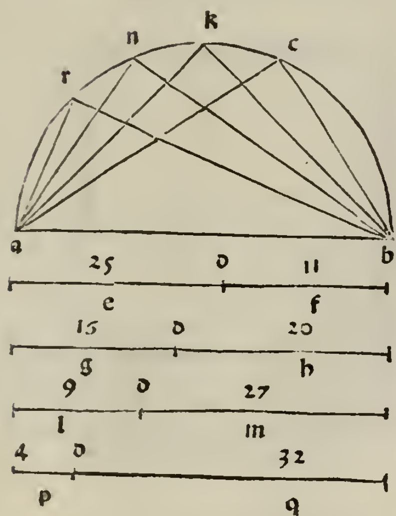
Propositio .17.

DUas lineas inuenire potentia tantum rõnales cõmensurabiles quarum lõgior plus possit breuiori quadrato linee sibi cõmensurabilis in longitudine.

¶ Propositũ ē inuenire duas lineas rõnales potẽtia tm̃ cõicãtes q̄rũ longior sit potẽtior breuiori q̄drato linee sibi cõicãs in longitudine



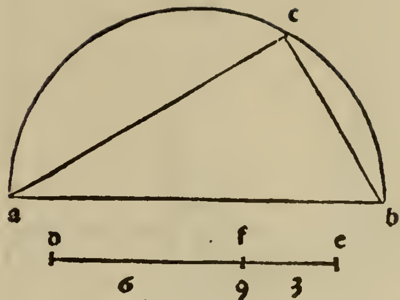
Sumo itaq̄ aliquā lineā rōnalē que ſit. a. b.ſup quā deſcribo ſemicirculū.a. c.b.⁊ ſumpto aliquo numero vt.d.e.diuido ipſū in duos numeros. d.f. ⁊.f.e. ita ꝙ ſit ꝓportio.d.e.ad.d.f.ſicut numeri q̄drati ad numerū q̄dratū nō ſit aūt ꝓportio.d e.ad.f.e.ut numeri q̄drati ad numeꝝ q̄dratū:talis aūt numerꝰ ē quilibꝫ q̄dratꝰ diuiſibilis in quadratū ⁊ nō quadratū.ut.9.qui diuiditur in.4.⁊.5. ⁊ oēs hoꝝ eque multiplices:⁊ inuenio lineā ad cuius q̄dratū ſe habeat q̄dratū linee.a.b.ſicut numerus.d.e.ad numeꝝ.d.f.qualiter aūt ipſa reperiaꝛ̄ in demonſtratione.5.dictuꝫ ē : hanc lineā inuentā que neceſſario ē minoꝛ.a.b.coapto ꝑ pꝛimā quarti intra ſemicirculum.a.c.b.ſitq̄ꝫ.a.c.⁊ ſubtrahā lineā.c.b.dico duas lineas.a.b.⁊.c. b.eſſe quas querimꝰ.erit igiꝛ̄ ꝑ pꝛimā ꝑtē.30.tertij angulus.c.rectus :⁊ iō ꝑ penultimam pꝛimi quadratū.a.b.equale eſt q̄dratis duaꝝ lineaꝝ.a.c.⁊.c.b. ⁊ qꝛ ꝓpoꝛtio quadrati linee.a.b.ad quadratū linee.a.c.ē ſicut.d.e.ad.d.f.ꝑ ypothe.erit ꝑ euerſam ꝓpoꝛtionalitatē ꝓpoꝛtio quadrati linee.a.b.ad quadratū linee.c.b.ſicut.d.e.ad.f e.ergo quadratū.c.b.cōicat cū quadrato.a.b.per.6.huiꝰ erit igiꝛ̄ quadratum.c.b. rōnale per diffinitionem cū cōicet rōnali ſupficiei:⁊ qꝛ.c.b.⁊.a.b.ſunt incōmenſurabiles ꝑ vltimā partem.7.conſtat duas lineas.a.b.⁊.c.b eſſe rōnales potētia tm̄ cōicantes.At qꝛ linea.a.b.ē potentioꝛ linea.c.b.in quadrato linee.a.c. que ꝑ ſcdāꝫ partem.7.cōicat ſecū in longitudine cōſtat habitū eſſe ꝓpoſitū.¶Si auteꝫ libeat plures duabꝰ potentia tm̄ rōnales cōicantes quaꝝ vna potentioꝛ longioꝛ ſit qualibet aliaꝝ in quadrato alicuius linee ſecū cōicantis in lōgitudine reꝑire.ſit ut pꝛiꝰ linea.a.b.rōnalis in longitudine ſuper quā deſcribatur ſemicirculus.a.c.b.ſumaturq̄ꝫ numerus.d.quadratus qui ſit diuiſibilis in multos quadratos ⁊ nō quadratos quoꝝ nō quadratoꝝ mīme ſit ꝓpoꝛtio ſicut aliquoꝝ numeroꝝ q̄dratoꝝ:tales aūt numeri vltro ſe offerūt vt.36.qui ē diuiſibilis i.25.⁊.5.iteq̄ꝫ i.16.⁊.20.rurſuſq̄ꝫ in:9.⁊.27.ac iteꝝ in.4.⁊.32.iſtoꝝ vero nō quadratoꝝ qui ſunt. 11.20.27.32.ad inuicē nō eſt ꝓpoꝛtio ſicut alicuius numeri q̄drati ad aliū.Eſto igitur ut numerus d.quadratus diuidaꝛ̄ in.e.q̄dratū ⁊.f.non quadratū: ſitq̄ꝫ quadratū linee.a.b.ad q̄dratū linee .a.c.ſicut numerus.d.ad numeꝝ.e.⁊ ducaꝛ̄ linea.c.b. ⁊ ꝯſtat ꝓpoſitum ut pꝛius demonſtratū ē.a.b.⁊.b.c.eſſe duas tales lineas quas inquirimus. Silr̄ quoq̄ꝫ diuidā.d.i.g.q̄dratū ⁊.h.nō q̄dratū ſitq̄ꝫ q̄dratū linee.a.b.ad q̄dratū linee.a.k.ſicut.d.ad.g.⁊ ducaꝛ̄ linea.k.b.eruntq̄ꝫ vt pꝛius due linee.a .b.⁊.b.k quales inquirimꝰ.Eodē mō ſi rurſus diuidaꝛ̄.d.m.l.q̄dratū ⁊ in nō q̄dratū ⁊ ponatur ꝓpoꝛtio q̄drati linee.a.b.ad quadratū linee.a.n. ſicut. d.ad.l. ⁊ ꝓducatur n.b.erunt due linee.a.b.⁊.b.n.quales inquirimꝰ. Qō ſi rurſus diuidaꝛ̄.d. in.p. quadratū ⁊ in.q.nō quadratū ⁊ fuerit ꝓpoꝛtio q̄drati linee.a.b. ad quadratum linee.a.r.ſicut.d.ad.p. ⁊ pꝛotracta fuerit linea.r.b.erūt etiā due linee.a.b.⁊.b.r. quales inquirimus. Sunt itaq̄ꝫ linee.a.b.b.c.b.k.b.n.b.r.potentia tm̄ rationales ⁊ in ea cōicātes q̄rū vna videlicet.a.b.ē potētioꝛ qualibet aliaꝝ i q̄drato linee ſecū cōicātis in lōgitudine.ſi igiꝛ̄ quatuoꝛ lineaꝝ.b.c.b.k. b.n .b.r. nulla cōicant alij in longitudine ꝯſtat ꝓpoſitū.Iſtud aūt ſic ꝓbaꝛ̄ pꝫ eni ex p̄miſſis ꝙ quadratum linee.b.c. ad quadratum linee.a. b.eſt ſicut numerus.f. ad numerum. d.et quadratum linee .a.b. ad quadratum linee.b. k.eſt ſicut numerus . d.ad numerum.h. ergo per equam pꝛopoꝛtionalitatem quadratum linee. b.c. ad quadratum linee.b.k.eſt ſicut numerꝰ.f.ad numerū.h.ſed nullꝰ q̄tuoꝛ numeroꝝ. f.h.i.q ſe habet ex ypotheſi ad aliū ſicut numerꝰ q̄dratus ad numeꝝ q̄dratū .q̄re ꝑ.3.ꝑtē



7.due linee.b.c.b.k.sunt incõmensurabiles in longitudine. Eadem rõne quelibet due ex illis quatuor sint incõmensurabiles i longitudine: liquet ergo qđ volumus.

Propositio .18.

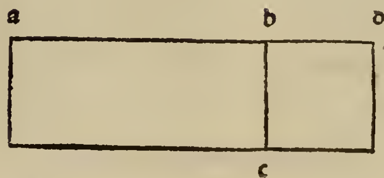
Duas lineas in potentia tantum rõnales cõicantes quorũ longior plus possit breuiori quantum est quadratũ linee sibi incõmensurabilis in longitudine inuenire.



In hac quoqz remaneat eadẽ dispositio eedẽqz ypotheses que in premissa hoc solũ mutato qđ pportio numeri.d.e. ad neutrũ duorũ numerorũ.d.f.z.f.e.sit sicut numeri quadrati ad numerũ quadratũ: hoc aũt facile fiet: posito.d.e.quotlibet numero quadrato diuiso in duos numeros nõ quadratos vt si.d.e.sit.9.z.d.f.6.z.f.e.3.argumentando ut prius hoc duntaxat excepto qđ.a.b.z.a.c.sint incõmensurabiles in longitudine p vltimã partẽ.7. Et sciendũ qđ due linee quales hec et premissa docent inuenire cõponunt binomium: z minori earum abscisa de maiori que reliqua est dicitur residuum. Nota etiã qđ linee tm̃ potentia rõnales cõicantes possũt esse vna rõnalis z alia irrõnalis sicut latera tetragonica duarũ supficierũ quarũ vna sit.25.pedũ z alia.24.sunt rõnalia potẽtia tm̃ cõicantia: latus enim prime superficiei est.5.latus vero scđe nõ numerat̃ z possũt esse ambe irrõnales ut latera tetragonica duarũ supficierũ quarũ vna sit.24.pedũ z alia.23.neutrius eni numerat̃ latus. suntqz i longitudine incõmensurabilia ex vltima pte septime. Qđ si libeat etiã inuenire plures lineas duabus potentia tm̃ rõnales cõicantes quarũ vna sit potentior qualibet aliarũ in quadrato linee secum nõ cõicantis in longitudine: sumat̃ talis numerus qui possit pluries sic diuidi qđ ipsius ad nullã suarũ partiũ nec alicuius ad aliquã aliarũ sit pportio ut numeri quadrati ad numerũ quadratũ ut.25.põt diuidi in.2.z.23.item in .5.z.20. z rursus in.7.z.18. Et sic pcessus idẽ q̃ fuit in pmissa.

Propositio .19.

Omnis superficies quã cõtinẽt due linee potẽtialiter tãtũ rõnales cõicantes ẽ irrõnalis diciturqz supficies medialis eiusqz latus tetragonicum scz qđ i eam potest est irrõnale diciturqz linea medialis.

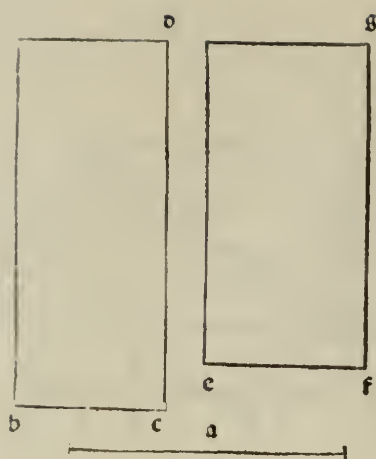


Sint due linee.a.b.b.c.ptinẽtes supficiẽ.a.c. rõnales potẽtia tm̃ cõicãtes: q̃ qualr reperiant̃ ex pmissa z añpmissa. manifestum ẽ: dico supficiẽ.a.c. esse irrõnalem. Sit eni.c.d.quadratũ.b.c.eritqz rõnale p ypothesim eo qđ linea.b c.ẽ rõnalis i potẽtia: z qr ex prima sexti.a.c.ad.c.d.sicut.a.b. ad.b.d.non cõicat aũt a.b.cũ.b.d.qr ex ypothesi nõ cõicat cũ sua equali q̃ ẽ.b.c. sequit̃ p scđam ptẽ 10.ut etiã.a.c.nõ cõicet cũ.c.d.q̃re p diffinitionẽ supficies.a.c.ẽ.irrõnalis. ideoqz z suũ latus tetragonicũ ẽ etiã irrõnale. dicit̃ aũt hec supficies medialis qm̃ ipsa ẽ medio loco pportiõalis inter duas superficies rõnales videlicet inter q̃drata duarũ linearũ ipsã ptinẽtiũ z lineã potẽs in ipsã dicit̃ medialis .qm̃ ipsa quoqz ẽ medio loco pportiõalis inter duas lineas potẽtia tm̃ rõnales cõicantes z hee due linee sunt latera dicte supficiei. Et hoc est quod volumus.

Propositio .20.

Cum adiuncta fuerit linee in lõgitudine rõnali superficies equalis quadrato linee medialis latus eius scđm potentialr tãtũ erit rõnale lateriqz primo i lõgitudine icõmẽsurabile

Hec est quasi conuersa premisse. Sit .a. linea medialis. sitqz



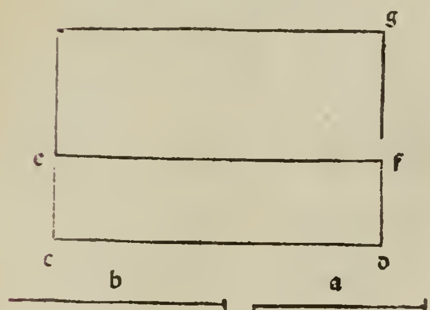
linea.b.c. rationalis in longitudine cui adiungatur superficies. b.d. equalis qua/drato linee.a.q̄ hoc modo fiet:subiungatur duabus lineis.b.c.⁊.a.linea.c. d.i cõtinua proportionalitate:ut docet.10.sexti:eritq̃ superficies ex.b.c.in.c.d. equalis quadrato linee.a.per.16.eiusdẽ:dico latus eius s̄m quod est.d.c.esse rõnale in potentia tm̄ ⁊ incõmensurabile in longitudine lateri.b.c.Eritq̃ ex premissa p diffinitionẽ linee medialis ut linea.a.possit in aliquẽ superficiẽ contentam a duabus lineis potentia tm̄ rõnalibus cõmunicantibus que sit superficies.e.g.cuius latera e.f.⁊.f.g.eruntq̃ due superficies.b.d.⁊.e.g.per primam partem.13.sexti:laterum mutuorum propter hoc q̄ ipsi sunt equales ⁊ rectangule: pportio ergo.b.c.ad.c.f.est sicut.f.g.ad.c.d.quare p.10.cũ.b.c.cõicet i potentia cũ.e.f.eo q̄ q̄drata vtriusq̃ earũ sunt rõnalia ex ypothesi.f.g.cõicabit in potentia cum.c.d. cũ igit̃ quadratum.f.g.sit rõnale per ypothesim:erit quoq̃ quadratũ.c.d.rõnale per diffinitionem : at q̄ superficies.b.d.est irrõnalis sicut sua equalis.e.g. per premissã.sequitur vt quadratum linee.c.d.nõ cõicet cũ superficie. b.d. ⁊ quia quadratũ linee c.d.ad superficiem.b.d.est per primam sexti:sicut.c.d.ad. c.b. erit per secundam partem.10.ut.c.d.non cõmunicet cum.b.c.quare cum.b.c.sit rõnalis in longitudine ex ypothesi:erit.c.d.irrõnalis in longitudine ⁊ potentia tm̄ rationalis:patet ergo proposita conclusio.

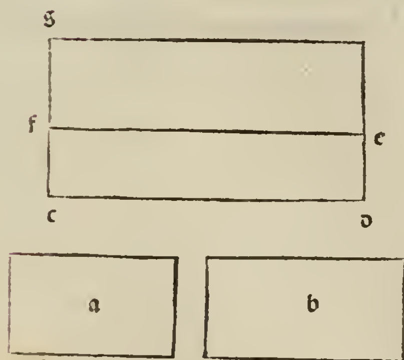
Propositio .21.



OMnis linea communicans mediali est medialis.

¶Sit linea.a.medialis cui ponatur linea.b.esse cõmunicans siue in longitudine siue in potentia tm̄:dico q̄ etiam linea.b.est medialis. Sit enim linea.c.d. rationalis i longitudine cui adiungatur superficies.c.f.equalis quadrato linee.a.⁊ item superficies.e.g.equalis q̄ua/drato linee.b.hoc autem qualiter fiat in premisse demonstratione dictũ ẽ. Eritq̃ per premissam linea .d.f. rõnalis in potentia tm̄ ⁊ incõmensurabilis linee.c.d.et quia per primam sexti.e.g.ad.c.f.sicut.f.g.ad.d.f.cõicat autem. e.g.cum. c.f.eo q̄ quadratum.b .communicat cum quadrato. a.per ypothesim: quibus quadratis dicte superficies posite sunt equales:sequitur per primã partem.10.ut linea.f.g.cõmunicet cum linea.d.f.quare.f.g.est rõnalis i potentia tm̄ sicut est.d.f.⁊ incõmensurabilis in longitudine linee.c.f.cũ linea.d.f.sibi cõmunicans sit incõmẽsurabilis eidem.c.f.eo q̄ sue equali:hoc enim probatum est in.8.q̄ð si fuerint due quantitates cõicantes cuicũq̃ vna earũ non cõicat nec reliqua: itaq̃ per.19.erit superficies.e.g.medialis ⁊ eius latus tetragonicum quod est.b. mediale quod est propositũ.¶Sil'r quoq̃ omnes superficies cõitans superficiei mẽdiali medialis eẽ conuincitur.Sit eni superficies.a.medialis cui ponatur superficies.b.esse cõicans dico superficiem.b.esse medialem quod sic constabit.sit linea.c.d.rõnalis in longitudine : adiungaturq̃ ei superficies.c.e.que sit equalis superficiei.a.q̄ð hoc modo fiet.Inueniatur linea.c.f.ad quã sic se habeat vnum ex lateribus superficiei.a. sicut linea.c.d.se habet ad reliquum.hec autem linea qualiter reperiatur in. 10.sexti dictum est.Eritq̃ ex.15.eiusdem superficies.d.f.equalis.a.itẽq̃ eodem modo ad lineam.e.f.adiũgatur superficies.e.g.que sit equalis.b. erit itaq̃ per.20.linea c.f.potentia tm̄ rõnalis:erit quoq̃ linee.c.d.in longitudine incõmensurabilis. Et quia.a.⁊.b.erant cõicantes ex ypothesi:erunt quoq̃.c.e.⁊.e.g.eis equales cõicantes:itaq̃ per primam partem sexti ⁊ per primã partem.10.huius erunt due linee c.f.⁊.f.g.cõicantes in longitudine.¶Est igitur linea.f.g.rõnalis in potentia tm̄ ⁊



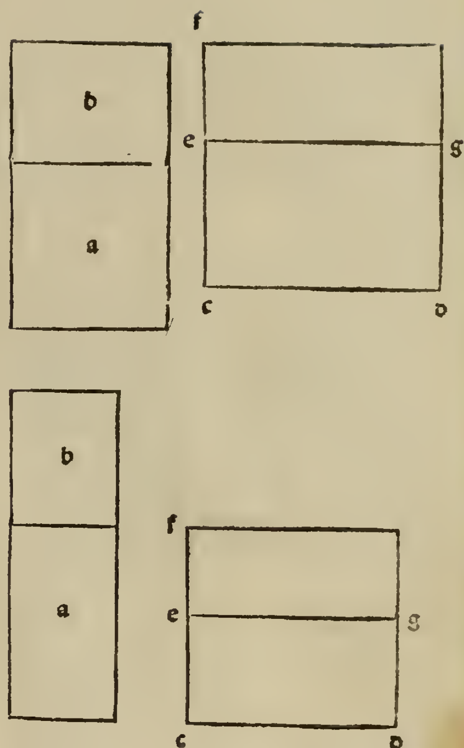


linee.e.f.incõmensurabilis in longitudine:quare per.19.superficies.e.g.erit medialis:cum linea.e.f.sit rõnalis i longitudine sicut.c.d.sibi equalis:cũ sit ergo.b.eq̃lis.e.g.erit quoq3.b.medialis qd ẽ propositũ.¶Et nota ꝙ omnes superficies mediales cõicantes cõponunt superficiem medialẽ.Unde tota .d.g.ẽ medialis:q̃ cũ due linee.c.f.ꝛ.f.g.sint rõnales in potẽtia tm̃ ꝛ nõ cõmunicantes in longitudine sequitur ut tota.c.g.sit rõnalis in potẽtia tm̃ ꝛ nõ cõicãs.c.d.i longitudine.itaq3 p.19.d. g.ẽ medialis Eodẽq3 mõ si sint plẽs.

Propositio .22.

Omnis differentia qua habundat mediale a mediali:irrationalis esse probatur.

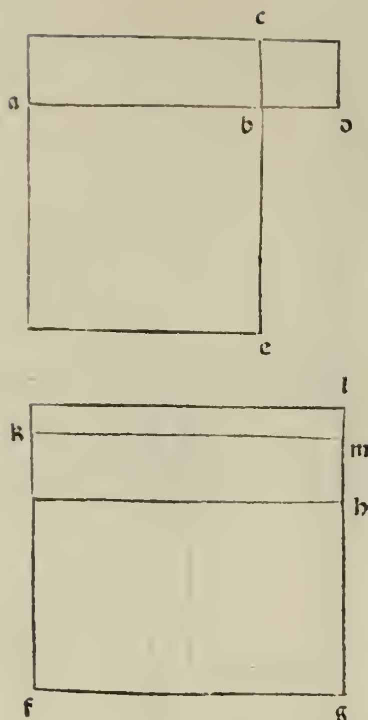
¶Sit vtraq3 duaꝝ superficierũ.a.b. ꝛ.a. medialis :dico ꝙ supficies b.que est eaꝝ differentia ẽ irrõnalis.Sit eni linea.c.d.rõnalis i longitudine cui adiungat̃ superficies.d.e.equalis supficiei.a.ꝛ superficies.d.f.equalis totali superficiei.a.b. hoc aũt qualiter fiat in premissa docuim⁹:q̃ ergo.d.f.est equalis.a.b.ꝛ.d.e.equalis.a.erit p cõceptionẽ.g.f.equalis.b. Si ita q3 supficies.b.nõ est irrõnalis sed rõnalis:erit ꝛ.f.g.sua equalis rõnalis. At cum linea.e.g.sit rõnalis in longitudine sicut sua equalis.c.d.erit per.16.linea. e.f. rationalis in longitudine ꝛ cõmunicãs linee.e.g. p.20.aũt est vtraq3 duaꝝ linearu3 c.e.ꝛ.e.f.potentialiter tm̃ rõnalis ꝛ linee.c.d.incõmensurabilis i longitudine: ita q3.e.f.linea est incõmensurabilis linee.c.e.in longitudine.Et quia per primã sexti quadratum linee.e.f.ad superficiem que fit ex.e.f.in.c.e.ẽ sicut.e.f.ad. c.e.sequit̃ per scdam partem. 10.ut quadratũ linee.e.f. sit incõmensurabile supficiei facte ex e.f.in.c.e. quare ꝛ ipsũ quadratũ erit incõmensurabile duplo supficiei ex.e.f.i.c.e quadratũ vero.c.e.cum sit rõnale est cõicans quadrato e.f.totum igitur ex ambobus compositũ erit per.9. cõicans quadrato e.f.ꝛ ideo incõmensurabile duplo superficiei ex.e.f.in.c.e.Et q̃ per quartã scdi quadratũ linee.c.f.ẽ.equale duob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.c.e.ꝛ.e.f.ꝛ duplo supficiei ex.c.e.in. e.f. et duplũ superficiei c.e.i.e.f.ẽ incõmensurabile aggregato ex duob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.c.e.ꝛ.e.f. sequitur per ea que addita sunt in.9.ut quadratũ.c.f.sit incõmensurabile aggregato ex duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.c.e.ꝛ.e.f.at cũ aggregatũ ex his quadratis sit rõnale:sequit̃ quadratũ linee.c.f.nõ esse rõnale: ꝛ ideo linea.c.f.nõ ẽ rationalis in potentia: ꝛ idcirco nõ erit superficies.d.f.medialis neq3.a.b.sibi equalis quod est inconueniens cum sit contrarium positis:relinquitur igitur ꝙ superficies b.est irrationalis:quod est propositum.



Propositio .23.

Omnis superficies quã cõtinẽt due linee mediales potentialiter tantũ cõicantes:aut rõnalis est aut medialis.

¶Sint due linee.a.b.ꝛ.b.c.mediales potentia tm̃ cõmunicãtes:dico ꝙ superficies.a.c.ab eis contenta aut est rõnalis aut medialis Sint enim.c.d.quadratũ linee.b.c.ꝛ.a.e.quadratũ linee.a.b. erunt q3 ex ypothesi hec duo quadrata communicantia ꝛ erit per primam sexti superficies.a.c.medialis medio loco proportionalis iter ipsa quadrata. Sumatur igitur linea.f.g. que sit rationalis in longitudine:cui adiungatur superfices. f.h. equalis quadrato.a.e.ꝛ.h.k.equalis superficiei.a.c.ꝛ.k.l.equalis quadrato.d.c.erunt q3 hec tres superficies.f.h.h.k.ꝛ.k.l.continue proportionales sicut sunt sue eq̃les



a.c.a.c.z.d.c.quare per primã sexti erunt etiam tres linee.g.b.b.m. z.m.l.q̃ sunt bases earum continue proportionales: z cuꝫ superficies.f.b.z.k.l.sint cõmunicã/ tes sicut duo quadrata.a.c.z.c.d.eis equalia: sequitur per primã sexti z.10.hui⁹ vt linea.g.b.sit cõmunicans cum.m.l.vtraqꝫ autem earum est rõnalis in potẽtia per 20.huius: igitur sup̱ficies vnius caꝝ in alteram est rõnalis: omnis eniꝫ superficies quam continent due linee rõnales in potentia : cõmunicantes in longitudine ne/ cessario est rationalis ut patet ex prima sexti z prima pte. 10.huius z ex diffinitiõe superficierum rõnalium: z quia ex prima pte.16.quadratum linee.b.m. est equale superficiei ex.g.b.in.m.l.erit quadratuꝫ linee.b.m.rõnale. Si ergo linea.b.m.est rationalis in longitudine siue cõicans linee.k.m.que est equalis linee. f.g. erit per 15.superficies.b.k.rõnalis:ideoqꝫ z sua equalis.a.c.si autẽ linea.b.m. sit irrõna/ lis in longitudine siue incõmensurabilis linee.k.m.que ẽ equalis linee.f.g. cũ ipsa sit rationalis saltem in potentia: eo q̧ suũ quadratũ est rõnale:erit ex.19.superfi/ cies.b.k.medialis:quare z sua equalis.a.c.constat ergo propositũ. ¶Et nota q̧ si due linee.a.b.z.b.c.essent mediales in longitudine cõmunicantes: esset sup̱ficies a.c.medialis tm̃:esset enim superficies.a.c. cõmunicans vtriqꝫ duoꝝ quadratorũ a.c.z.c.d.per primã sexti z per presentẽ ypothesim z per.10.huius:z ideo superfi/ cies.b.k.sibi equalis.a.c.esset cõmunicãs vtriqꝫ superficiei.f.b.z.k.l.igit̃ per p̃ma sexti z.10.huius linea.b.m. esset cõmunicans vtriqꝫ duaꝝ lineaꝝ. g.b.z.l.m.z q2 hee ambe sint rõnales in potentia tm̃:non cõicantes in longitudine linee.f.g. eẽt quoqꝫ.b.m.rõnalis in potẽtia tm̃: nõ cõmunicantes in longitudine linee.f.g.z iõ nec cõmunicans linee.b.d.quare per.19. erit superficies.b.k.medialis tm̃. z ideo etiam.a.c.sibi equalis:Si autẽ due linee.a.b.z.b.c.essent mediales neqꝫ in longi/ tudine neqꝫ in potentia cõicantes:superficies.a.c.non esset rõnalis neqꝫ medialis si enim sic esset scꝫ q̧ due linee.a.b.z.b.c.essent mediales neqꝫ in longitudine in potentia cõicãtes:eẽnt duo quadrata.a.c.z.c.d.incõmunicantia.itaqꝫ z due sup/ ficies.f.b.z.k.l.eis equales quoqꝫ: eẽnt incõicãtes:quare z due linee. g.b.z. m.l. essent incõmẽsurabiles per primã sexti z per scdam ptẽ.10.z q2 vtraqꝫ caꝝ ẽ rõna/ lis tm̃ in potentia p.20.esset sup̱ficies vnius caꝝ ad alterã medialis per.19.cũ er/ go quadratũ linee.b.m.sit equale dicte superficiei que fit ex.g.b.in.m.l.per primã partẽ.16.sexti eẽt per.19.linea.b.m.linea medialis:per.15.ergo nõ esset superficies b.k.rõnalis:nec etiã per.20.medialis:quare nec sua equalis.a.c.

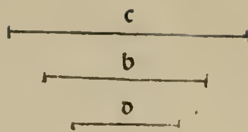
Propositio .24.



Duas lineas mediales potentia tantum cõmunicantes sup/ ficiemqꝫ rationalem continentes quarum longior sit po/ tentior breuiore:augmento quadrati linee cõmunicantis eidem longiori in longitudine inuenire.

¶Cum omnes due linee mediales potentia tantũ cõmunicantes cõ tineant superficiem rõnalem aut medialeꝫ ut ex premissa patet: docet inuenire eas duas que continent superficiem rõnalem z eas que medialem. Unde propositum est inuenire duas lineas mediales potentia tantum communicantes: quaruꝫ lon/ gior possit amplius breuiori in quadrato alicuius linee sibi cõmunicantis in lon/ gitudine que contineant superficiem rõnalem. ¶Ad hoc ẜm doctrinam.17.Sumo duas lineas.a.z.b.potentia tantũ rõnales communicantes quarum longior que

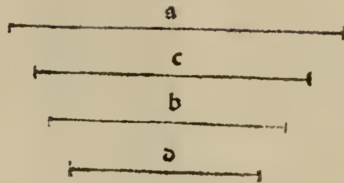
sit.a.possit amplius breuiori que sit.b.in quadrato alicuius linee secum ꝯmuni/cantis in longitudine: ⁊ ponam lineam.c.scḋm doctrinā.9.sexti medio loco ꝓpor/tionalem inter.a.⁊.b. ⁊ ponam ut sit proportio.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ꝙ qualiter fiat in.10.sexti dictum est. Dico tunc duas lineas.c.⁊.d.esse quas querimus: patet enī ex.19. ꝙ superficies quā cōtinent due linee.a.⁊.b.ē medialis: ⁊ qr ꝑ primā ptē 16.sexti quadratū linee.c.est dicte superficiei equale erit igitur per.19.linea.c.medi alis. Cū autē sit.a.ad.b.sicut.c.ad.d.⁊.b.cōmunicat cū.a.in potentia tm̄ ex ypo/thesi: qr tam.a.q̄3.b.rōnalis est in potentia sequitur per.10.ꝙ.c.quoq3 cōicet cum d.in potentia tm̄.itaq3 per.21.cu3.c.sit linea medialis: erit etiā.d.medialis: ⁊ per primā ptē.12.erit linea.c.potentior linea.d.in quadrato linee sibi ꝯmunicātis in lōgitudine. Si ergo due linee.c.⁊.d.contineant superficiem rationalē ipse sūt qua les inquirimus. Eas aūt cōtinere supficiē rationalē sic habeto: cū sit.a. ad.b.si ut c.ad.d.erit permutatim a.ad.c.sicut.b.ad.d.sed erat.a.ad.c.sicut.c. ad.b. igitur est.c.ad.b.sicut.b .ad.d .itaq3 per primā partē.16.sexti superficies quā continent due linee.c.⁊.d.est equalis quadrato.b.est aūt quadratū.b.rationale per ypothe. cum ipsa sit rationalis in potentia: superficies ergo quam continent due linee.c.⁊ d.est rationalis: quare constat propositum.



Propositio .25.

Duas lineas mediales potentia tantū cōmunicātes super/ficiemq3 rōnalem cōtinentes: quarum longior sit potentior breuiori quadrato linee eidem longiori in longitudine in cōmensurabilis inuenire.

¶ Positis duabus lineis.a.⁊.b.rōnalibus potētia tm̄ cōicantibus quarum longior possit amplius breuiori quadrato linee secum non cōmunicantis in longitudine: que quidē reperiunt̄ ſm doctrinā .15.ceterisq3 positionibꝰ manen/tibus sicut in p̄missa arguméntando modo cōsimili: patebit duas lineas.c.⁊ .d.esse quales querimus . Et nota ꝙ due linee quas hec ⁊ premissa docent inuenire com/ponunt bimediale primū: ⁊ minori earum abscisa de maiori que reliqua est: dicitur residuum mediale primum.



Propositio .26.

Duas lineas mediales potentia tantū cōmunicantes super ficiemq3 medialem continentes quarum longior breuio/re tanto amplius possit quantū est quadratum alicuius li/nee incōmensurabilis ipsi longiori ī lōgitudine inuenire.

¶ Cū docuerit iuenire duas lineas mediales potentia tātū cōicantes superficiēq3 rationalē continentes: quarum longior plus possit breuiori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine ⁊ secum incōmensurabilis in longitudine Nunc docet inuenire duas lineas mediales potentia tantū cōicantes superficiem q3 medialem continentes quarum longior sit potentior breuiori in q̄drato linee nō se cum cōicantis in longitudine. sed solū sibi incōmensurabilis in longitudine. Illud enim facile habetur ex isto. Sint itaq3 tres linee sumpte ſm ꝙ doctrinā.15.a.b.c. potentia tm̄ rōnales ⁊ i ea solū cōicantes.sitq3.a.potentior.b.⁊.c.quadrato linee sibi incōmensurabilis in longitudine: ⁊ ponatur.d.medio loco ꝓportionalis inter a.⁊.b.ut docet.9.sexti: ⁊ sit.d.⁊.e.sicut.a.ad.c. dico duas lineas.d.⁊. e. esse q̄les inquirimus.cum sit enim quadratū linee.d.equale superficiei que continetur sub.a

a.c.⁊.c.b.pariter acceptis ⁊ hoc erat mōſtrandū. ⁋Due linee quas hec.29.docet inuenire cōponūt lineā potentē in duo medialia ⁊ minori eaꝝ abſciſa de maiori q̄ reliqua eſt dicitur linea que iuncta cum mediali facit totum mediale.

Propoſitio 30.



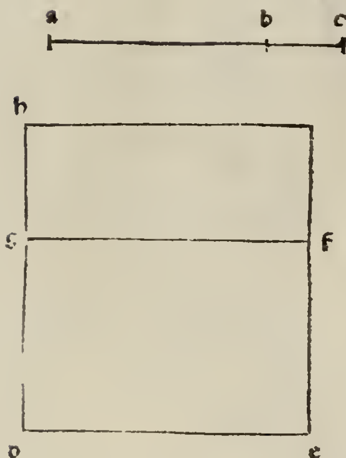
I due linee potentialiter tantū rōnales cōmunicantes in longum directumq₃ coniungantur: tota linea ex his cōpoſita erit irrationalis: diceturq₃ binomium.



⁋Sint due linee.a.b.⁊.b.c.in cōtinuū directūq₃ cōiuncte rōnales in potentia tm̄ cōicantes: quas p.17.⁊.18.reperies: dico totā lineā.a.c ex eis cōpoſitā eſſe irrōnalem ⁊ ipſa vocatur binomiū. Eſt eni per quartā ſecundi quadratū.a.c.equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.⁊ duplo ſupficiei vni⁹ eaꝝ in alterā: quadrata aūt ambaꝝ faciunt ſupficiē rōnalem ex ypotheſi: duplū vero ſuperficiei vnius eaꝝ in alterā facit ſupficiē medialē ex.19.itaq₃ quadrata ambarū pariter acceptaꝝ faciunt ſupficiē incōmenſurabilē duplo ſupficiei vnius earum in alterā. erit igit̄ ex.9.quadratū.a.c.incōmenſurabile duobus quadratis duarum lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.ꝑiter acceptis quare irrōnale ꝑ diffinitionē cū duo illa quadrata faciāt ſupficiē rōnalem. ideoq₃ ſuum latus tetragonicū quod eſt.a.c. irrōnale quoq₃ ꝑ diffinitionē: ꝯſtat ergo ꝓpoſitū. Propoſitio .31.



I due linee mediales potentia tantū cōicantes ſuperficiemq₃ rationalē continentes directe coniungant̄: tota linea ex his cōpoſita erit irrōalis diceť q₃ bimediale p̄mū.



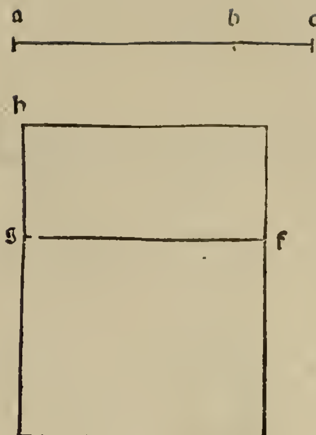
⁋Sint due linee.a.b.⁊.b.c. i cōtinuū directūq₃ ꝯiuncte quales proponuntur quas p.24.⁊.25.reperies: dico totam lineā.a.c.eſſe irrōnalem ⁊ ipſa vocatur bimediale primū. Eſt eni duplū ſupficiei.a.b. i.b.c. rōnale per ypothe. duoq₃ quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.ꝑiter accepta faciunt mediale.cū vtrūq₃ quadratū ſit mediale per ypotheſim ⁊ vnū coꝝ cōicans alij: duplū igitur ſuperficiei vnius eaꝝ in alterā eſt incōicans duob⁹ quadratis ꝑiter acceptis: totum ergo aggregatū ex duplo ſupficiei ⁊ duobus quadratis ⁊ ipſū ē quadratū toti⁹.a.c.per quartā ſcdi ē incōmenſurabile duplo ſupficiei vnius eaꝝ in alterā p.9.huius cū itaq₃ duplū ſupficiei ſit rōnale erit quadratū.a.c. irrōnale. ideoq₃ ⁊ linea .a.c. qḋ ē ꝓpoſitū. ⁋Idē aliter: ſit linea.d.e.rōnalis in longitudine cui adiungat̄ ſupficies.d.f.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a. b. ⁊.b.c. eritq₃ ſupficies hec d.f.medialis cum vtrūq₃ quadratū ſit mediale per ypothe .⁊ vnū coꝝ cōicans alij quare per.20.linea.d.g.eſt rōnalis in potentia tm̄: non cōicans in longitudine linee.d.e.rurſus ad lineā.f.g.que eſt equalis.d.e.adiūgat̄ ſupficies.f.h.equalis duplo ſuperficiei. a.b.in.b .c.eritq₃.f.h.rōnalis per ypotheſim: quare per.16.linea.g h.erit rōnalis in longitudine: due itaq₃ linee.d.g.⁊.g.h. ſunt potentialiter rōnales ⁊ in ea tm̄ cōicantes: ergo p.30.tota linea ex eis cōpoſita que eſt.d.h.eſt binomiū ⁊ irrōnalis: quare p.16.a deſtructione ꝯñtis ſupficies.e.h.ē irrōnalis. At quia ꝑ quartā ſcdi latus ei⁹ tetragonicū ē linea.a.c.ipſa erit irrōnalis ꝑ diffinitionē qḋ oportuit demōſtrari. Propoſitio .32.



I due linee mediales potentialiter tantum cōmunicantes ſuperficiemq₃ medialē continentes directe coniungantur tota linea erit irrōnalis diceturq₃ bimediale ſecundum.

⁋Sint due linee.a.b.⁊.b.c.in cōtinuū directumq₃ ꝯiūcte ut ꝓponit̄

quas per.26.contingit reperiri:dico totã.a.c.ex eis cõpositã esse irrõnalem & ipsa vocatur bimediale scdm. Esto enim linea.d.e.rõnalis in longitudine cui adiungatur supficies.d.f.equalis duobus quadratis duarum linearum.a.b.&.b.c.piter acceptis & quia ex ypothesi duo illa quadrata sunt cõicantia:& vtrũq3 mediale:erit superficies.d.f.medialis quare per.20.linea.d.g.que est eius latus scdm est rõnalis i potentia tm̃: & linee.d.e.incõmensurabilis in longitudine: Rursus adiungatur ad lineã g.f.que est equalis linee.d.e.supficies.f.h.equalis duplo supficiei.a.b.in.b.c.erit q3 etiã supficies.f.h.medialis:erat enim per ypothesim supficies.a.b.i.b.c.medialis.ergo duplũ eius cui est equalis.f.h.erit mediale per.20.igitur est linea.g.h.rationalis in potentia tm̃ & incõmensurabilis in longitudine linee.g.f.q2 vero.a.b.&.b.c.sunt potentialiter tm̃ cõicantes erit p primã sexti & per scdam ptem.10.huius supficies vnius in alterã incõmensurabilis quadrato vtriusq3. Et q2 quadrata earum cõicant per ypothesim:erit dicta supficies quare & duplũ eius incõicans duobus quadratis earũ pariter acceptis:due ergo supficies.d.f.&.f.h.sunt incõicantes:p primam itaq3 sexti & scdam ptẽ.10.huius erit linea.d.g incõmensurabilis linee.g.h. que cũ sint rõnales in potẽtia:erit per.30.tota linea.d.h.binomium & irrõnalis:ergo per.16.a destructione ãntis erit supficies.e.h.irrõnalis. Et q2 latus eius tetragonicũ per quartã scdi est linea.a.c. sequitur per diffinitionẽ q linea.a.c. sit irrationalis:qd ppositũ erat ostendere.

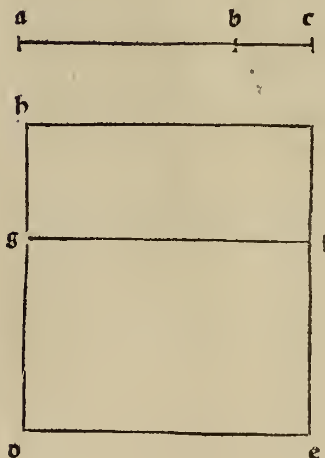


Propositio .33.



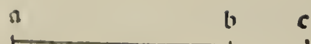
Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incõmensurabiles supficiẽq3 medialẽ continẽtes quarum ambo q̃drata piter accepta sũt rõnale:tota linea erit irrõnalis diceturq3 linea maior.

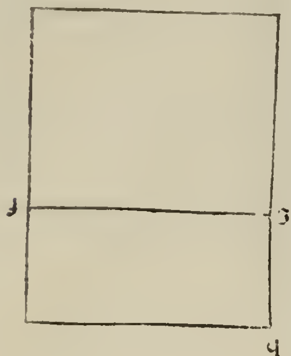
Sint due linee.a.b.&.b.c.sibi in continuum directumq3 coniuncte sicut pponitur:quas cõtingit ex.27.repire:dico.a.c.ex eis cõpositã esse lineã irrationalẽ & ipsa vocat linea maior. Cũ enim ambo quadrata piter accepta sint rõnale superficies vero alterius in alterã quare et eius duplũ medialis p ypothesim:erit totũ ex duobus quadratis piter acceptis incõicans duplo supficiei vnius in alterã.itaq3 totũ aggregatũ ex duobus quadratis & duplo supficiei & ipsũ est equale quadrato a.c.per quartã scdi:erit p.9.huius incõmensurabile duobus quadratis.a.b.&.b.c.piter acceptis:per diffinitionẽ ergo ẽ quadratũ linee.a.c.irrõnale & linea.a.c.irrõnalis qd ẽ propositũ. Idẽ aliter sicut i pmissis ad lineã.d.e.que sit rõnalis in longitudine adiungatur supficies.d.f.que sit equalis duobus quadratis duarum linearum.a.b &.b.c.pariter acceptis eritq3 rõnalis per ypothesim quare per.16.latus eius scdm qd est.d.g.erit etiã rõnale in longitudine & cõicans linee.d.e. Rursus ad lineã.f.g. adiungatur superficies.f.h.equalis duplo supficiei.a.b.in.b.c.eritq3 medialis per ypothesi3:quare per.20.linea.g.h.que est eius latus scdm ẽ rõnalis in potentia tãtũ per.30.igitur est linea.d.h.binomiũ & irrõnalis:ideoq3 per.16.a destructione consequentis superficies.e.h.est irrationalis quare latus eius tetragonicum quod per quartam secundi est.a.c.ẽ irrationale per diffinitionem:qd volumus ostendere.



Propositio .34.

Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmensurabiles superficiemq; rōnalem continentes quarum ambo quadrata pariter accepta sint mediale: tota linea erit irrationalis diceturq; potens in rōnale et mediale.

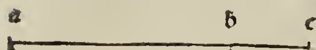


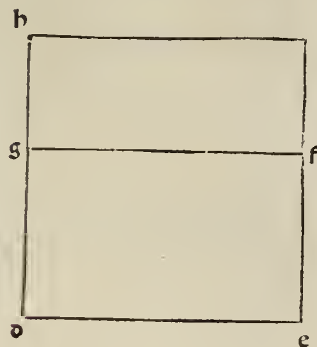


¶ Sint ut in premissis due linee.a.b.et.b.c.in continuū directumq; coniuncte quales pponitur: et ipse sunt ex.28.sumende: dico q tota linea.a.c. ex eis cōposita erit irrōnalis et illa vocatur linea potēs i rōnale et mediale. Cū sit eni superficies.a.b.in.b.c.rationalis per ypothesim.ideoq; et duplū eius ac ambo quadrata pariter accepta sunt mediale: sequitur per quartā secūdi et.9.huius quemadmodū in premissis q quadratū totius.a.c.sit incōicans duplo superficiei.a.b.in. b.c.p diffinitionē igitur ipsū est irrōnale et linea.a.c.irrationalis qd ē propositū. ¶ Idē aliter: sit vt in premissis linea.d.e.rationalis in longitudine superficiesq;.d.f. sibi adiuncta equalis duobus quadratis pariter acceptis duarum linearum. a. b.et.b.c.erit q; medialis per ypothesim: p.20.igitur: erit linea.d .g.rōnalis in potentia tm̄ nō cōmunicans in longitudine linee.d.e.Sitq; superficies.f.b.adiuncta ad lineā.g.f. equalis duplo superficiei.a.b.in.b.c.eritq; rōnalis per ypothe.et iō p.16.latus eius scdm quod ē.g.b.rōnale in longitudine quare per.30.linea.d.b.ē binomium et irrationalis: et superficies.e.b.per.16.a destructione pñtis est irrōnalis. Cum itaq; linea.a.c.sit eius latus tetragonicū: per quartā scdi: sequitur ut.a.c.sit irrōnalis p diffinitionem: cstat ergo propositū.

Propositio .35.

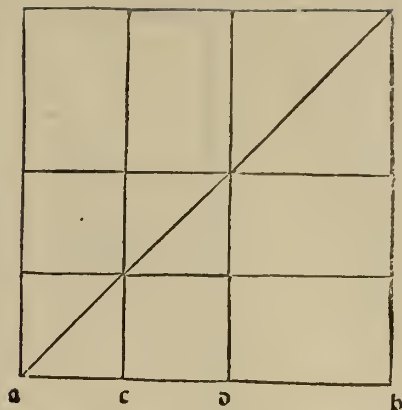
Cum coniuncte fuerint due linee potentialiter incōmensurabiles superficiemq; medialē cōtinentes quarum quadrata ambo pariter accepta sit mediale duplo superficiei vnius i alteram incommensurabilem tota linea erit irrōnalis dicetur q; potens in duo medialia.





¶ Sint quoq; due linee hic.a.b.et.b.c.in cōtinuū directūq; cōiuncte ut proponitur que ex.29.sumende sunt: dico q linea.a.c.ex eis cōposita est irrōnalis et ipsa dicitur potens in duo medialia. Adiungatur eni ad lineā.d.e.que sit rōnalis in longitudine superficies.d.f.equalis duobus quadratis duarum linearum.a.b.et.b.c .pariter acceptis: eritq; medialis per ypothesim quare per.20.linea.d.g.erit rōnalis in potētia tantū et incōmensurabilis.d.e.linee rōnali in longitudine. Rursus ad lineā.g.f. que est equalis.d.e.adiungatur superficies.f.b.que sit equalis duplo superficiei vnius in alterā erit etiā ex ypothesi medialis quare per.20.linea.g.b.erit rōnalis in potētia tm̄.at q2 per ypotesim ambo quadrata pariter accepta sunt incommensurabile duplo superficiei vnius in alterā sequitur ut.d.f.sit incōmensurabilis.f.b.quare p primam sexti et secundam partē.10.huius linea.d.g.est incōmensurabilis.g.b.per 30.igitur est linea.d.b.binomiū et irrōnalis.itaq; superficies. e.b. est irrōnalis et eius latus tetragonicum qd ē.a.c.ut in premissis: quare constat propositū .Si aūt duplum superficiei.a.b.et.b.c.non esset incōmensurabile ambobus quadratis pariter acceptis esset linea.a.c.medialis.esset eni.d.f.cōicans. f.b. ideoq; linea.d.g. linee.g.b.tota igitur.d.b.esset rōnalis in potentia tm̄ et incōmensurabilis in longitudine linee.d.e.per.19.igitur esset superficies.e.b.medialis eiusq; latus tetragonicum qd ē.a.c.linea medialis. Ut aūt facilior fiat doctrina sequētiū premonstranda arbitramur hoc loco duo quorum primum est.

¶ Si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarū sectionum pariter accepta: tanto amplius sunt duplo superficiei vni⁹ earū in alteram quantū ē quadratum eius linee qua maior excedit minorē.



¶ Sit enī linea.a.b.diuisa per duo inequalia in puncto.c.sitq3 maior portio.c.b. de qua sumatur.c d.equalis.a.c.dico q̄ quadrata duaꝝ linearum.a.c.⁊.c.b. sunt amplius duplo superficiei vnius i alteram in quadrato linee. d.b. nam quod fit ex a.c.in.c.b.bis cum quadratis duarum linearū.a.c.⁊.c.b. est equale ei quod fit ex.a.c.in.c.b.quater cum quadrato.d.b.eo q̄ vtraq3 hec equalia sunt quadrato linee.a.b.primum quidem per quartam secundi scdm vero per.8.eiusdem. Dem/ptis itaq3 vtrūq3 equalibus videlicet eo qd̄ fit ex.a.c.in.c.b.bis erūt residua q̄ sūt/ de primo quidē quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.c.⁊.c.b.de secundo vero quod fit ex.a.c. in.c.b.bis cum quadrato.d.b.equalia: quare constat propositū. Ex hoc ergo manifestū est q̄ si aliqua linea per duo inequalia diuidatur quadrata ambarum partiū pariter accepta plus sunt duplo superficiei vnius earum in alteram. Et hoc ē propter quod istud premisimus.

¶ Si aliqua linea per duo inequalia.itemq3 alia duo inequalia diui/datur quadrata magis inequalium pariter accepta tanto sunt ampli⁹ quadratis minus inequalium pariter acceptis quantū est duplū quadrati illius linee que inter vtrasq3 ē sectiones ⁊ quadruplum eius qd̄ fit ex eadem linea in eam que est inter punctū sectionis minus inequalium ⁊ punctum quod diuidit totam lineam per equalia.



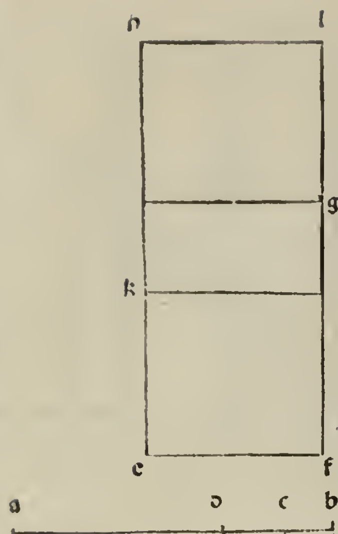
¶ Sit linea.b.diuisa per duo inequalia in puncto.c.itemq3 per alia minus inequalia in puncto.d.rursus per equalia i.e. dico q̄ quadrata duaꝝ partium magis in/equalium que sunt.a.c.⁊.c.b.tantum sunt amplius duobus quadratis duarum li/nearum minus inequalium que sunt.a.d.⁊.d.b.quantum est duplum quadrati linee.c.d.⁊ quadruplum eius quod fit ex.c.d.in.d.e.sunt enim per.9. secūdi qua/drata duarum linearum.a.c.⁊.c.b.pariter accepta dupla quadratis duarum linearum.b.e.⁊.e.c.pariter acceptis.at per eandem.9.secundi quadrata duaꝝ linearū a.d.⁊.d.b.pariter accepta dupla sūt quadratis duarū linearum.b.e.⁊.e.d.pariter ac/ceptis: itaq3 quadrata duarum linearum.a.c.⁊.c.b.pariter accepta excedūt qua/drata duarum linearum.a.d.⁊.d.b.pariter accepta in eo quo duplū quadrati li/nee.c.e. excedit duplum quadrati linee.d.e.hoc autē per quartam secundi est du/plum quadrati linee.c.d.⁊ quadruplum eius quod fit ex.c.d.in.d.e.quare cōstat propositum. Ex hoc manifestum est q̄ quanto fuerint sectiones alicuius linee magis inequales tanto erunt earū quadrata pariter accepta maiora: ⁊ hoc est ꝓpter quod istud premisimus.

Propositio .36.

In alias duas lineas sub earum termino ex quibus coniunctum ⁊ nominatum est binomium diuidi impossibile est.

¶ Sit linea.a.b.binomium eritq3 ex.30.composita ex duabus lineis in potētia tm̄ rōnalib⁹ cōicantib⁹ q̄ sint.a.c.⁊.c.b.dico q̄ ipossibile ē eā diuidi i alias duas lineas sub hac diōne videlicet q̄ ipī sint potētia tm̄ rōales cōicātes: si eni pōt diuidatᷣ i.a.d.⁊.d.b.q̄ sint potētia rōales tm̄ cōicātes. Esto quoq3 linea.e.f.rōnalis in lōgitudine cui adiungatᷣ supficies.e.g. que



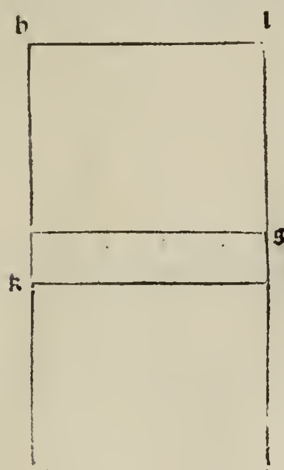


sit equalis quadratis duarum linearum.a.c.et.c.b.pariter acceptis et superficies. f.b. que sit equalis quadrato linee.a.b.eritque superficies.e.g.rationalis eo quod vtrunque quadratorum linearum.a.c.et.c.b.pariter acceptis est rationale per ypothesim et superficies .g.b. medialis per.19.quoniam ipsa est equalis duplo superficiei.a.c. in.c.b.per quartam secundi.Sit igitur rursus superficies.f.k.equalis quadratis duarum linearum.a.d et.d.b.pariter acceptis que cum sint diuerse a duabus lineis.a.c.et.c.b.erit per secundum premonstratorum antecedentium superficies.f.k.diuersa a superficie.e.g.earum ergo differentia sit.k.g. eritque per quartam secundi excessus superficiei.f.b.super.f.k.qui sit.k.l.equalis duplo eius quod fit ex.a.d.in.d b.et propter hoc erit etiam superficies.f.k. rationalis.et superficies.k.l.medialis: itaque superficies k.g.cum ipsa sit differentia duarum superficierum rationalium que sunt.e.g.et.f.k.erit rationalis.Non enim differt rationale a rationali nisi in rationali.et hoc dico diffinitione et 9. huius hoc confirmantibus. Eadem quoque cum ipsa sit differentia duarum superficierum medialium que sunt.g.b.et.k.l.erit irrationalis per.22.quod est impossibile.

Propositio .37.



Bimediali primo secundum terminum suum in duas lineas mediales diuiso:sub earum termino in alias duas lineas mediales idem diuidi est impossibile.



¶Sit quoque hic linea.a.b.bimediale primum diuisa in duas lineas mediales potentia tantum communicantes superficiemque rationalem continentes:ex quibus.31.asserit eam componi que sint. a.c.et.c.b.dico quod impossibile est eam diuidi in alias duas lineas sub earum diffinitione.Quod si possibile fuerit diuidam eam in puncto.d.assumptaque linea rationali.e.f.adiungatur ei.e.g.equalis duobus quadratis duarum linearum.a.c.et.c .b.et superficies.f.b.equalis quadrato.a.b.et superficies.f.k.equalis quadratis duarum linearum.a.d.et.d.b.eritque per quartam secundi.g.b.equalis duplo superficiei.a.c.in.c.b.et per eandem erit.k.l.equalis duplo superficiei.a.d. in.d.b. propter ypothesim quoque erit vtraque duarum superficierum .e.g.et.k.f.medialis et vtraque duarum linearum.g.b.et.k.l.rationalis. hoc autem impossibile:esset enim per primum superficies.k.g.irrationalis ex.22.per secundum autem eadem esset rationalis ex diffinitione et.9.quod est inconueniens.

Propositio .38.



Bimediale secundum nisi in duas lineas tantum sub termino suo diuidi non potest.

¶Sit vt prius linea.a.b.bimediale secundum diuisa in duas lineas.a.c.et c.b.mediales:potentia tantum communicantes superficiemque mediale continentes:ex quibus.32.proponit eam componi:dico quod impossibile est eam diuidi sub earum diffinitione in alias duas:Sin autem diuidatur in.d.sintque vt prius superficies.e.g.f.b.et.f.k .adiuncte ad lineam rationalem.e. f.erunt que per presentes ypotheses vtreque superficies.e.g.et.g.b.mediales quare per.20.vtraque duarum linearum.f.g.et.g.l.erit rationalis in potentia tantum non communicans in longitudine linee.e.f.At quia due linee.a.c.et.c.b.erunt incommensurabiles in longitudine:sequitur per primam sexti et per secundam partem.10.huius quod vtrunque quadratorum linearum.a. c.et.c. b:sit incommensurabile superficiei vnius in alteram:cumque dicta quadrata coniceent:ex ypothesi sequitur vt ambo quadrata pariter accepta sint incommensurabile superficiei vnius in alteram. ideoque et eius duplo:quare superficies.e .g.incommensurabilis est superficiei.g.b.et linea .g.f. linee



g.l.per primā sexti ⁊ scđam ptē.10.huius:itaqꝫ per.30.linea.f.l.ē binomium diui/
sa fm suū terminū i pūcto.g. ¶ Eodēqꝫ mō ꝓbabiť ipsā binomiū esse mediantibꝰ
supficiebus.e.m.⁊.m.h.diuisam scđm suū terminū in puncto.m.qđ est impossibi
le p.36.Nō eni pōt dici ꝙ linea.f.l.diuisa sit ad puncta.g.⁊.m. in partes consiles
sic eni esset linea.f.m.equalis.g.l.sed ipsa ē maior linea.m.l.ut patet ex p̃mo pre/
missoꝝ antecedentiū hꝰ ⁊ p̃ma sexti cū.e.m.supficies sit maior.h.m.superficie: hu
ius aūt demōstrationis modus potest esse cōis.37.ceterisqꝫ eam sequentibus.

Propositio .39.

LInea maior nisi in duas lineas tantū ex quibꝰ constat sub earum termino diuidi non potest:

¶ Sit quoqꝫ hec linea maior.a.b .diuisa ad punctū.c.ī duas lineas potentialiter incōmensurabiles supficiēqꝫ medialē cōtinentes quarū ambo quadrata pariter accepta sint rōnale:ex talibus eni cōponitur vt affirmat.33.dico ꝙ impōssibile ē ad aliū punctum in alias duas lineas sub hac diffinitione ipsā diuidi ꝙ si pōt.sit hic ad.d.maneant sub his eadē figura eedemqꝫ ypotheses que prius ⁊ argue quēadmodū in.36.supficiē.g.k.esse rationalē ⁊ irra/tionalem:qđ est impossibile.

Propositio 40.

LInea potens in rōnale ⁊ mediale nisi in suas duas lineas tantum sub termino suo non diuiditur.

¶ Hec quoqꝫ.40.manentibus prioribus figura ⁊ positionibus exce/ptoqꝫ ipsa linea.a.b.diuidatur in punctum.c.sin illas duas lineas ex quibus.34.dicit eā cōponi probabiť:quēadmodū.37. Si autē aliter fuerit q̃ꝫ proponat erit supficies. k.g.rōnalis ⁊ irrōnalis:qđ esse non potest.

Propositio .41.

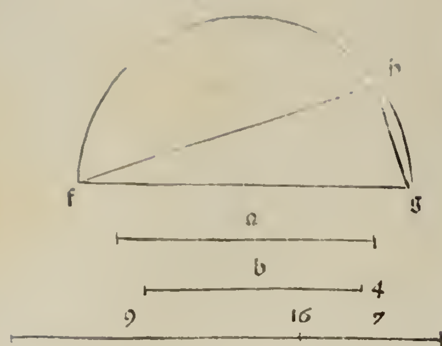
LInea potens in duo medialia nequit diuidi in alias duas sub termino eaꝝ ex quibus coniuncta est:sed in suas tantū duas ex quibus componitur est diuisibilis.

¶ Hec eni.41.diuisa linea.a.b.ad punctum.c.i eas ex quibus.35.as/serit eam componi ceterisqꝫ ut supra tam figura q̃ꝫ positionibus ma/nētibꝰ ꝓbať sicut.38.nā dato opposito ꝓpositi.Seq̃ť oppositū.36.qđ ē īpossibile

¶ Si fuerit binomij longior portio breuiore potentior augmēto q̃/drati linee cōicantis eidem longiori in longitudine fueritqꝫ eadēꝫ lō/gior linee posite rōnali cōicans ipsuꝫ:vocabiť binomiū primū. Si vero breuior posite rōnali cōmunicet diceť binomiū scđm. Qđ si neu/tra portionū eiꝰ posite rōnali cōicet appellabiť binomiū tertiū. Itē si longior breuiore tanto amplius possit quantū est quadratū alicu/ius linee ipsi longiori icōmensurabilis i lōgitudīe fueritqꝫ lōgior por/tionū posite linee rōnali cōicās i lōgitudīe ipsū nūcupabiť binomiū binomiū quartū. Si vero breuior posite rōnali cōicet ī longitudine quintū noīabiť. Si aūt neutra portionū eiꝰ posite rōnali cōicet i lōgi/tudine erit binomiū sextū.

Propositio .42.

BInomiū primū inuenire. ¶ Sit. a.linea rōalis posita:sumāťqꝫ duo numeri q̃drati .b.⁊.c.quoꝝ.c.sit diuisibiľ i q̃dratū qui sit.d.⁊ i nō quadratum qui sit.e.ponaťqꝫ ꝓportio quadrati linee.a.ad q̃dratum linee.f g. sicut numeri.b.ad numeꝝ.c.eritqꝫ ex scđa pte.7.linea

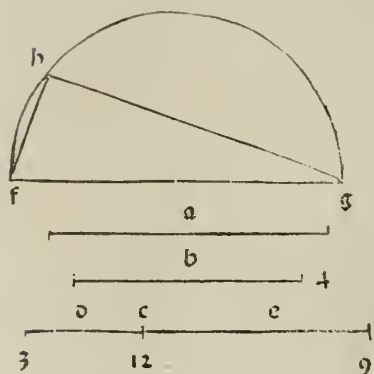


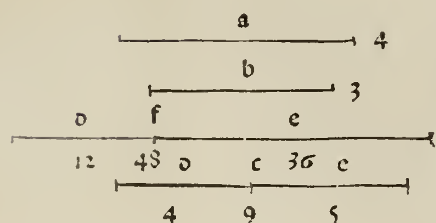
f.g.cõmunicans linee.a.rõnali posite i longitudine:super eã igitur lineetur.f.g.b: semicirculus: sitq3 ꝓportio quadrati linee.f.g.ad quadratũ linee.f.b.sicut.c.ad.d ⁊ ducatur linea.g.b.dico ergo duas lineas.f.g.⁊.g.b.directe cõiunctas cõponere binomium primum. Est enim linea.f.g.que est longior potentior.linea.g.b.que est brevior in quadrato linee.f.b.per.30.tertij ⁊ penultimã primi:coicat autem li/nea.f.b.linee.f.g.in longitudine per scđam ptem.7. cum proportio quadratorum ipsaꝝ.f.g.⁊.f.b.sit sicut numeroꝝ quadratoꝝ qui sunt.c.⁊.d.linea vero.g.b.con/vincitur esse rõnalis in potentia tm̃:non cõicans linee.f.g.in longitudine. ideoq3 neq3 linee.a.rõnali posite:cum sit enim quadratum linee.f.g.ad quadratũ linee.f.b.sicut numerus.c.ad numeꝝ.d.erit per eversam ꝓportionalitatẽ quadratum li/nee.f.g.ad quadratũ linee.g.b.sicut numerus.c. ad numerum.e. cum itaq3.c.sit numerus quadratus.e.vero nõ q̃dratus: seq̄r per vlt̄.ptem.7.ut linea.g.b.sit in/cõmensurabilis linee.f.g.in longitudine:relinquit̄ igitur ipsam.g.b.esse rõnalẽ in potentia tm̃ ⁊ a dione lineas.f.g.⁊.g.b.ꝯponere binomiũ p̄mũ:qđ erat iueniẽdũ.



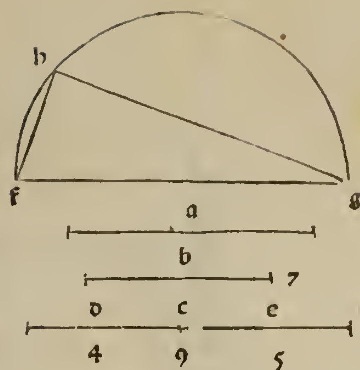
Inomium secundum reperire. Propositio .43.

¶ Sit ut prius.a.rationalis linea posita.b.vero numerus quadrat⁹ c.vero sit numerus nõ quadratus divisibilis in.d.nõ quadratum et e.quadratũ.ita tñ q̄ proportio totius.c.qui est nõ quadratus ad.d. qui est etiã non quadratus sit sicut numeroꝝ quadratoꝝ:talis autem numerus est. 12.⁊.48.divisibilis eni est.12.in.9.quadratũ numeꝝ ⁊.3. non q̃dra/tum:estq3 ꝓportio.12.ad.3.sicut. 16.ad.4.quoꝝ vterq3 quadratus eodẽ mõ.48. divisibilis est in.36.⁊.22.Tales aũt numeros sic reperies.Sit.a.numerus quadra tus.b.quoq3 sit vnitate minor:cuius quadratũ sit.c.At vero.d.ꝓveniat ex.b.in.a eritq3 ex prima incidentium noni.b.differẽtia.d.ad.c.ducatur idẽ.a.in.c.et ꝓve/niat.e.eritq3.e.quadratus ex prima pte conel'.scđi noni eo q̄ vterq3 numerorum a.⁊.c.est quadratus per ypothesi3: fiat rursus.f.ex.a.in.d.eritq3.f.qualẽ querim⁹ est enim ex vltima parte predicti conel'.numerus.f.non quadrat⁹:eo q̄.d.numer⁹ sit nõ q̃drat⁹.Si eni.d.numer⁹ esset q̃drat⁹:esset quoq3.b.q̃drat⁹ ex.2. pte eiusdẽ conel'.2.noni ⁊ ex.22.octavi:⁊ q̄r.a.ẽ quadrat⁹ esset p. 16.eiusdẽ:tertius continue ꝓportionalis inter.a.⁊.b.qđ ẽ ipossibile cũ sint sola vnitate distãtes:nõ est igit̄.d quadratus quare nec.f.est enim.f.equalis.d.⁊.c.qm̃ cum.b.sit differentia.d.ad.c vt patet ex premissis:erit per primam incidentium noni qđ fit ex.a.in.d.equũ bis que fiunt ex.a.in.b.⁊ in.c.⁊ quia ex.a.in.b.fit.d.⁊ in.c.fit.e.sequitur ut.d.sit dif/ferentia.f.ad.e.⁊ quia per .18.septimi est.f.ad.e.sicut.d.ad.c.erit permutatim.f. ad.d.sicut.e.ad.c.Cũq3 vterq3 duoꝝ numerorum.e.⁊.c.sit quadratus manifestũ ẽ numeꝝ.f.eẽ qualẽ volumus.ẽ eni non q̃drat⁹ divisibilis i.d.nõ q̃dratũ ⁊.e.qua/dratũ:cui⁹ ꝓportio ad.d.ẽ sicut q̃drati ad q̃dratũ videl3.e.ad.c.cetera oia sint vt pri⁹:dico q̄ linee.f.g.⁊.g.b.ꝯponũt binomiũ scđm.cũ eni sit q̃dratũ.a.ad q̃dra/tum.f.g.sicut.b.ad.c.rursusq3 quadratum.f.g.ad quadratum. g.b. sicut.c.ad.e. erit per equã proportionalitatem quadratum.a. ad quadratũ. g.b. sicut.b. ad.e. cũ igit̄ vterq3 duoꝝ numeroꝝ.b.⁊.e.sit q̃drat⁹ erit p scđam ptẽ ⁊ linea.g.b.cõmũi cãs in longitudine linee.a.rationali posite: de linea vero.f.g.constat q̄ ipsa sit ra tionalis in potẽtia tm̃ nõ cõmunicans linee.a.rõnali posite in longitudine p vlti/mam partem.7.que cum sit potentior linea.g.b.in linea.f.b.per.30.tertij ⁊ penul timã primi:cõmunicet aũt linea.f.b.linee.f.g.in longitudine p scđam ptẽ.7. eo q̄



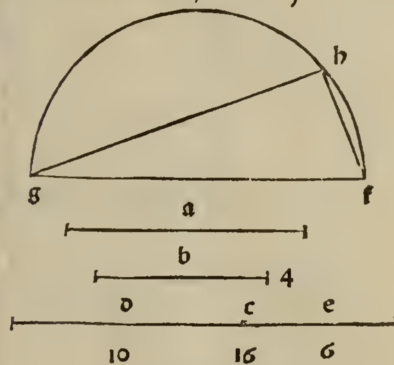


coꝝ quadrata sunt in ꝓportione numeroꝝ.c.ꝛ.d.quoꝝ est proportio sicut numeroꝝ quadratoꝝ per ypothesim:constat ꝓpositū. ℭAliter quoqꝫ idem est linea.g.h communicans a rationali posite in longitudine quā facile est inuenire sitqꝫ.c.numerus qnadratus diuisibilis in quadratū.d.ꝛ non quadratū.c.sitqꝫ ꝓportio quadrati linee.g.h.ad quadratū linee.f.g.sicut numerᵘ.c.ad numeꝝ.c. eritqꝫ.f.g. incōmensurabilis linee.g.h.in longitudine per vltimā ptem.7.ꝛ potentior ea i quadrato linee.f.h.cui cōicat in longitudine:primo per conuersā deinde per euersam proportionalitatem:ꝛ per scḋam ptē.7.ex diffinitione igitur linee.f.g.ꝛ.g.h. cōponunt binomium scḋm. ꝓropositio .44.



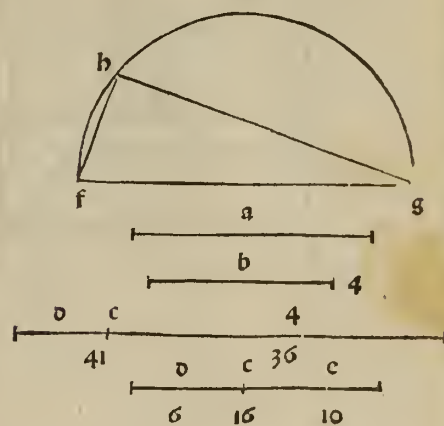
Binomium tertium inuestigare.

ℭBinomiū quoqꝫ tertiū sic reperit̄:posita ut priᵘ linea.a.rōnali i lōgitudine sit.b.numerus primus.c.vero quadratus diuisibilis in quadratum.d.ꝛ non quadratū.e.cetera oīa sint vt prius:dico ꝙ due linee.f.g.ꝛ.g.h.cōponunt binomiuꝫ tertiū:neutra eni caꝝ est incommensurabilis in longitudine linee.a.rōnali posite sed vtraqꝫ incōmensurabilis.f.g quidē per vltimā ptem.7.h.g. vero per equā ꝓportionalitatem ꝛ vltimā partē.7. Est eni p equā ꝓportionalitatē quadratū linee .a.ad q̄dratū linee.g.h .sicut numerus.b.ad numeꝝ.c.mediantibᵘ :hinc quidē quadrato linee.f.g.inde vero numero c.numeri autē.b.ꝛ.c.nō sunt in proportione aliquoꝝ quadratoꝝ:cū.b.sit numerᵘ primus.si eni essent in proportione numeroꝝ quadratoꝝ:necesse esset p.16.octaui ꝛ octauā eiusdē:tertiū eis in cōtinua proportionalitate interesse.esset igitur per.17 eiusdē numerus.b.superficialis qḋ ē impossibile cū sit primus p ypothe. incōmensurabilis est itaqꝫ linea g.h.linea.a.rōnali posite ex vltima ptē.7.q2 ergo linea .f.g. potentior ē linea.g.h.in quadrato linee.f.h.ex.30.tertij ꝛ penul. primi que cōicat ei in longitudine ex scḋa pte.7.ex diffinitione binomij tertij: pꝫ nostra intentio



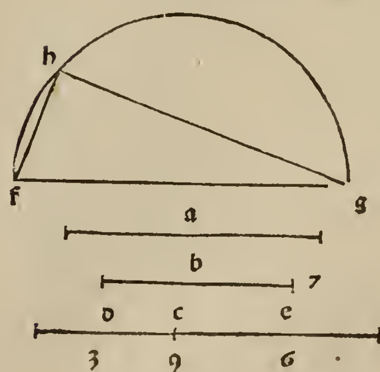
Binomium quartum scrutari. ꝓropositio .45.

ℭIn inuentione binomij quarti eodē modo ꝓcedendū ē sicut in inuentione primi.excepto ꝙ q̄dratus numerus.c.diuidat̄ in duos nō q̄dratos qui sunt.d.ꝛ.e.cetera oīa negocianda sunt hic ex diffinitione binomij quarti sicut ibi ex diffinitione binomij primi.



Binomium quintum querere. ꝓropositio .46.

ℭHuius inuentio sic ē sicut binomij scḋi:excepto ꝙ numerᵘ.c.nō q̄dratus diuidet̄ in.d.nō quadratū ꝛ.e.quadratū.ita tamē ꝙ ꝓportio.c.ad.d.nō sit sicut numeri q̄drati ad numeꝝ q̄dratū. Cetera oīa sūt hic ꝑquirenda ex diffinitione binomij quinti sicut ibi quesita sunt ex diffinitione binomij scḋi.vel pone ꝙ linea.g.h.sit cōicās linee.a.rōnali posite i longitudine:ꝛ pone numeꝝ.c.quadratū diuisū in duos nō q̄dratos qui sūt.d.ꝛ.e. pone itaqꝫ ꝓportionē q̄drati linee.g.h.ad q̄dratū.f.g.sicut numeri.c. ad numeꝝ c.deinde astrue ꝓpositū ex vltima parte.7.ꝛ pⁿiibᵘ ypothesibᵘꝛ conuersa ꝛ euersa ꝓportionibus ꝛ iterū ex vltima parte. .ex diffinitione binomij quinti.



ꝓropositio .47.

In binomio sexto demū oportet insistere. ℭBinomiū sextū sicut tertiū scrutādū ē ꝛ tñ erit hic nūerᵘ q̄dratᵘ.c.diuisᵘ i duos nō q̄dratos.d.ꝛ.e cetera ut ibi eritqꝫ ex dione binomii.6.linea q̄ꝫ ꝯponūt

f.g.⁊.g.b.ſibi inuicem directe cõiuncte binomiũ ſextũ:qd̓ ẽ ꝓpoſitum inuenire.

Propoſitio .48.


I fuerit ſuperficies binomio primo lineaq̃ rationali contenta: latus qd̓ ſuper eam poteſt binomium eẽ neceſſe eſt: ¶Sit ſuperficies.a.c.contenta linea rõnali.a.b.⁊ binomio primo ꝙ ſit.b.c.dico ꝙ latus tetragonicũ ſuperficiei. a.c.ẽ binomiũ :Sit cũ punctus.d.cõmunis termin⁹ duaꝝ portionũ binomij primi:b.c.cuius maior portio ſit.b.d.eritq̃ rõnalis i longitudine ex diffinitione:⁊ cõmenſurabilis linee.a.b.rõnali poſite. Diuidatur item minor portio que eſt.d.c.per equalia ad punctũ e.lineaq̃.d.b.diuidat̃ ſub ea conditione ad punctũ.f. qd̓ inter partes eius que ſũt.b.f.⁊.f d.cadat de medio loco proportionalis: quod qualiter fiat in.13.dictum eſt:ducantur autẽ linee.c.g.d.b.f.k. equidiſtantes linee.a .b.⁊ quia ex diffinitione binomij primi linea.d.b.eſt potentior linea.d. c.in quadrato linee ſibi cõmunicantis in longitudine:ſequitur ex ſcd̓a parte.13.ꝙ due linee.b.f.⁊.f.d. ſint cõicantes: per.9.igitur eſt vtraq̃ eaꝝ cõmunicans toti linee.b.d.quare p diffinitionẽ ambe ſunt rõnales in longitudine.ideoq̃ per.15.vtraq̃ duaꝝ ſuperficieꝝ a.f.⁊.f.b.eſt rõnalis :deſcribatur itaq̃ quadratũ.l.m.cuius latus.l.r.equale ſuperficiei.a.f.cui circũponatur gnomo protracta dyagonali.l.m.n.ad eam quantitatẽ qd̓ ipſius gnomonis quadratũ:qd̓ ſit.m.n.ſit equale ſuperficiei.f.b.duoq̃ ei⁹ ſupplementa ſint.p.m.⁊.m.q.que neceſſe eſt eſſe equalia duabus ſuꝑficiebus. d.g.et g.c.qd̓ ſic collige:cũ enim ſit linea.d.c.medio loco ꝓportionalis inter lineas.b.f.⁊ f.d.erit ſuperficies.d.g.ex prima ſexti medio loco ꝓportionalis inter ſuperficies a.f.⁊.f.b. quare ⁊ inter quadrata.l.m.⁊.m.n.⁊ quia ſupplementũ p.m.eſt etiam medio loco porportionale inter quadrata dicta ex prima ſexti:ſequitur ut.p.m.ſit equalis.d.g.ideoq̃.m.q.g.c.igitur linea.l.p.eſt latus tetragonicũ ſuperficiei.a.c. hanc lineã dico eſſe binomiũ: cũ ſint enĩ ambo quadrata. l.m: ⁊.m.n .rationalia erunt ex diffinitione due linee.l.r.⁊.r.p.potentialiter rõnales. Eſt autem per primam ſexti.a.f.ad.d.g.ſicut.b.f.ad.d.c.ſed.b.f.eſt incõmenſurabilis.d.c.ſ.qꝛ.b.f eſt .ationalis ſimpliciter vt probatum eſt.d.c.vero quia cõicat in longitudine.d.c rõnale in potẽtia tantum eritq̃ ipſa rõnalis in potentia tantũ per.18.qd̓ ex pmiſſis ypotheſibus manifeſtũ eſt itaq̃ per ſcd̓am ptẽ.10.ſuꝑficies.a.f.eſt incõmenſurabilis ſuperficiei.d.g.igitur ⁊ quadratum.l.m.ſupplemento.p.m.quare p primã ſexti ⁊ ſcd̓am ptẽ.10.linea.l.r.ẽ incõmẽſurabilis linee.r.p.ex.30.igit̃ ꝯſtat lineã.l.p eſſe binomiũ qd̓ erat monſtrandũ.

Propoſitio .49.


I fuerit ſuperficies linea rationali binomioq̃ ſecũdo cõtenta:latus eius tetragonicum erit bimediale primum. ¶Sit eadem figura eedemq̃ ypotheſes q̃ in premiſſa: eritq̃ ex diffinitione binomij ſecundi linea.d.c.rationalis in longitudine :quare per.15.vtraq̃ duarum ſuperficierum.d.g.⁊.g.c.ideoq̃ et duo ſupplementa.p.m.m.q.erit rationalis:linea vero.b.d.erit rationalis in potentia tantum:et diuiſa in duas lineas communicantes.f.d.et. b.f.ex diffinitione binomij ſecundi ⁊ premiſſis ypotheſibus ⁊ ſecunda parte.13.per.19.igitur erit vtraq̃ duaꝝ ſuperficieꝝ.a.f.⁊.f.b.ideoq̃ ⁊ vtrũq̃ quadratoꝝ.l.m:⁊.m.n.mediale:itaq̃ ambe

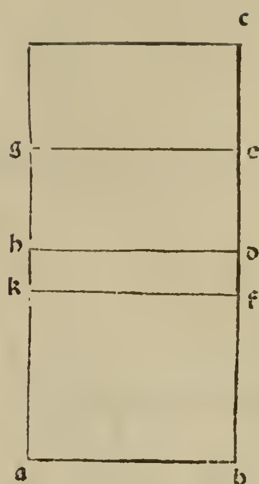
linee.l.r.z.r.p.sunt mediales in potentia quoqz cōmunicantes: nā cum linea.b.f. cōicet linee.f.d.sequitur ut.a.f.cōmunicet.f.b.quare quadratū.l.m.quadrato.m. n.ideoqz z linea.l.r.linee.r.p.in potentia: in longitudine autē non cōmunicāt: qm̄ vna earum ad alterā est sicut.l.m.ad.m.p. Cum igitur.l.m.nō cōmunicet.m.p.co qꝫ altera medialis videlicet.l.m.altera vero rōnalis videlicet.m.p.sequitur ut.l.r nō cōmunicet in longitudine.r.p. qꝛ igitur ipse continent superficiem rationalem que est.m.p.cōstat lineam.l.p.ex.31.huius esse bimediale primum.

Propositio .50.



Si binomio tertio ac linea rationali superficies contineatur linea in eam potens erit bimediale secundum.

¶ Dispositio z ypotheses maneant vt supra. Eritqz ex his ypothesi/bus z diffinitione binomij tertij z.19.vnaqueqz quatuor supficierū in quas diuisa ē supficies.a.e.medialis: quare vtrūqz duorꝫ quadratorꝫ.l.m.m.n.z vtrūqz duorꝫ supplemētorū.p.m.z.m.q.erit etiā mediale vtraqz igitur duarꝫ linearū.l.r.z.r.p.erit medialis.z cū due superficies.a.f.z.f.b.sint cōmunicantes eo qꝫ due linee.b.f.z.f.d.sint cōmunicantes per secūdā partē.13.erūt due linee.l.r.z.r.p.cōmunicantes in potentia in longitudine vero nō: qꝛ supficies l.m.non cōicat cū superficie.m.p.eo qꝫ neqz.a.f.cōicat cum.d.g. Nam linea.b.f. nō cōmunicat cum.d.e. cum igitr̄ ipsi ꝯtineant superficiem medialem que est.p.m cōstat ex.32.lineā.l.p.esse mediale scdm: quod est propositum.

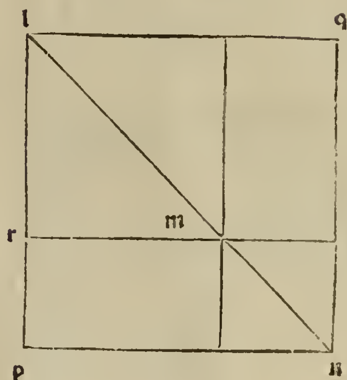


Propositio .51.



Si linea rationali binomioqz quarto superficies cōtineatur: que in eā superficiem potest est linea maior.

¶ Cunctis ut in premissis manētibus erit ex ypoth. z diffinitione binomij quarti z.19.vtraqz duarꝫ supficierꝫ.d.g.z. g.e. quare z vtraqz duarꝫ.p.m.z.m.q.medialis duoqz quadrata.l.m.z.m.n.pariter accepta rōnale eo qꝫ superficies.a.d.ē rōnalis per diffinitionē binomij quarti z.15. Et quia.d.b.diuidit in puncto.f.in duo incōicantia per scdam partē.14.erit superficies.a.f. incōmensurabilis superficiei.f.b. Ideoqz z quadratum.l.m. quadrato m.n.due igitur linee.l.r.z.r.p.sunt incōmensurabiles i potentia que cū contineāt superficiem medialē.p.m.z earum quadrata ambo pariter accepta sunt rationale ꝯstat per.33.lineā.l.p.esse lineam maiorē quod erat monstrādum.



Propositio .52.



Si fuerit superficies linea rationali atqz binomio quinto contenta quecunqz in eam linea potest petens in rationale z mediale esse ex necessitate conuincitur.

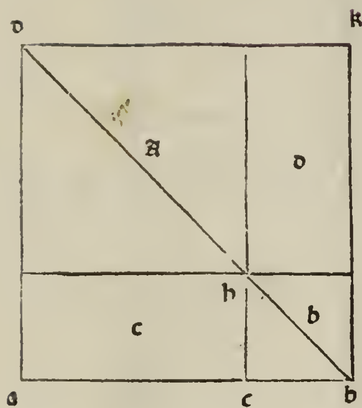
¶ Nec in hac quoqz ē aliquid ex priorum dispositione z positionibꝰ mutandū: eis enim manētibus erit ex his que posita sunt in diffinitione binomij quīti z.15.vtraqz duarꝫ supficierꝫ.d.g.z.g.e.quarꝫ vtraqz duarꝫ.p. m.z.m.q.rōnalis totaqz.a.d.quare z duo q̄drata.l.m.z.m.n.pariter accepta medialis ex.19.cūqz ex scda pte.14.sit linea.f.b.icōmēsurabilis linea.f.d.iōqz supficies.a.f.supficiei.f.b.z q̄dratū.l.m.q̄drato.m.n.erit linea.l.r.icōmēsurabilr̄ i potētia linea.r.p.at qꝛ ipe ꝯtinēt supficiē rōnalē.p.m.z earꝫ q̄drata ābo piter accepta sunt mediale conclude ex.34.linea.l.p.esse potentem in rationale z mediale: quod promissum est.

Propositio .53.



I binomio sexto lineaq; rōnali superficies contineatur linea que in eam potest: in duo in medialia potens esse probatur.

¶Hec.53.adhuc te sustinet ociari a pingendo figuras: contenta eni est premissis dispositione & positionibus. Quib⁹ stantibus necesse ē ex ipsis positis & dispositione.i.diffinitione binomij postremi & .19.quālibet ex superficiebus.a.d.&.d.g.&.g.e.propter quod & ambo quadrata .l.m.&.m.n.pariter accepta &.p.m.&.m.q.esse mediales. Cumq; .b.f.&.f.d. propter qđ.a.f.&.f.b.ideo q;.l.m.&.m.n.sint incōmensurabiles erunt due linee.b.c.&.r.p.incōmmensurabiles in potentia.at quia ipse continent superficiem medialem.p.m. earumq; ambo quadrata pariter accepta sunt mediale qđ est duplo superficiei vnius in alteram incommensurabile: qđ ex eo probatur q̄ superficies.b.h. ē incōmensurabilis superficiei.b.c.propter hoc q̄ linea.d.b.est incōmensurabilis linee.d.c. sequitur ex.35.lineam.l.p.esse que potest in duo medialia.

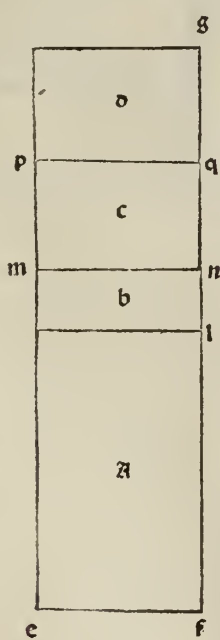


Propositio .54.



I linee rationali equum quadrato binomij rectangulum adiungat: latus eius scdm binomiū primū esse coueniet.

¶Hec sex sequentes conuerse sunt sex precedentium per ordinē hui⁹ autem est hec intentio. Sit linea.a.b.binomiū diuisa ad punctū.c. in duas lineas.a.c.&.c.b.ſm suam diffinitionē aut termini eiusq;.a b.quadratum sit.b.d.sitq; linea.e.f.rōnalis in longitudine cui adiungatur superficies.e.g.equalis quadrato.b.d.dico q̄ latus scdm: huius superficiei quod ē linea f.g.est binomiū primū. Diuidatur eni quadratū.b.d.in duo quadrata.b.h.&.h. d.que sint quadrata duarum portionū binomij: & in duo supplementa.a.h.&.h. k.quorum vtrūq; continetur sub duabus portionibus binomij: eritq; ex diffinitione binomij que habetur per.30.vtrūq; istoꝝ quadratoꝝ rōnale.& per.19.vtrunq; supplementū mediale. Ex superficie igitur.e.g.abscindatur superficies.e.l. equalis quadrato.d.h.&.l.m.equalis quadrato .h.b.&.n.p.equalis vni duorū supplementorum .a.h.vel.h.k.eritq;.p.g.residua equalis reliquo supplemento: quare per primam sexti linea.n.q.est equalis linee.q.g.ex premissis aūt manifestū est q̄ vtraq; duaꝝ superficierum.e.l.&.l.m.& iō tota superficies.e.n.est rōnalis Et vtraq; duarum equalium. n.p.&.p.g.& ideo tota.m.g. medialis: quare per.16.vtraq; duarum linearū.f.l.&.l.n.& tota linea.f.n.rōnalis in longitudine: & linee.e.f.rationali posite cōmensurabilis: & per.20.vtraq; duarū.n.q.&.q.g.& tota.n.g.rationalis in potentia tantum incōmensurabilis linee.m.n.& ideo linee.e.f.sibi eq̄li & per consequēs & linee.f.n.in longitudine: Si igit linea.f.a. que est maior linea n.g. vt ex primo duoꝝ antecedētiū.35.demonstrationi subiunctorū & prima sexti apparet: fuerit potentior linea.n.g.minori in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine. tunc ex diffinitione binomij primi manifestum est lineam.f. g.eē binomium primum. Hoc autem ita esse sic habeto. Cum inter duo quadrata. d.h &.h.b.sit per primā sexti superficies.a.h.medio loco proportionalis: cōuincitur ex prioribus ypothesibus superficiem.m.q.esse inter superficies.e.l.&.l.m. medio loco proportionalis: quare per primā sexti linea.n.q.que est medietas linee. n.g est in medio loco proportionalis inter duas lineas.f.l.&.l.n.qđ igitur fit ex .f.l.in



l.l.n.est quantū qđ ex.n.q.in se per.16.sexti:ideoqȝ per.4.scđi quantū quarta ps quadrati linee.n.g. Itaqȝ per primaȝ ptē.13. cum linea.f.n.diuidatur a superficie sibi adiuncta equali quarte parti quadrati breuioris linee. n.g. ita q ad cōplendā totam lineam.f.n.desit superficies quadrata in duo cōicantia ad punctū.l.erit.f.n potentior.n.g.in quadrato linee sibi cōmunicantis in longitudine: constat ergo propositum.

Propositio .55.

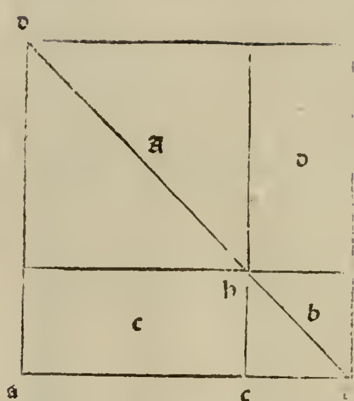
Si linee rationali equa superficies quadrato bimedialis primi adiūgat̄ lat⁹ ei⁹ reliquū biōmiū scđm eē oportebit ¶Sit linea.a.b.bimediale primū diuisa ad punctum.c. scđm suum terminū.Cetera aūt sint ut prius:dico lineā.f.g.esse binomium scđm erit eni superficies.m.g.rōnalis eo q ptes bimediales primi continent superficiem rōnalem ꝛ superficies tres.e.l.l.m.ꝛ tota.e.n.mediales cōicātes eo q portiones bimediales primi sunt linee mediales potentia tm̄ cōicantes ex.31 per.16.igitur erit linea.n.g.rōnalis in longitudine cōmensurabilis linee.e.f. rōnali posite.ꝛ per.20.linea.f.n.rōnalis in potentia tantū que cū sit maior linea. n.g. ex primo duoꝝ antecedentiū demonstrationi.35.adiunctoꝝ ꝛ prima.6.ea que potentior quadrato linee cōmunicantis secū in longitudine ex prima pte.13.erit a diffinitione linea.f.g.binomium scđm quod est propositum.

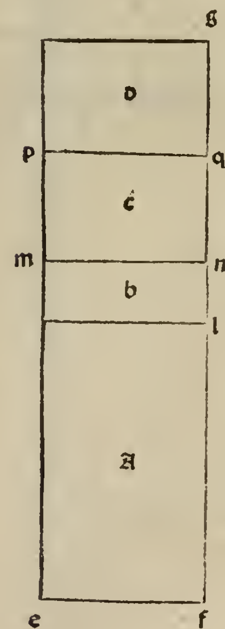
Propositio 56

Cum adiuncta fuerit linee in longitudine rōnali superficies rectangula equalis quadrato bimedialis scđi lat⁹ ei⁹ secundum binomium tertium esse necesse est: ¶Si fuerit linea.a.b.bimediale scđm diuisa per terminum suum ad punctū.c.reliqua vero oia fuerint ut prius:erit linea.f.g .binomium tertium. Erit eni ex.32.ꝛ nostris positionibus vtraqȝ superficieꝝ.e.n.ꝛ.m.g. medialis:quare per.20.vtraqȝ duaꝝ lineaꝝ.f.n.ꝛ.n.g.erit rōnalis in potentia tātū. at q2 bimedialis scđi partes sunt cōicantes in potētia tm̄ erit supficies.e.l.cōicans supficiei.l.m.ꝛ iō linea.f.l.linee.l.n.potentior:ergo ē p primā partē.13.f.n. q̄ȝ sit n.g.in quadrato linee sibi cōicantis in longitudine.Cūqȝ sint supficies.a.b. ꝛ quadratū.b.b.incōmensurabilia eo q linee.a.c.ꝛ.c.b.incōmēsurabiles: ideoqȝ ꝛ ambo quadrata pariter accepta ambobus supplementis pariter acceptis. eo q quadrata sibi inuicē cōicant ex ypothesi supplemēta quoqȝ cū sibi inuicē sint eq̄lia:seq̄t vt supficies.e.n.sit icōmēsurabilis supficiei.m.g.ꝛ iō linea.f.n.linee.n.g.p diffinitionē igit̄ ē linea.f.g.binomiū tertiū qđ ē ppositū.

Propositio .57.

Si linee rōnali rectāgulū equū q̄drato linee maioris adiūgat̄ alteꝝ se cōtinentium laterum erit binomium quartum ¶Si hec quoqȝ fuerit linea.a.b.linea maior diuisa scđm terminū suum ad punctū.c. cunctaqȝ reliqua non fuerint aliter q̄ȝ prius:erit linea.f.g. binomiū quartū.Cū eni sint ambo quadrata portionū linee maioris pariter accepta rōnale erit supficies.e.n.rōnalis :ideoqȝ per. 16.linea.f. n.rōnalis in longitudine cōicans linee.e.f.rōnali posite:superficies vero.m.g.erit medialis pp̄ter illud q portiones linee maioris cōtinēt supficiē medialē.itaqȝ per 20.linea.n.g.ē in potētia rōnalis tm̄:ꝛ q2 etiā portiones prefate linee.a. b.sūt potentialiter incōmensurabiles superficies.e.l.incōmēsurabilis erit.l.m.ideoqȝ linea f.l.linee.l.n.igitur per primā partē.14.linea.f.n.est potentior linea. n.g. i q̄drato





linee sibi incõmensurabilis: ex diffinitione igitur ẽ linea.f.g .binomium quartum: quod erat propositum. Propositio 58.



Si linee rõnali quadrato linee potentis supra rõnale erit mediale equalis: parte altera longior forma adiungatur alterum latus eius binomium quintum esse necesse est.

¶ Proposita linea.a.b.ea que põt supra mediale ⁊ rõnale diuisa fm eius diffinitionẽ ad punctũ. c.nihil imutet̃ de reliquis.sequit̃qꝫ lineã f.g.esse binomium quintũ Cũ enim ptes hui⁹ linee.a.b.contineãt rõnalẽ superficiẽ necesse est vt superficies.g.m.ideoqꝫ p.16.linea.n.g. sit rationalis. Cumqꝫ ambo quadrata partium huius linee piter accepta sint mediale erit superficies.e.n .mediale ⁊ per.20.linea.f.n.rõnalis in potentia tm̃.at qꝛ portiones predicte linee sũt incõmensurabiles in potentia: erit superficies.e.l.incõmensurabilis superficiei.m.l.ideoqꝫ ⁊ linea.f.l.linee.l.n.potentior igit̃ ẽ per primã ptẽ.14. linea.f.n.linea.n.g in quadrato linee sibi incõmensurabilis: per diffinitionẽ itaqꝫ binomij quinti conclude propositum. Propositio .59.

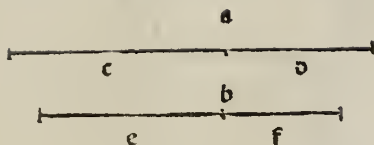


Quotiens adiuncta fuerit linee rõnali supficies rectangula equalis quadrato linee potentis in duo medialia eiusdem superficiei latus scdm binomiũ sextum esse conuicitur.

¶ In hac.59.sit linea.a.b.linea potens supra duo medialia: que aũt preter hec sunt sicut supra maneant ⁊ erit tunc linea. f.g. binomium sextũ qd ignorare nõ poteris si premissoꝝ eiusqꝫ qd.35.pponit imemor nõ fueris: ⁊ sic pꝫ in hac nostra intentio. Propositio .60.



Omnis linea cuiuslibet binomiorum cõmunicans sub eadem specie binomium esse probatur.



¶ Sit linea.a. binomium cuius uis speciei: sitqꝫ linea.b.sibi cõicans in longitudine: dico lineã.b.eẽ binomiũ eiusdẽ speciei cui⁹.a.sint eñi binomiales portiones.a.c.⁊.d.eruntqꝫ ambe rõnales in potẽtia tm̃ cõicantes per.30.linea vero.b.diuidat̃ per.12.sexti fm ꝓportionẽ.c.ad.d. in.e.⁊ f.eritqꝫ per cõiunctam ⁊ euersam ⁊ permutatam proportionalitatem.c.ad.e.⁊.d. ad.f.sicut.a.ad.b.cum sint igitur.a .⁊.b.cõicãtes: erunt etiã per primã partẽ.10. c.⁊.e.itẽqꝫ.d. ⁊.f.cõicantes.si igitur fuerit.c.rõnalis in potentia tm̃ erit ⁊. e.si autem in longitudine ⁊.e.Eodẽqꝫ modo si.d.ẽ rõnalis in potentia tm̃ vel etiã in longitudine tm̃.erit quoqꝫ ⁊. f.silr ⁊ ex.12.si potẽtior ẽ.c.d.quadrato linee sibi cõmẽsurabilis in lõgitudine vel si forte incõmẽsurabilis erit.⁊.e.potentior.f.in quadrato linee sibi cõmensurabilis vel etiã incommensurabilis: necesse est ex diffinitionibus sex specieꝝ binomioꝝ vt eiusdẽ speciei binomij sint. a.⁊.b.Si autẽ linea.b.cõmunicet binomio.a.in potentia tm̃ erit etiã et sic linea.b. Binomium aũt eiusdẽ speciei non est necessariũ imo impossibile est vt ambe simul cadant sub prima specie binomiorum vel sub scda quarta vel quinta.sꝫ necesse est vt ambo cadant sub primis tribus aut ambo sub tribus postremis: vnũ eñi coꝝ esse in aliqua ex tribus primis speciebus ⁊ aliud in aliqua ex tribus postremis est impossibile.cum enim.a cõicet cũ.b.in potentia tm̃.c.quoqꝫ cũ.e.⁊.d.cũ.f.cõicabit tm̃ in potentia ex. 10. Si igitur alterutra duarum linearum.c.⁊.d.fuerit rõnalis in longitudine non erit sua cõpar ex lineis.c.⁊.f.rationalis in longitudine. Non est itaqꝫ possibile ut .a.et b.cadant simul sub aliqua ex illis speciebus binomiorum in quibus altera duarum

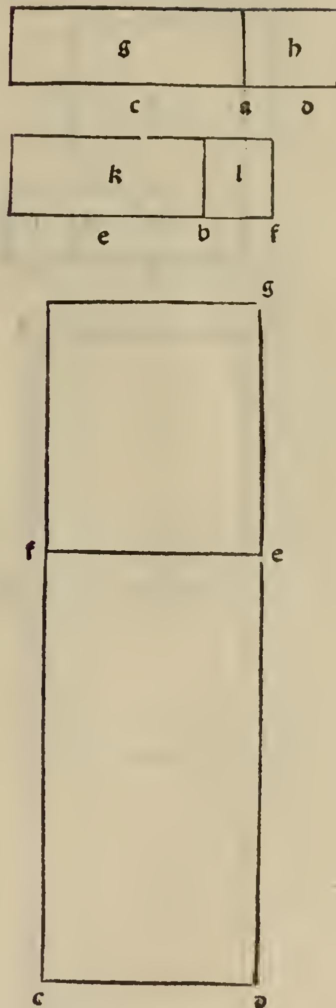
portionũ binomij est rõnalis in longitudine.hec aũt species sũt:prima ꝛ scđa quarta ꝛ quinta.At vero q: per.12.due linee.c.ꝛ.e.simul potentiores sunt duabus lineis.d.ꝛ.f.in quadratis duaꝝ lineaꝝ sibi in longitudine cõmunicantiũ aut incõicantium:necesse est vt ambo binomia.a.ꝛ.b.simul cadant sub primis tribus speciebus binomioꝝ aut simul sub tribus postremis ex diffinitione ipsarum specieꝝ: Lineã aũt.b.quid dubitas esse binomiũ cũ sint.eni c.ꝛ.e.cõicantes i potentia tm̃ silr quoq; .d.ꝛ.f.sint aũt.c.ꝛ.d.rõnales in potentia:cõuincitur.c.ꝛ.f.esse rõnales in potentia tm̃:que q: nõ cõicant in longitudine sicut nec eis ꝓportionales.c.ꝛ.d. ipse cõponunt indubitanter binomiũ per.30.huius.

Propositio .61.

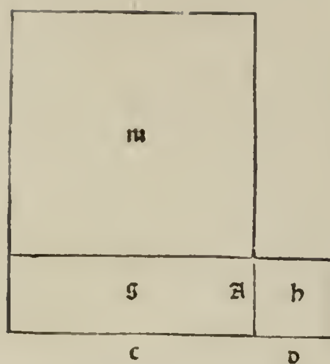


Omnis linea alterutri bimedialiũ cõmensurabilis:sub eadem specie bimedialis esse ex necessitate conuincitur.

¶ Veritatẽ habet quod dicit̃ siue in longitudine siue etiã in potentia tm̃ cõicet aliqua linea alterutri bimedialium.Sint eni due linee cõmunicantes.a.ꝛ.b.quouis duoꝝ modoꝝ predictoꝝ.sitq;.a.bimediale primũ vel scđm:dico q; etiã.b.est bimediale primũ vel scđm ꝓut fuerit.a.Diuiso eni.a.bimediali in suas bimediales portiones ex quibus cõponitur per.31.ꝛ.32 q̃ sint.c.ꝛ.d.b.quoq; diuisa i.e.ꝛ.f.ẽm ꝓportionẽ.c.ad.d.vt docet.12.sexti posita q;.g.supficie contẽta sub.c.ꝛ.d.ꝛ.k.sub.e.ꝛ.f.Et posito.b.quadrato. d.ꝛ.l.f. erit per cõiunctã ꝛ euersam ꝛ permutatã ꝓportionalitatem quẽadmodũ in premissa.c ad.e.ꝛ.d.ad.f.sicut.a.ad.b.sicut igitur ex positione.a.ꝛ.b.sint cõicantes siue hoc sit in longitudine siue in potentia sic.c.ꝛ.e.itemq;.d.ꝛ.f.silr erunt cõmunicantes At quia.c.ꝛ.d.sunt mediales potentia tãtũ cõicantes:sequitur ex.21.ut.e.ꝛ.f. sint etiã mediales ꝛ ex.10.potentia tantũ cõicantes cũ ipse per ypothesĩ sint ꝓportionales.c.ꝛ.d.cũq; sit per primam sexti.g.ad.h.sicut.c.ad.d.ꝛ.k.ad.l.sicut.e. ad.f. erit.g.ad.h.sicut.k.ad.l.ꝛ permutatim.g.ad.k.sicut.h.ad.l.quia igitur.h.ẽ cõmunicans.l.eo q; duo coꝝ latera que sunt.d.ꝛ.f.cõicant in longitudine vel in potentia ẽm q;.a.ꝛ.b.in alterutro coꝝ cõmunicant.sequit̃ ex.10.ut.g.ꝛ.k.quoq; sibi inuicem cõicent erit igitur.k.rõnalis aut medialis prout fuerit.g.ex diffinitione superficiei rõnalis aut.21.In hoc eni tm̃ differt bimediale primũ a bimediale secundo q; portiones bimedialis primi in quas scđm suũ terminũ diuidit̃ continẽt superficiem rõnalem:bimedialis autẽ scđi medialẽ.Si igitur.a.fuerit bimediale primuz erit supficies.g.rõnalis quare ꝛ.k.ꝛ iõ.b.bimediale primũ p.31.Qđ si.a.fuerit bimediale scđm erit superficies.g.medialis ob hoc etiã.ꝛ.k.b.itaq; p.32.erit bimediale scđm q̃re cõstat ꝓpositũ. Idẽ aliter ad lineã rõnalez.c.d.posita.a.alterutro bimedialiũ ꝛ.b.sibi in longitudine vel potentia cõicante: adiungatur supficies.c.e equalis quadrato.a.ꝛ.f.g.equalis quadrato.b.eruntq; supficies.c.e.ꝛ.f.g.cõmunicantes eo q; quadrata eis equalia que sũt quadrata lineaꝝ.a.ꝛ.b.sunt cõicantia ex ypothesi:ex prima igitur sexti ꝛ.10.hui⁹:necesse est duas lineas.d. e.ꝛ.e.g.esse cõicantes:ꝛ quia si.a.fuerit bimediale primũ linea.d.e.erit binomium scđm p.55. ideoq;.e.g.etiam binomium scđm per premissam quare latus tetragonicũ superficiei.f.g:ꝛ ipsum est b.bimediale primũ per.49.at vero si.a.fuerit bimediale secũdũ linea.d.e.erit binomium tertium per.56.ideo.e.g.ẽ binomium tertium p premissam quare ꝛ lat⁹ tetragonicũ supficiei.f.g.ipsũ ẽ.b.bimediale scđm per.50. Manifestũ ẽ igit̃ veꝝ eẽ qđ ꝓponit̃.



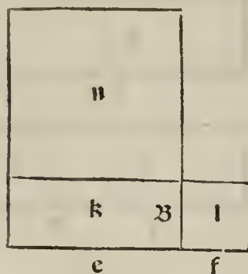
Propositio .62.





Omnis linea cõicans linee maiori: est linea maior.

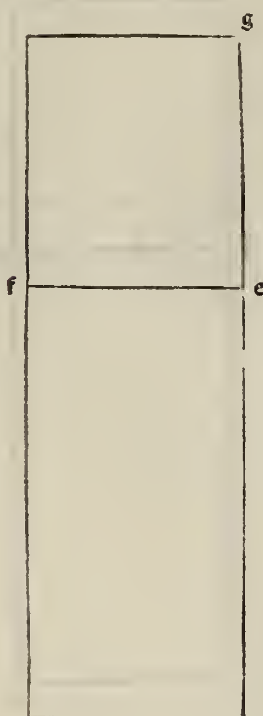
¶ Et hec quoq3 veritatem habet. si vtrolibet modo cõicans fuerit ali qua linea linee maiori. Esto eni. a. linea maior. b. vero quouis sibi cõ municans modo: erit. b. linea maior. Diuisa nanq3. a. i eas portiões ex quibus constat per. 33. que sunt. c. 7. d. 7. b. fm earum ꝓportioné in. c. 7. f. positoq3 ꝙ. g. sit superficies cõtenta sub. c. 7. d. 7. k. sub. c. 7. f. 7. m. 7. b. sint quadrata. c. 7. d. at. n. 7. l. c. 7. f. erit. m. ad. b. sicut. n. ad. l. per scdam ptẽ. 18. se xti 7 coniunctim. m. 7. b. ad. b. sicut. n. ad. l. ad. l. 7 permutatim. m. 7. b. ad. n. 7. l. sicut. b. ad. l. qr ergo. b. cõicat cũ. l. eo ꝙ. d. cõicat cum. f. aut in longitudine aut in potentia ꝑnt. a. cõicat cũ. b. sequit̃ ut ambo quadrata. m. 7. b. pariter accepta com municent cũ ambobus quadratis. n. 7. l. pariter acceptis. cũ itaq3 duo prima pari ter accepta sint rationale per. 33. erunt quoq3 7 duo postrema rõnale p diffinitio nem. At quia superficiem. k. necesse est esse medialẽ sicut. g. ex. 21. lineasq3. c. 7. f. esse incõmensurabiles in potentia sicut. c. 7. d. ex. 10. concluditur p. 33. lineã. b. esse lineã que dicitur maior qd est propositũ. ¶ Idẽ aliter. cum sit. a. linea maior cui. b cõicat siue hoc fuerit in longitudine siue in potentia: sumpta linea rõnali que sit. c. d. adiungatur supficies ei. c. e. equalis quadrato linee. a. deinde. f. g. equalis qua drato linee. b. cũ igit̃ q̃drata duarũ linearũ. a. 7. b. sint cõicãtia ex ypothesi: erit supfi cies. c. e. cõicãs superficiei. f. g. ideo p primã sexti 7. 10. b[9] linea. d. e. linee. c. g. i lõgi tudie. at qr ex. 57. linea. d. e. ẽ binomiũ q̃rtũ erit quoq3 p. 60. liñea. c. g. binomiũ q̃r tũ: igit̃ ex. 51. linea. b. potẽs i supficiẽ. f g. ẽ linea maior. Propositio 63.





Si qua linea linee potenti in rationale 7 mediale ꝯmunicet ipsa in rationale 7 mediale potens esse comprobatur.

¶ Verũ quoq3 est ꝙ qualitercũq3 linea aliqua sit cõicans potenti in rationale 7 mediale siue in longitudine siue in potentia tantum ipsa etiã est potens in rõnale 7 mediale: qd sicut prius duplici modo pro batur: necesse est autẽ quantũ ad primũ modũ vt sicut due linee. c. 7. d. sint i po tentia incõmẽsurabiles. ita sint etiã. e. 7. f. p. 10. Et quẽadmodũ. g. est superficies rõnalis: nã tale ꝯtinent portiones linee potentis in rõnale 7 mediale. ita etiã per diffinitionẽ sit. k. rõnalis 7 quẽadmodũ duo quadrata. m. 7. b. pariter accepta sũt mediale: sicut etiã per. 21. duo quadrata. n. 7. l. piter accepta erunt mediale: igit̃ ex 34. b. ẽ potẽs i rõnale 7 mediale. quãtũ aũt ad scdm modũ necesse ẽ ex. 58. ut linea d. e. sit binomiũ quintũ. ideo 3 7 p. 60. linea. c. g. ẽ binomiũ quintũ: quare p. 52. lat[9] tetragonicũ supficiei. f. g. qd est. b. erit linea potens in rõnale 7 mediale: quod ẽ ꝓ positum. Propositio 64.





Omnis linea cõmunicans potenti i duo medialia: ipsa quo q3 potens est in duo medialia.

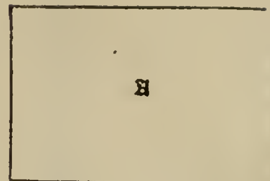
¶ Hec quoq3 manentibus eisdem dispositione 7 positionibus eo du plici modo quo premisse: probabitur vera esse siue in longitudine siue in potentia cõmunicet linea. b. cũ linea. a. potẽti in duo media lia. Quantũ eni ad primũ argumẽtationis modũ erit per. 35. superficies. g. medi alis. ideoq3 7. k. per. 21. cum cõicet ei: duo quoq3 quadrata. m. 7. b. pariter accepta erũt ex eadẽ. 35. mediale: ideoq3 duo. n. 7. l. pariter accepta p. 21. at qr duo quadra ta. m. 7. b. pariter accepta ex ṗdicta. 35. sunt incõmensurabile duplo superficiei. g. eq̃r p. 10. 7 nostras positiões vt duo quoq3. l. 7. n. piter accepta sint icõmẽsurabile

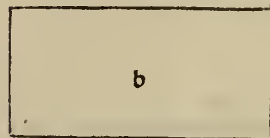
duplo superficiei.k.cum itaqȝ sint.c.ꝛ.f.incōmensurabiles in potentia quēadmodū c.ꝛ.d.erit ex.35.linea.b.potens in duo medialia.quantū aūt ad scōm solite argu mentationis modū erit p.59.d.e.binomiū sextū. ideoqȝ etiā p.60.linea .e. g. erit binomiū sextum quare per.53.latus tetragonicū supficiei.f.g.qđ est.b.erit potens in duo medialia quod est ꝓpositū.

Propositio .65.



Si due superficies quaꝝ altera rōnalis altera vero media lis cōiungantur:linea potens in totā superficiem inde cō/ positā aliqua erit quatuor irrationalium lineaꝝ videlicet aut binomium aut bimediale primum aut linea maior aut potēs in rationale ꝛ mediale:



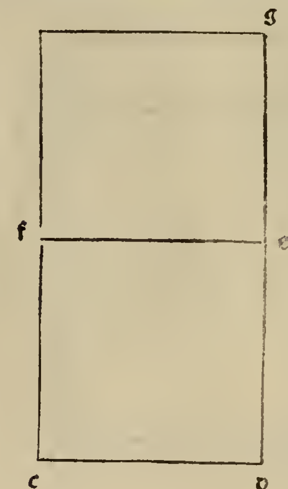


¶Ut si.a.sit rōnalis supficies ꝛ.b.medialis erit linea potens in totā.a. b.aliqua premissaꝝ quatuor.Sit eni linea.c.d.rōnalis cui adiungaṫ. c.e. equalis .a.ꝛ.f.g. equalis.b.eritqȝ ex.16.linea.d.e.rōnalis in longitudine cōicans linee.c. d. rōnali posite ꝛ ex.20.linea.e.g.rōnalis in potentia tm̄ ꝛ ex.30.linea.d.g. binomiū cuius cum altera binomialiū portionū que est.d.e .sit rōnalis in longitudine cōicans li/ nee rōnali posite que est.c.d.ipsū erit ex diffinitione specieꝝ binomij aut binomi um primū aut scōm aut quartū aut quintū:tertiū aūt aut sextū nō erit ex diffiniti one.itaqȝ ex.48.49.51.ꝛ.52.linea potens in totā.c.g .que ē equalis duabus simul a.ꝛ.b.erit aut binomiū aut bimediale primū:aut linea maior aut potens in rōna/ le ꝛ mediale:qđ est ꝓpositū:bimediale vero secūdū aut potens in duo medialia non erit:qm̄ si esset bimediale secundum:esset ex.56.linea.d .g.binomiū tertium qđ si esset potens in duo medialia esset ex.59.linea.d.g.binomiū sextū. sed neutꝝ erat:vnde patet nostra intentio.

Propositio .66.



Cum coniuncte fuerint due superficies mediales incōmen surabiles linea potens in totam supficiē alterutra erit dua rū irrōnaliū linearum videlicet aut bimediale secundum aut potens in duo medialia.



¶Ut si.a.ꝛ.b.sint due supficies mediales incōmensurabiles.si enim eēnt cōmensurabiles esset cōposita ex eis medialis ex.9.ꝛ.21.quare ꝛ linea potens in ea medialis ex. 19. dico ꝙ linea potens in cōpositā ex ambabus erit aut bimedi ale scōm aut potens in duo medialia. Sit quidē linea.c.d. rōnalis:supficies vero sibi adiuncta.c.e.equalis.a. ꝛ supficies.f.g.equalis.b.eritqȝ ex.20.linea.d.e. siṁr quoqȝ linea.e.g.rōnalis in potentia tm̄:cūqȝ supficies.c.e.ꝛ.f.g.sint incōmensura biles sicut.a.ꝛ.b.eis equales.ideoqȝ linee.d.e.ꝛ.e.g.ex prima sexti ꝛ.10.huius:erit ex.30.linea.d.g.binomiū cuius cū vtraqȝ binomialiū portionū que sunt.d. e.ꝛ.e. g.sit incōmensurabilis linee rōnali posite que ē.c.d.ipsū erit ex diffinitione bino/ miū tertiū aut sextū:linea ergo potēs i totā.c.g.eq̄lem ꝯposite ex.a.ꝛ.b.erit ex.56 ꝛ.53.aut bimediale secundum aut potens in duo medialia :quod est propositum.

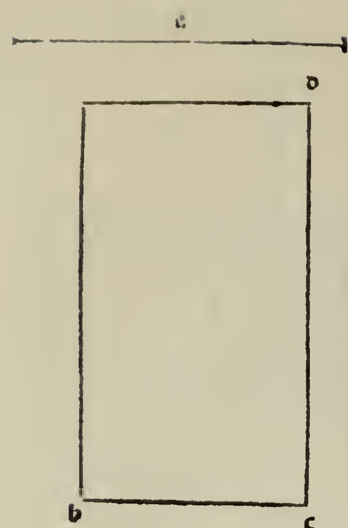
Propositio .67.



Cum posita fuerit linea binomialis cetereqȝ irrationales sequentes eam:non erit eaꝝ aliqua sub termino alterius.

¶Uult ꝙ si linea aliqua ut .a.fuerit aliqua ex sex ꝓbabitis lineis ir/ rationalibus que sunt binomiū ꝛ eius quinqȝ comites ipsa non erit aliqua aliaꝝ.Si enim quadrato eius equalis supficies adiūgatur ad lineā rōnalem.b.c.que sit.b.d.siquidem.a.fuerit binomium:erit ex.54.linea.c.d.

binomiũ primũ: que si fuerit bimediale primũ: erit.c.d.ex.55.binomiũ scḋm: si aũt bimediale scḋm: erit.c.d.ex.56.binomiũ tertiũ. Et si linea maior erit.c.d.ex.57.binomiũ quartũ. At si potens in rõnale ⁊ mediale. aut si potens in duo medialia: erit ex.58.c.d.binomiũ quintũ: aut ex.59. binomiũ sextũ: et q: impossibile est.c.d.esse simul sub diuersis speciebꝰ binomiorꝫ a diffinitiõe ẽ ipossibile.a.esse simul sub diuersis speciebus sex pbabitarꝫ linearꝫ irrationaliũ: De linea aũt mediali cõstat ꝙ ipsa quoqꝫ nõ sit aliqua sex sequentiũ videlicet neqꝫ binomiũ neqꝫ aliqua ex ipsius comitibus. cũ eni supficies equalis quadrato linee medialis adiungitur ad lineam rationale: latus eius scḋm est rõnale in potentia ex.20. cum aũt superficies equalis quadrato binomij aut alicuius suarꝫ comitũ: latus eius scḋm est binomiũ aut pmũ aut scḋm ⁊ sic de ceteris per.54.⁊.5.eã sequẽtes quare ipsũ est irrationale et in longitudine ⁊ in potentia.per.30. Cum igitur sit impossibile candẽ lineã esse rõnalem in potentia ⁊ irrationalem tã in longitudine q̃ꝫ in potentia: nimirũ impossibile lineam medialem esse bimedialem aut aliquã ex quinqꝫ suis comitibus.

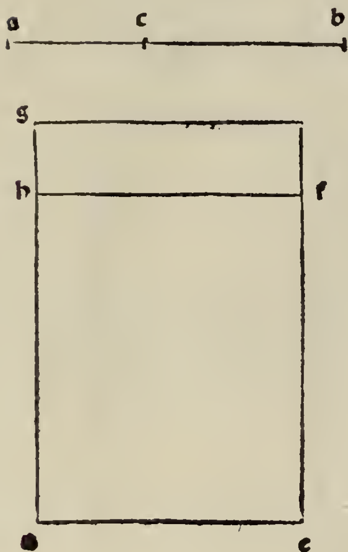


Propositio .68.



Si linea de linea abscindatur fuerintqꝫ ambe potẽtialiter tantũ rationales cõicantes: reliqua linea erit irrationalis diceturqꝫ residuum.

Sit linea.b.c.abscisa ex.a.b.sintqꝫ ambe rõnales tantũ potentia cõicantes quales docuit inuenire.17.⁊.18.⁊ hec sunt que cõponunt binomiũ. dico ꝙ.a.c.reliqua est irrõnalis ⁊ ipsa vocatur residuum. cõstat enim ex 7.scḋi ꝙ quadrata duarꝫ linearꝫ.a.b.⁊.b.c.pariter accepta que cõponunt superficiem rõnalem ex ypothesi ⁊ diffinitione rõnalis supficiei ⁊.9.huius tm̃ sunt quantũ duplum superficiei.a.b.⁊.b.c.cũ quadrato.a.c.cũqꝫ ex. 19.superficies.a.b.i.b.c.sit medialis. ideoqꝫ ⁊ duplum eiꝰ mediale per.21.⁊ iõ. irrõnale per 19.sequit̃ vt ambo quadrata duarꝫ linearꝫ.a.b.⁊.b.c.pariter accepta sint incõmensurabile duplo superficiei vnius earꝫ in alterã: quare per.9.⁊ quadrato linee.a.c. ex diffinitione igit̃ quadratũ linee.a.c.ẽ irrõnale cũ ipsũ sit incõmensurabile rõnali videlicet duobus quadratis duarꝫ linearꝫ.a.b.⁊.b.c.pariter acceptis: itaqꝫ etiã ex diffinitione linea.a.c.ẽ irrõnalis quod est propositũ. Exemplariter in figura esto supficies.e.g.equalis duobus quadratis duarꝫ linearꝫ.a.b.⁊.b.c.pariter acceptis: eritqꝫ rõnalis. itemqꝫ sit supficies.d.f.equalis duplo supficiei vnius in alterã: eritqꝫ ex.19.medialis ⁊ erit ex 7.scḋi supficies.f.g.equalis q̃drato linee.a.c.cũqꝫ supficies.e.g.sit incõmensurabilis supficiei.d.f.eadẽ erit ex.9.incõmensurabilis.f.g.quare.f.g.irrõnalis ⁊ eius tetragonicũ latus.a.c.



Propositio .69.



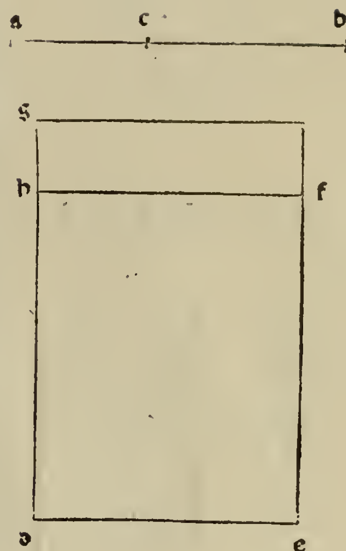
Si fuerit linea de linea abscisa fueritqꝫ ambe mediales potentialiter tantũ cõicantes superficiemqꝫ rõnalẽ cõtinẽtes reliq̃ linea erit irrõnalis dicet̃qꝫ residuum mediale pmũ.

Sit linea.b.c.abscisa ex linea.a.b. sintqꝫ ambe quales ꝑponitur quas ex.24.⁊.25.reperies ⁊ hec sunt que cõiungũt bimediale primũ. dico ꝙ reliqua linea.a.c.erit irrõnalis ⁊ ipsa dicit̃ residuũ mediale primũ: Erũt eni ambo earum quadrata pariter accepta mediale: duplũ vero supficiei vnius in alteram rõnale. itaqꝫ ambo quadrata pariter accepta incõmensurabile sunt duplo superficiei vniꝰ i alterã q: itaqꝫ ãbo quadrata pariter accepta cõponunt̃ ex duplo supficiei vniꝰ i alterã ⁊ q̃drato linee.a.c.sequit̃ p.9.ut q̃dratũ linee.a.c. sit incõmẽsurabile

duplo superficiei vnius in alterā quare tam ipsū quadratū q̄ȝ latus eius.a.c. ē irrōna le p diffinitionē ꝯstat ergo ꝓpositū. Qđ quēadmodū i pmissa si libet potes decla/ rare exēplariter i figura. ¶ Aliter idē sic: sit linea.d.e.rōnalis i lōgitudine: cui adiū gatur supficies.d.f.equalis duplo supficiei vnius in alterā ꝛ supficies.g.e.equalis ambobus quadratis pariter acceptis. eritqȝ p.7.scđi supficies.f.g.equalis quadra to linee.a.c.cū itaqȝ p. ypothesi sit supficies.e.g.medialis erit p.20.linea.d.g.ra tionalis in potentia tm̄. Cū vero sit supficies. e.h.rōnalis p ypothesim erit ex.16. linea.d.h.rōnalis in longitudine: itaqȝ per.68.linea.g.h.est residuū ꝛ irrationalis ideoqȝ p.16.a destructione ꝯñtis superficies.f.g.est irrōnalis ꝛ eius latus tetra/ gonicum quod est.a.c.est irrationale. Et sic patet propositum.

Propositio .70.

Si linea de linea secetur fuerintqȝ ambe mediales poten/ tialiter tantū cōmunicātes cōtinentesqȝ mediale: reliqua linea erit irrōnalis diceturqȝ residuū mediale secundum. ¶ Sit hic quoqȝ linea.b.c.abscisa ex linea.a.b.vterqȝ autē.a.b. ꝛ.b. c.sint vt proponitur ꝛ ipse p.26. reperiunt ꝛ sunt que cōponunt bi/ mediale scđm: dico q̄ linea reliqua que est.a.c.ē irrōnalis ꝛ ipsa dicit residuū me/ diale scđm. Sunt eni ex ypothesi ꝛ.21.ambo quadrata duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.b.c.pa riter accepta mediale.silr quoqȝ duplū superficiei vnius in alterā ē mediale. Cum itaqȝ ex.22.mediale nō differat a mediali nisi i irrōnali: erit quadratum linee.a.c in quo p.7.scđi duo quadrata.a.b.ꝛ.b.c.pariter accepta excedunt duplū supficiei vnius in alterā irrōnale quare ꝛ linea.a.c.irrōnalis. Figurali quoqȝ exemplo pa/ tefieri pōt istud ut pri⁹. Si eni sit.e.g.eq̄lis ambob⁹ quadratis.a.b.ꝛ.b.c.silr ꝛ.d.f duplo supficiei vnius in alterā erit.f.g.p.7.scđi equalis quadrato. a.c. que cum sit differentia supficiei vnius medialis.e.g.ad supficiē medialē.d.f.ipsa est irrationa lis per.22.ꝛ ei⁹ tetragoicū lat⁹.a.c.irrōnale. ¶ Idē aliter Sit linea.d.e.rōalis cui adiungat supficies.d.f.equalis duplo supficiei vnius in alterā ꝛ. e.g. equalis am/ bobus quadratis piter acceptis. eritqȝ p.7.scđi.f.g.equalis quadrato.a .c. qȝ vero e.g.est medialis erit ex.20.linea.d.g.in potentia tm̄ rōnalis. Silr quoqȝ.cū.e.h. sit medialis erit ex eadē linea.d.h.rōnalis: silr in potentia tm̄. Et qm̄. a.b.ꝛ.b.c. sunt incōmensurabiles in longitudine ideoqȝ quadratū vtriusqȝ eaꝝ supficiei vni⁹ in alterā: ꝛ propter hoc ambo quadrata pariter accepta cum ipsa ex ypothesi com municent. sūt quoqȝ incōmensurabiles duplo supficiei vnius in alterā: sequit vt.e g.sit incōmensurabilis.h.e.qua ꝓpter linea.d.g.linee.d.h.igit ex.68.linea.g.h.ē residuū ꝛ irrōnalis. ideoqȝ per.16.a destructione ꝯñtis supficies.f.g.irrationalis. ꝛ eius latus tetragonicū.a.c.irrōnale.



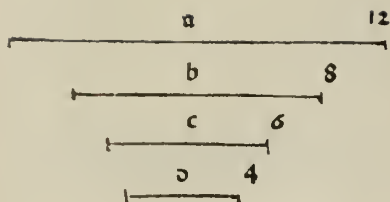
Propositio .71.

Si linea de linea detrahat fueritqȝ ambe potentialiter in/ cōmensurabiles cōtinenteſqȝ mediale quadrataqȝ earum ābo piter accepta rōnale: reliqua linea erit irrōnalis voca biturqȝ minor. ¶ Si sint.a.b.ꝛ.b.c. q̄les ꝓponit que p.27.repi/ untur ꝛ ꝯponūt lineā maiorē erit linea.a.c.irrōnalis ꝛ ipsa est q̄ di/ cit linea minor: qđ qui pmissa firmiter tenuerit positionesqȝ diligenter attenderit duplici modo vt antecedentes facile probabit.

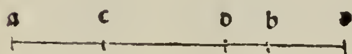
Propositio 72


I linea de linea demaš fuerintq3 ambe potentialiter icō/ mensurabiles supficiemq3 rōnalē cōtinentes quadrataq3 earum ambo pariter accepta mediale: linea reliqua erit irratiōalis diceturq3 iūcta cū rōnali cōponēs totū mediale ¶ Et hoc quoq3 nescire nō pōt qui priora nouerit nisi a memoria ex/ ciderint: qm̄ positis lineis.a.b.⁊.b.c.de qualibet,ppoīt que ⁊ p.28.reperiunī li/ neā potētē in rōnale ⁊ mediale cōponunt: sit.a.c.reliqua irrōnalis ipsa dicitur que iuncta cū rōnali cōponit totū mediale. Propositio. 73.

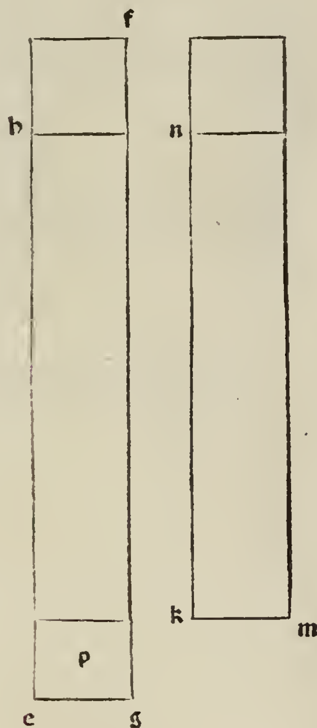

I linea a linea detrahaš fuerintq3 ambe potentialiter in/ cōmensurabiles supficiēq3 medialē continentes quadrata q3 eaꝝ ambo piter accepta mediale duplo superficiei alte rius in alteram incōmensurabile: reliqua linea erit irra/ tionalis diceturq3 iuncta cū mediali faciēs totū mediale: ¶ Sunt etiā hic.a.b.⁊.b.c.quales ppoītur que p.29.repiunī ⁊ ipsi sunt que com ponunt lineā potentē in duo medialia eritq3.a.c.reliqua irrōnalis dicta que iun/ cta cū mediali cōponit totū mediale qd vt facile p premissa duplici argumentatione concludas pcessū.70.moneo diligenter attendas: ē aūt premittēdū hic añs neces/ sarium ad demōstrationes sequētiū qd ē ppositū.



¶ Si fuerint quatuor quantitates differētia prime quaꝝ ad scdam sit sicut tertie ad quartam: erit permutatim differentia prime ad tertiam sicut secunde ad quartā. ¶ Intelligendū est hoc de quantitatibus eodē modo relatis vt cū prima maior fuerit secunda sic quoq3 tertia maior quarta cū vero mi/ nor ⁊ minor. Exēplī grā sit dria.a.ad.b.sicut.c.ad.d.dico q erit.a.ad.c.sic.b. ad d.ē eni p hāc cōem ai pceptionē dria extremoꝝ cōposita ex differentijs ipsoꝝ ad media dria.a.ad.c.pposita ē ex ea que ē.a.ad.b.⁊ ea que est.b.ad.c. at ea que est b.ad.d.p eandē pceptionē pponiš ex ea que ē.b.ad.c.⁊ ea que ē.c.ad.d.⁊ quia ex ypothesi ē dria.a.ad.b.sicut.c.ad.d.ea vero que est.b.ad.c.est cōis sequiš p cōem sciam vt sit.a.ad.c.sicut.b.ad.d.qd ē ppositū. Propositio .74.




Ulla linea nisi vna tantū residuo coniungi potest vt sint ambe sub termino earum que erunt ante separationem ¶ Sit linea.a.c.residuū que fuerit reliqua abscisa.b.c.ex.a.b.eruntq3.a.b.⁊.b.c.rōnales tm̄ potentia cōicantes ex.68.dico q ipsa.a.c. nulli alij linee q3.b.c.poterit pponi sub hac diffinitione neq3 maiori b.c.neq3 minori.b.c. Si aūt pōt componaš cū.c.d. indrñš maiori aut minori q3 c.d.eruntq3 ob hoc ambe linee.a.d.⁊.d.c.rōnalis in potentia tm̄ cōicātes: qr ergo ex.7.scdi q̄drata ambaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.piter accepta excedūt duplū superficiei vni⁹ eaꝝ i alterā i q̄drato.a.c.silr quoq3 q̄drata duaꝝ lineaꝝ.a.d.⁊.d.c.piter acce pta excedūt duplū supficiei vni⁹ ipaꝝ i alterā i q̄drato eiusdē.a.c.sequiš ex pmisso ātecedēte vt dria duoꝝ q̄dratoꝝ duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.piter accepta ad duo qua drata duaꝝ lineaꝝ a.d.⁊.d.c.piter accepta sit sicut dria dupli superficiei.a. b.i.b. c.ad duplū supficiei.a.d.in.d.c.cum aūt sint duo quadrata vtriusq3 sectionis pa/ riter accepta rōnale ex ypothesi: duplū vero supficiei vnius in alterā portionū vtri/ usq3 sectionis mediale per ypothe.⁊.19.erit vna ⁊ eadē dria duaꝝ superficieꝝ rōna liū ⁊ duaꝝ medialiū: hoc aūt ē impossibile: rōales eni superficies nō differant nisi in rōnali superficie: vt p3 per diffinitionē rōnalis superficiei ⁊ per.9 medialis aūt



nõ differt a mediali nisi i rõnali superficie per.22. hoc aũt fit manifestius in figu/ra sic. Sit eni supficies.e.f.adiuncta ad lineã.e.g.equalis ambob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.b.c.pariter acceptis. At.g.b.sit equalis duplo superficiei vni⁹ in al/terã eritqꝫ.f.b.equalis quadrato linee.a.c.ex.7.scði: siľr quoqꝫ sit.k.l.adiuncta ad lineã.k.m.equalis duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.d.⁊.d.c.piter acceptis ⁊.m.n.sit equalis duplo supficiei vnius in alterã: eritqꝫ ex.7.scði.n.l. equalis quadrato linee.a.c.ideoqꝫ etiam equalis.b.f.est itaqꝫ differentia.e.f.ad.g.b.sicut.k.l.ad m.n.quare p añs premissũ erit pmutatim differẽtia.e.f.ad.k.l.⁊ ipsa sit.p sicut.g b.ad.m.n.⁊ qꝛ vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.e.f.⁊.k.l.est rõnalis vtraqꝫ vero duaꝝ lineaꝝ g.b.⁊.m.n.medialis: sequit̃ impossibile videlicet superficiem p. esse rationalem ⁊ irrationalem.

Propositio .75.

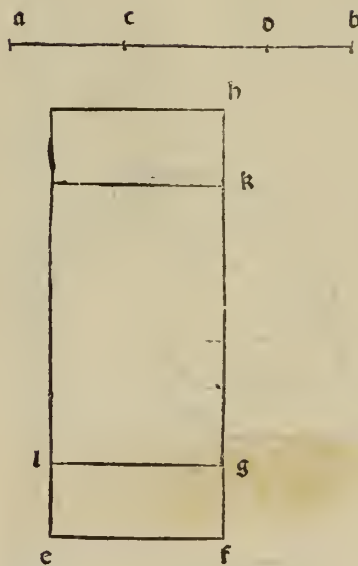


Nulla linea nisi vna tm̃ residuo mediali primo cõiungi põt vt sint ambo sub termino eaꝝ que erãt ante separationem
¶ Hec quoqꝫ pbabit̃ simili mõ. Sint eni i vtraqꝫ sectione ambo quadrata pariter accepta mediale: duplũ vero supficiei vnius in alteram rõnale ⁊ qꝛ vt prius eadẽ ẽ differentia quadratoꝝ vnius sectionis ad quadrata alterius que ẽ dupli superficiei vnius ad duplũ supficiei alterius erit vna ⁊ eadem superficies differentia duarum medialiũ ⁊ duarum rationalium quod est impossibile.

Propositio .76.



Nulla linea residuo mediali secũdo comũgibilis est ut sub termino eaꝝ fiant nisi tm̃ que ab ea ante separata erat.
¶ Sit eni.a.c.residuũ mediale scðm que fuit residua abscisa.b.c.ex.a d.eruntqꝫ ex.70.due linee.a.b.⁊.b.c.mediales potentia tm̃ cõicãtes mediale cõtinentes dico ꝙ ipsa:a.c.nulli linee alij q̃ꝫ.c.b.sub hac dif finitione coniungi põt. Sin autem coniungatur linee.c.d.sitqꝫ linea.e.f. rationa/lis in longitudine ad quã cõiungatur supficies.e.b.equalis quadratis duaꝝ linea/rum.a.b.⁊.b.c.pariter acceptis ⁊.e.k.eq̃lis quadratis lineaꝝ.a.d.⁊.d.c. pariter acceptis a qua abscindatur.e.g.equalis quadrato linee.a.c.eritqꝫ per.7.scði super ficies.l.b.equalis duplo superficiei.a.b.i.b.c.⁊.l.k.per eandẽ sit equalis duplo su perficiei.a.d.in.d.c.qꝛ ergo quadrata ambaꝝ partiũ prime sectionis sunt media le ⁊ duplum etiã superficiei mediale incõmensurabile duobus quadratis piter acce ptis: que nescire diligens geometra nõ poterit qui positiones diligenter seruauerit erit superficies.e.b.medialis cũ ipsa sit equalis duobus quadratis piter acceptis ⁊ superficies.l.b.medialis cũ ipsa sit equalis duplo supficiei vnius i alterã: per.20. igitur ẽ vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.f.b.⁊.g.b.rõnalis in potentia tm̃. ⁊ qꝛ vna est incom mensurabilis alij: eo ꝙ supficies.e.b.est incõmensurabilis supficiei.b.l. sicut duo quadrata duplo superficiei: erit ex.68.linea.f.g.residuũ quare linea.f.g.que est re/siduum componitur linee.g.b.vt sint ambe sub termino earum que erant ante se/parationem. Siľr quoqꝫ probabis eandem.f.g.cuꝫ linea.g.k.componi eadẽ con/ditione mediantibus superficiebus.e.k.⁊.k.l.quarum prima est equalis quadra/tis duarum linearuꝫ.a.d.⁊.d.c.pariter acceptis: ⁊ secunda duplo superficiei vni/us in alteram: quod est impossibile per.74.⁊ hic modus demonstrationis potest esse communis.75.ceterisqꝫ quatuor sequentibus eam.l



Propositio .78.


Ulla linea minori côiungibilis est vt sub termino suo fiât nisi tâtû que ante sibi abscisionê coniungebatur.
¶ Intellige quid sit linea minor: qd si oblitus es côsule .21. et sine obiectione ꝯcludes ꝓpositû. Si queadmodû i.74. ꝓcesseris: poterisq3 si libuerit queadmodû i.76. ꝓcedere.

Propositio .78.


Inea que coniuncta cum rationali facit totum mediale nisi vni tantû componi nô potest vt sub eaꝝ termino fiant.
¶ Quid sit linea que proponitur ex.72. didicisti. cum ergo de ea voluerís quod per hanc.78. dicitur demonstrare a ꝓcessu.75. in quoq3 nô deuias. sed sicut i.76. si te delectauerit igeio duce poteris ꝓcedere

Propositio .79.


Inee que iuncta cû mediali facit totum mediale nisi vna linea tantum iungi nequit vt sub earum termino fiant que erant ante separationem. ¶ Huius linee que iuncta cu3 mediali côponit totû mediale mgr̃a ê.73. de q̃ qd hec.79. enûciat sic ꝯcludere cogeris sicut de residuo mediali scdo qd p.76. enunciatû est ꝯclusisti.

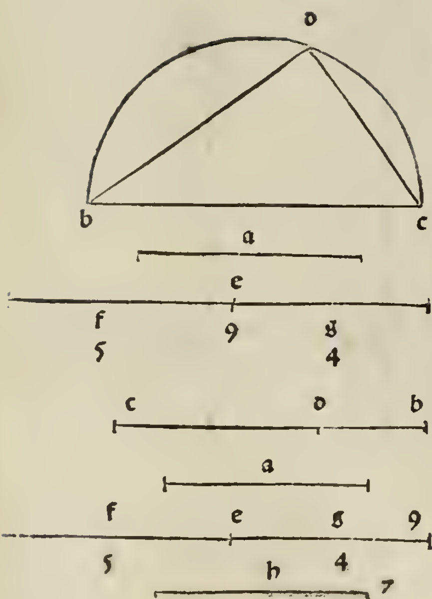
¶ Positis duabus lineis altera rationali altera vero residuo: adiecta q3 ipsi residuo linea aliqua ẜm eius terminum si fuerit totum inde côpositum potentius linea adiecta in quadrato linee ipsi toti côicantis in longitudine: fueritq3 idê totû posite rônali linee in longitudine cômensurabile qd positû erat dicetur residuû primû. Si vero linea adiecta posite rationali côicet in longitudine diceť residuû scdm. Qd si fuerit vtraq3 rônali posite in longitudine incômensurabilis vocabiť residuû tertiû. Si fuerit tota linea potentior adiecta augmêto quadrati linee ipsi toti incômensurabilis eadêq3 tota posite rônali côicet in longitudine nuncupabitur residuû quartû: Si vero linea adiecta posite rônali côicet in longitudine vocabiť residuû quintû. Qd si fuerit vtraq3 posite rônali i longitudine icômensurabilis appellabiť residuum sextum.

Propositio .80.


Esiduû primû inuestigare. ¶ Ab inuentione omniu3 specierû residui facile nos absoluat inuentio p ordinê omniû specieꝝ binomij Nam i qualibet specie biomioꝝ si minor portio abscindať de maiori linea reliqua erit residuû sil'is spêi vt p3 ex diffinitionib9 tam binomiorû q3 residuoꝝ: ꝓprijs tñ inuentionibus residuoꝝ isistentes sic inquiram9 primû. Sit linea.a. rônalis posita cui côméfurabilis i lôgitudie. sumať.b.c. sitq3.e. numer9 quadratus diuisus in.f. non quadratum. et in quadratum.g. sitq3 ꝓportio q̃drati linee.b.c. ad q̃dratû linee.c.d. sicut.e. ad.f. eritq3 p vltimâ parte.c.d. rônalis i potêtia tm̃. cû itaq3 sit.c.b. potêtior.c.d. i q̃drato linee sibi côicâtis i lôgitudine qd p3 sicut i explanatiôe binomij p̃mi ꝯstat ex diffinitiôe lineâ.b.d. eê residuû primû.

Propositio .81.


Esiduû scdm patefacere. ¶ Ad hñdû residuû scdm sit.a. liea rônalis posita: eiq3 côicâs in lôgitudie.c.d. et sit q̃dratû.c.d ad q̃dratû b.c. sicut.f. ad.e. eritq3.b.d. residuû scdm ex dione: si dubitas aut positas nô seruas ypotheses aut binomij secûdi repetitione indiges.



Propositio .82.

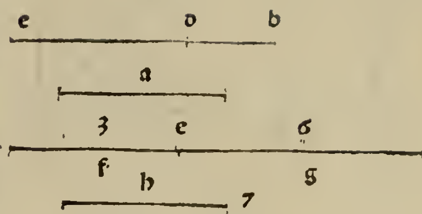

Esiduum tertium perscrutari.

¶ Residuum tertium sic habetur: posita vt prius .a. rõnali numeroque c. quadrato diuiso in .f. non quadratum .et .g. quadratum: assumptoque .b. numero primo ac quadratum lineæ .a. ad quadratũ lineæ .b.c. sicut .b. ad .e. sit quadratũ lineæ .b.c. ad quadratũ lineæ .c.d. sicut .c. ad f. eritque ex diffinitione: de quo si hesitas cõsule binomiũ tertiũ: linea .d.b. residuũ tertium.

Propositio .83.


Esiduum quartum inuenire.

¶ Hic sicut in inuentione residui primi sit linea .b.c. communicans lineæ .a. rationali positæ: numerus autem .e. quadratus sit diuisus i .f. et .g. quorum sit vterque non quadratus: sitque quadratum lineæ .b.c. ad quadratum lineæ .d.c. sicut .e. ad .f. et scies ex diffinitione lineam .d.b esse residuum quartum. si eorum que in inuentione binomij quarti didiceras oblitus non fueris.



Propositio .84.


Esiduum quintum demonstrare.

¶ Cum residuum quintum inuenire libuerit erit linea .c.d. communicans lineæ .a. rationali positæ in longitudine sicut erat in inquisitione secundi: et erit quadratus numerus .e. diuisus in .f. et .e. quorum neuter quadratus sicut in præmissa: et erit quadratum lineæ .c.d. ad quadratum .b.c. sicut .f. ad .e. ex quibus et diffinitione cõcludere licet: habita sufficienti noticia binomij quinti: lineam .d.b. esse residuum quintum.

Propositio .85.

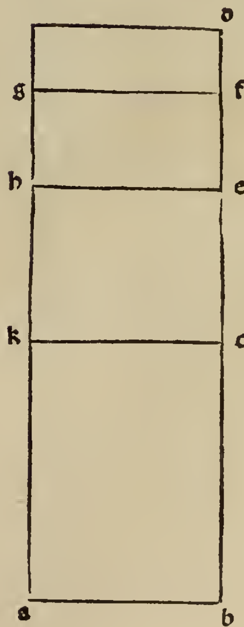

Esiduũ sextum demum presto sit reperire.

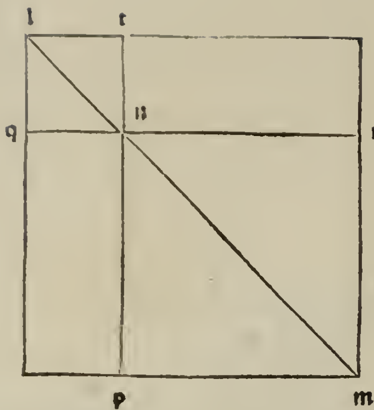
¶ Residuum sextum sic reperitur. erit ut prius linea .a. rõnalis posita et .c. numerus quadratus diuisus in .f. et .g. non quadratos et erit .b. numerus primus et quadratum lineæ .a. ad quadratũ lineæ .c.b. sicut .b. ad e. At vero quadratũ .b.c. ad quadratũ .c.d. ut .e. ad .f. eritque ex diffinitione linea .d.b. residuum sextum. cui si nõ plane animus tuus assenserit exercere te conuenit in inuentione binomij sexti.

Propositio .86.


I fuerit superficies linea rõnali atque residuo primo cõtenta latus eius tetragonicũ necesse est esse residuum.

¶ Sit superficies .a.c. cõtẽta linea rõnali .a.b. et residuo primo .b.c. dico latus tetragonicũ superficiei .a.c. eẽ residuũ: adiungatur cui ad lineã b.c. linea .c.d. sitque illa cuius detractione .b.c. fuit residuũ primum. Eritque ex diõne .b.d. rõnalis ex longitudine et .c.d. in potentia tm̃ .b.d. quoque erit potentior .d.c. i q̃drato lineæ secũ cõicantis i lõgitudine. diuidatur igitur .d.c. p eq̃lia i .e et tota .b.d. diuidatur ea cõditione in .f. quod inter .b.f. et .f.d. sit .e.d. medio loco proportionalis: eritque ex scđa pte .13 .b.f. cõicans in lõgitudine .f.d. p .9. igitur vtraque earum cõicat cũ tota linea .b.d. q̃re p diffinitionẽ ambe sunt rõnales in longitudine: ducantur itaque lineæ .f.g. e.h. et .c.k. equidistantes .a.b. eritque p. 15. vtraque duarum superficierum .a f. et .g.d. rõnalis: sit quadratũ ergo .l.m. eq̃le superficiei .a.f. eritque rõnale et latus eius rõnale i potẽtia. intra illud q̃dratũ protracta dianogali linea .l.m. describatur q̃dratum .l.n. equale superficiei .g.d. eritque ipsum rõnalẽ et eius latus rõnale in potentia





protrahantur aūt due lineе.m.p.q.n.vel equidistāter lateribus totalis quadrati. dico ergo quadratum.p.r.esse equale superficiei.a.c.7 eius latus quod ē.n.p.ē re/ siduū.Cum eni linea.d.e.sit ex ypothesi medio loco ꝓportionalis inter.b.f.7.f.d. erit ex prima sexti superficies.d.b.medio loco proportionalis inter duas sufficies a.f.7.g.d.ideoq3 7 inter duo quadrata.l.m.7.n.l.cūq3 ex prima sexti sit sufficies l.p.medio loco ꝓportionalis inter eadem duo quadrata erit. l.p.equalis. d.b.et etiā.b.c.7 qr quadratū.l.n.est equale.g.d.erit.t.r.equale.g.e. totus itaq3 gnomo circūscriptus quadrato.m.n.est equalis.c.g.7 qr.l.m.erat equale. a.f. relinquitur m.n.equale.a.c.ꝙ aūt.n.p.lat⁹ quadrati.m.n.sit residuū sic collige.Est eni vtra/ q3 duaꝝ.p.t.7.t.n.rōnalis in potentia eo ꝙ vtrūq3 quadratū.l.m.7.n.l.ē rōnale vnaq3 eaꝝ est incōmensurabilis alij per primā sexti 7. 10.huius:eo ꝙ quadratum l.m.est incōmensurabile.l.r.superficiei sicut sufficies.a.f.sufficiei.b.d.de quibus manifestū est ꝙ ipse sunt incōmensurabiles:est eni per primā sexti vna eaꝝ ad al/ terā sicut linea.b.f.que ē rōnalis in longitudine ad lineā.d.e.que est rōnalis i po/ tentia tantū ex.68.igit linea.p.n.que pōt in sufficiem.a.c.est residuum: 7 hoc est quod intendimus.

Propositio .87.



Si superficies aliqua linea rationali residuoq3 secundo cō tineatur: linea in eandē potēs erit residuū mediale primū.

¶ In hac quoq3 argue sicut in premissa ex diffinitione residui secun di 7 scđa pte. 13.7 nona 7 decimanona 7.15.7.69.

Propositio .88.



Si linea rōnali residuoq3 tertio superficies contineat erit linea sup eam potens residuum mediale secundum.

¶ Priori demonstrationi insiste 7 facile cōcludes propositum ex dif finitione residui tertij 7 secunda pte. 13.7.9.7. 19.7.70.

Propositio .98.



Si fuerit sufficies linea rōnali residuoq3 quarto contenta linea super eam potens erit linea minor.

¶ In hac quoq3 nō aliter ꝓcedas q̄3 prius. facile eni erit ibi ꝓpositū ꝯcludere.si premissam nō despicis ex dione residui q̄rti 7 scđa pte.14 7.9.7.19.7.15.7.71.7 sic patebit ꝓpositum.

Propositio .90.



Si fuerit linea rōnali residuoq3 quinto sufficies contenta latus eius tetragonicum erit cū rōnali cōponēs mediale:

¶ Nitere premissa argumentatione ex diffinitione residui quinti 7 se cunda parte. 14.7.9.7.19.7.15.7.72.quod propositu3 est concludere.

Propositio .91.



Si linea rōnali residuoq3 sexto superficies contineatur la/ tus tetragonicum qđ super eam potest cum mediali consti tuens totum mediale esse comprobatur.

¶ Nunc quoq3 vltimo quod per hanc dicitur premisso modo satage cōcludere ex diffinitione residui sexti 7 scđa parte. 14.7.9.7.19.7.73.

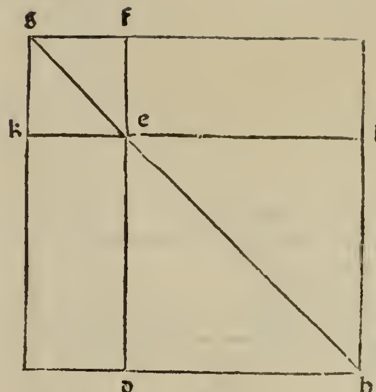
in his autem oibus processum tuum nihil offendere poterit si primã earum ⁊ pfecte vidiceris ⁊ memoriter tenueris :⁊ quid quoqꝫ supponat solerter attenderis. Qḋ si forsan de aliquo in quadrato.l.m.te dubitare contigerit ad suum equale in superficie.a.d.tibi recurrendum erit:et patebunt tuo ingenio.

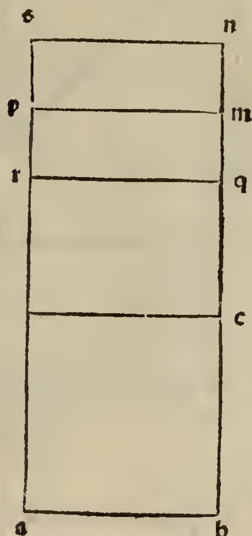
Propositio .92.



Si ad lineam rationalem superficies equalis quadrato residui applicet:alterũ lat⁹ residuũ primũ esse necesse est.

¶ Hec sex sequẽtes sũt ꝯuerse sex p̃cedẽtiũ p ordinẽ.hui⁹ aũt p̃me hec est intentio ꝙ si sit supficies.a.c.adiuncta ad lineã rõnalẽ.a.b.equalis quadrato residui qḋ sit.d.e.erit eius latus scḋm qḋ est.b.c.necessario residuũ primũ. Adijciatur eni linee.d.e.que proponitur esse residuũ :linea p cuius abscisionẽ ipsa fuerit residuũ:sitqꝫ ei adiuncta.e.f.eritqꝫ ex.68.vtraqꝫ duarũ linear̃.d.f.⁊.f.e. rõnalis in potentia ⁊ vna ear̃ incõmensurabilis alij:describatur ergo quadratũ linee.f.e.qḋ sit.e.g.⁊ quadratũ.d.e. que posita est esse residuũ qḋ sit.e.h.⁊ adijciant̃ supplementa.d.k.⁊.f.l.eritqꝫ quadratũ.g.h.tanqꝫ quadratum linee.d.f.⁊ quadratũ.e.h.erit sicut superficies.a.c.erit etiã vtrũqꝫ quadrator̃.g.h.⁊.g.e.rõnale.Sit igitur supficies.a.m.adiuncta ad lineã. a.b. equalis q̃drato g.h.eritqꝫ ob hoc rõnalis:quare per. 16.linea.m.n.est rõnalis in lõgitudine: superficies vero.p.n.sit equalis quadrato.e.g.que etiã ꝓpter hoc erit rõnalis ⁊ p.16.linea.m.n.rõnalis in longitudine.itaqꝫ tota linea.b.n.est rõnalis p.9.diuidat̃ aũt c.n.per equalia.m.q.⁊ ducat̃.q.r.equidistans.a.b.eritqꝫ ex prima sexti.c.r.equalis.r.n.Manifestũ vero ẽ ꝙ cũ tota supficies.a.n.sit equalis duobus quadratis g.h.⁊.e.g.pariter acceptis que sunt quadrata duar̃ linearum.d.f.⁊.f.e.⁊ supficies a.c.sit equalis quadrato linee.d.e.qḋ est.e.h.erit per.7.scḋi superficies residua ex a.n.que est.c.s.equalis duplo superficiei ex.d.f.in.f.e.quare ⁊ horum dimidia que sunt.r.n.⁊.d.g.necesse est esse equalia.cũqꝫ igitur ex prima sexti sit supficies.d.g. medio loco ꝓportionalis inter duo quadrata.g.h.⁊.g.e.eritqꝫ superficies.r.n.medio loco ꝓportionalis inter duas superficies.a. m.⁊.p.n. ideoqꝫ per primã sexti erit ẽt linea.q.n.medio loco ꝓportiõalis inter duas lineas.b.m.⁊.m.n. cumqꝫ sit q.n.dimidiũ linee.n.c.⁊ linea.b.n.diuisa p punctum.m.in duo cõicantia iter que cadit.q.n.medio loco ꝓportionalis:sequit̃ ex prima pte.13.ꝙ linea.b.n.sit potentior linea.n.c.in quadrato linee secũ cõicantis i longitudine:q̃ ergo supficies.d.g est medialis ex.19.ex ypothesi aũt supficies.c.r.sibi equalis medialis ⁊ linea.c.q. rõnalis in potẽtia tm̃ per.20.ideoqꝫ etiã duplũ ei⁹ qḋ ẽ linea.n. c.ẽ. rõnalis tãtũ i potentia:q̃ ergo.b.n.ẽ rõnalis in longitudine cõicans linee.a.b. posite rõnali et potẽtior.n.c.i quadrato linee sibi cõmunicãtis i longitudine:sequitur ex diffinitione lineã.b.c.ẽẽ residuũ primũ:qḋ ẽ ꝓpositũ.





Propositio .93.



Cum adiuncta fuerit superficies equalis quadrato residui medialis primi ad lineam rationalem: alterum latus eius erit residuum secundum.

¶ Hic erit linea.d.e.residuum mediale primum ⁊ linea.e.f. erit linea illa per cuius abscisionem.d.e.fuerat residuum mediale primum:dico ꝙ.b.c.erit residuum secundum quod nescire non poteris si demonstrationẽ premisse quousqꝫ eam solido amplectaris habitu institeris ⁊ quales lineas oporteat esse.d.f.⁊.f.e.vigilanter attenderis:de quo si dubitas.69.requirenda erit.

Propositio .94.

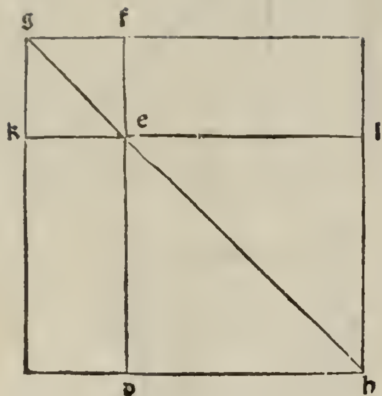

Si superficies equalis q̃drato residui medialis sc̃di applicata fuerit ad lineam r̃onalē: alterum latus eius residuum tertium esse conueniet.

¶ Hic etiā erit.d.e.residuū mediale sc̃m ⁊ sequetur ut sit.c.b. residuum tertiū: qđ ut facile ꝯcludas prime demōstrationi insistas ⁊ q̃les lineas ꝯueniat esse.d.f.⁊.f.e.ex.70.collige.

Propositio .95.


Cum adiuncta fuerit linee r̃onali superficies equalis quadrato linee minoris latus eius sc̃m erit residuū quartum:

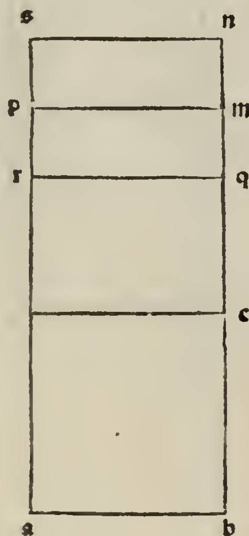
¶ Si fuerit.d.e.linea minor asserit hec.95.ꝙ.b.c.erit residuū quartū: est aūt sumendū ex.71.quales lineas esse necesse sit.d.f.⁊.f.e.cum d.e.fuerit linea minor: ⁊ est astruendum ꝓpositū p̃misso modo: excepto ꝙ in hac ⁊ duabus sequentibus necesse est lineā.b.n.diuidi ad punctū.m.in duo incōmensurabilia que in tribus premissis diuidebant̃ necessario i duo cōmensurabilia: nam in tribus p̃missis fuerant due linee.d.f.⁊.f.e.cōicantes i potentia tm̃ ⁊ ideo earum quadrata cōicantia: propter qđ ⁊ supficies.a.m.⁊.p.n. quadratis earum equales cōicantes. Quapropter etiā ⁊ due linee.b.m.⁊.m.n.ideoq3 fuit i tribus premissis linea.b.n.potentior linea.n.c.in quadrato linee secum cōmunicantis in longitudine ex prima pte.13. In hac aūt ⁊ duabus sequētibus sunt due linee d.f.⁊.f.e.incōmensurabiles in potentia ut apparet ex.71.⁊.72.⁊.73.⁊ ideo earum quadrata ꝓpter qđ ⁊ superficies.a.m.⁊.p.n.incōmensurabiles ꝓpter qđ ⁊ due linee.b.m.⁊.m.n.incōmensurabiles.ideoq3 per primā pté.14.tam in hac q̃3 in duabus sequentibus necesse est lineā.b.n.esse potentiorē linea.n.c.in quadrato linee sibi icōmensurabilis i longitudine: cetera perquire ut prius.



Propositio .96.


Si ad lineam rationalem quadrato linee cum rationali cōstituentis mediale equale superficies adiungatur: lat⁹ eius secundum erit residuum quintum.

¶ Pone similiter hic lineā.d.e.esse illā que iuncta cū r̃onali ꝯponat totū mediale ⁊ attende ex.72.quales lineas oportcat esse.d.f.⁊.f.e. ⁊ concludes sine offendiculo si prius habite demonstrationi oportunē institeris lineam.b.c.esse residuum quintū.



Propositio .97.


Si ad lineā rationalē superficies equalis quadrato linee cum mediali componentis mediale adiungatur: latus eius alterum erit residuū sextum.

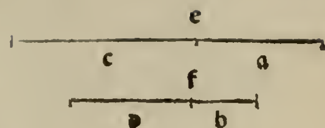
¶ Nunc vltimo conuenit lineā.d.e.esse illam que iuncta cum mediali cōponit totum mediale cui adiuncta linea.c.f.que videlicet sit illa per cuius abscisionem linea.d.e.fuerat que proponitur si quales lineas.d.f.⁊.f.e. esse oporteat ex.73.didiceris priorē argumētationē firma mente tenueris sine obice quoq3 lineā.b.c.esse residuū sextū cōcludere poteris.si aūt forsitan in aliquo hesitare ꝯtigerit quicquid illud fuerit de quadrato.g.h.ad sibi equalē supficie.a.n ꝯferēdum erit: ⁊ sic patebit ꝓpositū nostrū.

Propositio .98.


Omnis linea residuo ꝯmēsurabil' ipsa quoq3 i termio ⁊ ordine ē idē residuū

¶ Qđ.60.⁊.quatuor.eā sequētes de binomio eiusq3 comitib⁹ q̃nq3 ꝓposuerūt hec.98.⁊.quatuor.eam sequentes de residuo suisq3 q̃nq3

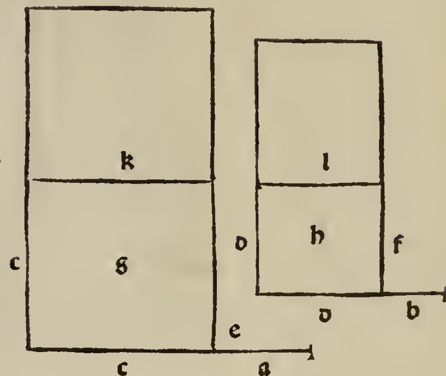
comittibus verum esse proponunt: quibus qui vsq; ad solitum habitum institerit has ignorare non poterit. Quicquid autem in illis de cõicantia in longitudine et potentia tantum dictum est: in his quoq; idem oportet intelligi. nam omnis linea residuo cõmunicans in longitudine siue in potentia tm̃ ipsa etiã est residuum. sed si communicat in longitudine: non solum est ipsa residuum. sed etiam eiusdẽ spẽi residuum. Verbi gratia: linea cõmunicans in longitudine residuo primo est residuũ pmũ: & secũdo cõicans est scdm. sic quoq; in ceteris: Qd aũt linea communicat residuo in potentia tantum: ipsam quoq; necesse est esse residuum sed nõ eiusdem speciei: imo impossibile est vt linea cõmunicans in potentia tantũ residuo primo aut scdo aut tertio aut quarto aut quinto cadat simul cum eo sub eadem specie sed necesse est vt ãbo cadãt simul sub trib⁹ primis speciebus aut ãbo simul sub tribus postremis. Sit itaq; exempli gratia. a. residuũ cui cõmunicet. b. in longitudine: dico q. b. erit residuũ eiusdẽ speciei cũ. a. Adiungatur enim linea. c. ad lineã a. & cum illa sit per cuius abscisionẽ. a. fuit residuũ: & ad. b. adiũgat alia que sit. d. ad quã sic se habeat. b. sicut. a. ad. c. sitq; composita ex. a. &. c. e. composita vero ex b. &. d. sit. f. eritq; ex permutata proportionalitate. a. ad. b. sicut. c. ad. d. & p. 13. quinti erit. c. ad. f. sicut. a. ad. b. vel sicut. c. ad. d. cum itaq;. a. cõmunicet cum. b. erit per 10. c. cõmunicans cum. d. &. e. quoq; cõmunicans cum. f. & quia etiam est necessario ex permutata proportionalitate. e. ad. c. sicut. f ad. d. sequitur p. 12. vt si fuerit e. potentior. c. in quadrato linee sibi cõicantis in longitudine vel si forte incõmensurabilis: sit similiter. f. potentior. d. at qm̃ omnis linea cõmunicans in longitudine linee rationali est similiter illi rationalis: similiter dico quia ambe erunt rationales in longitudine vel ambe in potentia tantum: sequitur ex diffinitionibus residuorum vt. b. sit residuum eiusdem speciei cum. a. Si autẽ. b. cõmunicat in potentia tantũ cum. a. ipsa quoq; erit residuum non tamen eiusdem speciei necessario. sed quẽadmodũ dictũ est: cuius demõstratio ex his que in. 60. de binomijs dicta sunt colligenda est.

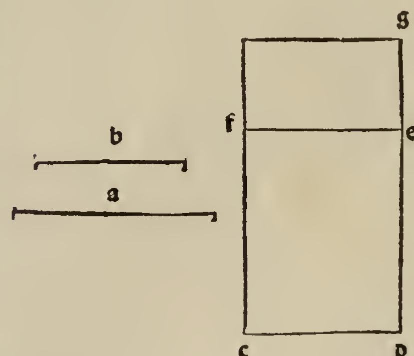


Propositio .99.



Omnis linea vtrilib; residuo mediali cõmunicans: est sub ipsius termio & ordine residuũ mediale. ¶ Vex est qd dicit siue cõicet linea cum vtrolibet residuo mediali in longitudine siue in potentia. Sit enim. a. vtrũlibet residuũ mediale cui. b. cõicet in lõgitudine vł potẽtia. dico q. b. ẽ etiã residuũ mediale q̃le fuerit. a. adiũgat̃ eni linea. c. ad lineã. a. & sit. c. p c⁹ abscisionẽ. a. fuit residuũ mediale: & ad. b. adiũgat̃ alia q̃ sit. d. sitq;. b. ad. d. sicut. a. ad. c. totaq; pposita ex. a. &. c. sit. e. & ex. b. d. sit. f. describãt̃ igit̃ q̃drata. c. &. d. q̃ sint. g. &. h. & supficies. e. i. c. sit. k. &. f. i. d. & sit. l. Et q2 ẽ vt pri⁹. e. ad. f. & c. ad. d. sicut. a. ad. b. sũt aũt. e. &. c. mediales potentia tm̃ cõicãtes ex. 69. & . 70. sequit̃ ex. 21. vt. f. &. d. eis cõicãtes. sint etiã mediales potẽtia tm̃ cõicãtes: pstat aũt ex prima sexti q sit. k. ad. g. sicut. e. ad. c. &. l. ad. h. sicut f. ad. d. & q2 ẽ. e. ad. c. sicut. f. ad. d. sequit̃ ut sit. k. ad. g. sicut. l. ad. h. Et pmutati. k. ad. l. sicut. g. ad. h. cũ g̃. g. cõicet cũ. h. sequit̃ vt. k. cõicet. cũ. l. Si igit̃. k. ẽ rõnale qd ẽ in residuo mediali primo erit etiã p diffinitionẽ. l. rõnalis q̃re p. 69. b. etiã ẽ residuũ mediale primũ. si aũt. k. sit medial̃ qd ẽ i residuo mediali scdo: erit p. 21. etiã. l medialis: ideoq;. b. p. 70. residuũ mediale scdz q̃re pstat ppositũ. Idẽ aliter Si liẽa b. cõicat cũ liẽa. a. q̃ ẽ vtrũlibet residuũ mediale i lõgitudie vł i potẽtia sit supficies c. e. adiũcta ad lineã rõalẽ. c. d. eq̃lis q̃drato. a. &. f. g. eq̃lis q̃drato. b. erũtq; ob hoc





e.c.z.f.g.cōicantes quēadmodū z quadrata linearum.a.z.b.eis equalia.ideoqꝫ p pmam sexti z.10.huius.d.e.z.e.g.sunt cōicantes in longitudine: z quia si.a.est residuum mediale primū:est:linea.d.e.est residuum scdm per.93.z si.a.est residuū mediale scdm:linea.d.e.est residuū tertium per.94.at cum.d.e.est residuum scdm linea.e.g.est etiam residuū scdm z cū illa ē tertium:silr z hic est tertiū per.98.sequitur itaqꝫ ex.87.z.88.vt.b.sit residuū mediale primū aut secundū prout fuerit.a.et sic patet quod intendimus.

Propositio .100.



Si linea aliqua linea minori cōmunicet.ipsa quoqꝫ erit linea minor.

Facile est hanc probare duplici modo sicut pmissam:siue cōmunicet linea aliqua cum linea minori in longitudine siue in potentia hoc aūt apposito quātū ad primū modū q cum sit.f.ad.d.sicut.e.ad.c.erit ex scda pte.18.sexti quadratū.f.ad quadratū.d.sicut quadratū.e.ad quadratū c.z coniunctim quadrata duaꝝ linearum.f.z.d.ad quadratū.d.sicut quadrata duarum linearum.e.z.c.ad quadratum.c.z permutatim quadrata duaꝝ linearum.f.z.d.ad quadrata duaꝝ linearum.e.z.c.sicut quadratū.d.ad quadratum.c.cōicat autē quadratū.d.ad quadratū.c.ergo duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.z.d.pariter accepta cōicant cū duobus duaꝝ lineaꝝ.e.z.c.piter acceptis:z quia ex.17.quadrata duarum lineaꝝ.e.z.c.pariter accepta sunt rōnale: erit aūt per diffinitionē z duo duaꝝ lineaꝝ.f.z.d.pariter accepta rationale. Cūqꝫ sit superficies.k.medialis erit etiā.l.sibi communicans medialis:igitur ex.71.b.est linea minor. Quantū autem ad scdm modū erit per.95.linea.d.e.residuū quartum:ideoqꝫ per.98.z linea.e.g.erit etiam residuum quartum.ideoqꝫ etiā per.89.linea.b.est linea minor.

Propositio .101.



Omnis linea cōmunicans linee cum rōnali componēti mediale est cum rationali componens mediale:

Hanc quoqꝫ duplici predicto modo nō est difficile probare:siue de communicantia in longitudine siue de cōicantia in potentia tantum intelligatur:sed quantum ad primum modū erunt duo quadrata duarum linearum.f.z.d.pariter accepta mediale per.21.quēadmodū sunt duo quadrata duaꝝ lineaꝝ.e.z.c.piter accepta ex.72.quibus ipsa cōmunicant z superficies.l.erit rationalis:per diffinitionem quēadmodū est superficies.k.ex.72.cum ipsa cōmunicat:igitur ex.72.b.est cum rationali componens mediale:quantū ad scdm modū:erit.d.e.residuum quintum ex.69.ideoqꝫ z.e.g.ex.98.quare.b.est cū rōnali componens mediale.per.90.

Propositio .102.



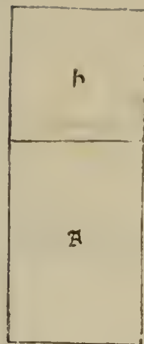
Omnis linea cōmēsurabilis linee cum mediali constituenti mediale est cum mediali constituens mediale.

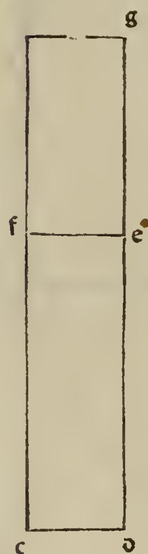
Hic quoqꝫ pone lineā aliquā cōicare cum ea que cū mediali componit mediale indifferenter in longitudine vel potentia tm̄ put volueris:z duplici modo pmisso sine difficultate ꝯcludes eā quoqꝫ cū mediali ꝯponere mediale.erit etiā quantū ad primū modū supficies.l.medialis quēadmodū z.k.z duo quoqꝫ quadrata duaꝝ lineaꝝ.f.z.d.piter accepta mediale sicut z duo quadrata duaꝝ.e.z.c.z qr duo quoqꝫ duaꝝ lineaꝝ.e.z.c.ad.k.sicut duo duaꝝ.f.z.d.ad.l.cū duo prima non cōmunicēt cū duplo.k.ex.73.neqꝫ duo secūda

cōicabunt cū duplo .l.ex.10.igitur ex.73.b'.est cū mediali cōponēs mediale. quantum autē ad scōm modū erit.d.e.residuū sextū ex.97. ideoq3 z.e.g. ex.98.quare.b est cū mediali cōponens mediale ex.91. Propositio .103.


I de supficie rationali superficies medialis abscindatur linea i reliquā superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium aut residuum aut linea minor.

Sit eni tota superficies constans ex.a.z.b.rōnalis a qua detrabatur.b.que sit medialis: dico q linea potens in.a.residuū aut ē residuum aut linea minor. Esto nanq3 linea.c.d.rationalis superficiesq3.c.e. sibi adiuncta sit tāq3.a.z.f.g.tāq3.b.z.tota.c.g.sicut tota.a.b.eritq3.c.g.rōnalis.ideoq3 p 16.linea.d.g.rōnalis in longitudine z.f.g.erit medialis.ideoq3 per. 20.e.g. rōnalis in potentia tm̄: est igit ex diffinitiōe line a.d.e.residuū primū aut quartū: ergo per.86.z.89.linea potens in supficiem.c.e. z iō in supficiē.a.sibi equalem est residuū aut linea minor: qd ē ppositum. Propositio .104.

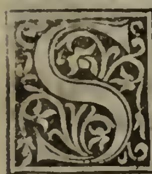





I de superficie mediali superficies rōnalis detrabatur linea in reliquā superficiem potens erit alterutra duarum irrationalium linearum aut residuum mediale primū: aut cum rationali componens mediale.

Hec quoq3 sicut premissa pbat. Erit eni tota.a.b.medialis.b. aūt rōnalis: z t nc dico qd in.a.residuum pōt: aut est residuū mediale primū aut cum rōnali cōponens mediale. Cū eni.c.g.equalis sit.a.b.erit per.20.linea.d.g.rōnalis in potentia tm̄: z cū sit.f.g.equalis.b.erit per.16.linea.e.g. rōnalis in longitudine ergo a diffinitione erit linea.d.e.residuū scōm aut quintū quare per.87.z.90. latus tetragonicū superficiei .c.e.z ideo superficiei.a.est residuū mediale primum aut cum rationali componens mediale: quod est propositum nostrum.

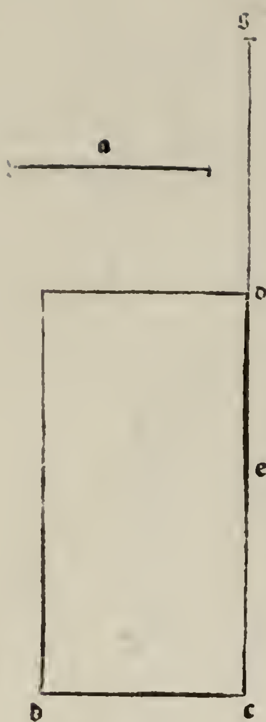
Propositio .105.


I superficies medialis superficiei mediali detrabatur fueritq3 reliqua toti incōmensurabilis que in ipsam reliquā potest: alterutra erit duaz irrōnaliu3 videlicet aut residuum mediale scōm aut cum mediali componens mediale

Si a duaz premissaz demōstratione non devias concludes sine difficultate propositū. Sint eni tota.a.b.z.b.mediales z sit.a.reliqua incōmensurabilis toti: aliter eni esset.a.medialis ex.21.z eius lat' tetragonicū mediale ex.19 tunc dico q linea potens in.a.est residuū mediale scōm aut cū mediali cōponens mediale.nam cū sit.c.g.equalis.a.b.erit p.20.linea.d.g.rōnalis in potentia tātū per eandē quoq3 cum sit.f.g.equalis.b.erit etiā.e.g.rōnalis in potentia tm̄ z cum sit.a.incōmensurabilis toti.a.b.erit.f.g.incōmensurabilis.c.g. ideoq3 per primā sexti z. 10.huius erit etiā.e.g.incōmensurabilis.d.g. igit a diffinitione linea .d.e. erit residuū tertiū aut sextū: q̄re p.88.z.91.latus tetragonicū supficiei.c.e.z iō supficiei.a.ē residuū mediale scōm aut cū mediali componēs mediale.

Propositio .106.


Ineaz irrōnaliū que sunt residuū z post ipsam subsecute vllam alij termino et ordine sub esse impossibile est residuo quoq3 binomij terminū vel ordinē cōuenire non est possibile. Vult aūt p hanc. 106.q residuū z alie quinq3 linee



irrõnales eam sequentes differunt specie & diõne abinuicẽ & nulla linea vna potest eẽ sub duabus neq3 sub pluribus speciebꝰ harum sex linearum irronaliũ que sunt residuum & eius quinq3 comites: & q oẽs spẽs residui differunt ab oibus speciebus binomij nec ẽ possibile lineã vnã simul esse residuũ & binomiũ cuiuscũq3 speciei residui vel binomij: Pars prima sic ꝯstat: qm̃ supficies equalis quadratis residui & suarum quinq3 comitũ cũ adiũgant̃ ad lineã rõalẽ habẽt scda latera necessario diuersa ab/ inuicem ex.92.& quinq3 eã sequentibus. sunt autẽ scda latera residuũ primũ & se/ cũdũ & deinceps vsq3 ad sextũ. Scda ps ꝯstat hoc modo: si eadẽ linea põt eẽ simul residuũ & binomiũ. sit.a.cuiꝰ quadrato adiũgat̃ ad rõnalẽ lineã.b.c.sitq3.b.d.erit q3 ex.54.linea.c.d.binomiũ primũ & ex.92.residuũ primũ.inquantũ ergo binomium primũ diuidat̃ in suas binomiales portiones ad punctũ.e.sitq3 maior portio c.e.q̃ erat rõalis i lõgitudine p diffinitionẽ: iquãtũ aũt ẽ residuũ pmũ adiũgat̃ ei d.g.p cꝰabscisionẽ fuerat residuũ primũ: eritq3 etiã ex diõne.c.g.rõalis i lõgitudie Cũ itaq3 sit vtraq3 duarum linearum.c.g.&.c.e. rõnalis i lõgitudie erit ẽt p.9.lina.e.g. rõnal' i lõgitudie: at q2 linea .d.e.ẽ rõnalis i potẽtia tm̃ cũ ipsa sit p ypothe.mior portio binomij pmi: erit per .68.linea.d.g.residuũ & q2 ipsa erat rõalis i potentia tm̃ cũ per eius abscisionẽ eẽt linea.c.d.residuũ sequit̃ impossibile p.68.Qd ut cla/ rius pateat: esto supficies.b.d.adiuncta ad lineã rationalẽ.b.c. equalis q̃drato li/ nee.d.g.cũ itaq3 linea. d.g.sit rationalis in potentia erit per.16.linea.c.d. rõna/ lis in longitudine.at cũ etiã linea.d.g.sit residuũ erit ex.92.linea.c.d.residuũ pmũ quod esse nõ potest cum linea que dicitur residuum sit irrõnalis per.68.

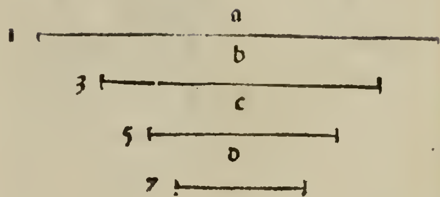
Propositio .107.



Linea que residuũ dicit̃ vlla ve irrationaliũ que post eam sunt nequit esse sub termino binomij aut sub termino & ordine vllius ceterarum linearum irrõnalium que binomiũ subse quũtur: cum aũt possibile sit linearum irrõnaliũ seriẽ in in/ finitum produci non est possibile vllã earum cum ea que precesserit in termino & ordine conuenire.

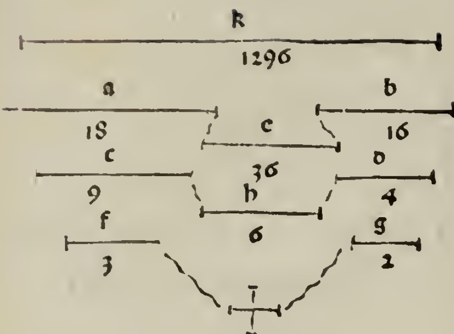
Uult per hanc vltimã libri.10.q.13.irrõnales linee de quibꝰ in hoc decimo de/ monstratũ ẽ & ipse sunt linea medialis binomiũ & eiꝰ quinq3 comites residuu3 & eiꝰ quinq3 comites sint abinuicẽ singule a singulis specie differentes: & q nulla linea vna põt eẽ simul sub duabꝰ aut pluribus speciebus earum: & q spẽs linearum irrõnaliũ pñt i infinitũ pduci q̃rum nulla cũ alia ꝯuenit i diõne & ordine. Qd aũt hec.13.linee videl3 medialis binomiũ & eiꝰ.5. comites residũu & eiꝰ.5.comites sint irrõales de/ monstratũ esse superius memento: de mediali quidẽ ex.19. de binomio aũt & eius quinq3 comitibꝰ ex.30.& quinq3 eã sequẽtibus: at vero de residuo suisq3 quinq3 co mitibus ex.68.& quinq3 eã sequẽtibus. Nullã aũt harum. 13.linearum irrõnalium posse ꝯuenire in specie cũ aliqua aliarum linearum sic collige. Esto eni vt ad vnã eãdẽq3 lineã rõnalẽ in longitudine adiungant̃ superficies equales quadratis predictarum.13. line arũ irrõnaliu3 fm q ordine se inuicẽ sequunt̃: eritq3 ex.20.secũdũ latus prime ista rum.13.superficierum & quinq3 eam sequentiũ rationale in potentia tm̃.scda aũt latera scde istarum.13.superficierum & quinq3 eam sequentiũ erũt omnes spẽs binomio ru3 p ordinẽ videlicet binomiũ primũ scdm & deinceps vsq3 ad sextũ ex.54.& quin q3 eã sequẽtibus demonstratũ esse memineris. scda vero latera octaue superficiei & quinq3 eã sequẽtiũ sunt spẽs residuorum in ordine videlicet residuũ primũ & residuũ

secundū ⁊ deinceps vsq; ad sextū qđ ex.92.⁊ quinq; eā sequētibus didicisti. Cum igit̄ ipā linea rōnalis i potētia tm̄ nō conueniat cū aliq̄ specie binomioꝝ aut cū aliqua residuoꝝ quoniā omne binomiū p.30.⁊ oē residuū p.68.ē linea irrōalis ⁊ i lōgitudine ⁊ i potentia. Et cū nulla spēs residuoꝝ cōueniat cū aliqua spē binomiorū ex secūda pte penul'.h° decimi: sequit̄ ut oīa scđa latera haꝝ.13.superficieꝝ sint ab inuicem diuersa: ideoq; p primā sexti ⁊ ipse.13. superficies sunt diuerse cū caꝝ omnium altitudo sit vna quare etiā hec.13.linee irrōnales ꝓposite sunt singule a singulis diuerse. ¶ Possunt aūt haꝝ.13.lineaꝝ irrōnaliū species in infinitū ꝓduci. infinite enī sūt spēs lineaꝝ medialium. infinite quoq; binomioꝝ ⁊ sic de singulis. Qđ hoc modo ꝯstat: esto linea.a.medialis. sumaturq; vnitas ⁊ quotlibet numeri p̄mi vt.3.5 ⁊.7.⁊ sint totidem linee.b.c.d.quot sunt sūpti numeri primi. sintq; q̄drata istaꝝ lineaꝝ.b.c.d.ad quadratū.a.sicut hi numeri primi ad vnitatē: eruntq; linee b.c.d.mediales ex.21.qm̄ ipse cōicant in potētia cū linea.a.mediali. oēs autē erūt diuerse in longitudine ab.a.⁊ a seinuicē p vltimā ptē.7.qm̄ nullius istorum numeroꝝ ad vnitatē nec alicuius coꝝ ad alteꝝ per.16.⁊.8: ⁊ correlariū scđe octaui ⁊ presentis ẏpothesis ē ꝓportio sicut numeri quadrati ad numerū quadratū: erit ergo a.⁊ omnes sibi cōicantes in longitudine sub p̄ma specie lineaꝝ medialiū.b.vero ⁊ oēs sibi cōicantes in longitudine sub scđa.c.aūt ⁊ oēs eidē cōicantes vel cōmensurabiles sub tertia.d.quoq; ⁊ oēs sibi cōicantes in longitudine sub quarta: ⁊ q: numeri primi sunt infiniti vt ex.21.noni didicisti: necesse ē spēs lineaꝝ medialiū ēe infinitas. Qđ aūt ē dictū de linea mediali itellige de binomio suisq;.5.comitib⁹: ⁊ residuo suisq;.5.comitib⁹: nā sicut oīs linea cōicans mediali ē medialis siue cōicet ei in longitudine siue in potentia ut probatū est in.21.ita etiam omnis linea communicans binomio aut alicui suaꝝ quinq; comitū vel etiā residuo aut alicui suaꝝ quinq; comitū in longitudine vel in potentia est secū sub eadē specie vt probatum est in.60.⁊ quatuor eam sequentibus ⁊.98.⁊ quatuor eam sequentibus. Sunt igit̄ species haꝝ.13.lineaꝝ irrōnaliū infinite quaꝝ nulla cōueniet cū p̄cedenti in ordine vel dione. Conuenit quoq; dr̄e aliter species linearum irrōnaliū esse infinitas nam omne latus tetragonicū superficiei dicte a numero nō quadrato est irrōnale p vltimā ptē.7.⁊ p diffinitionē. cum itaq; tales numeri sint infiniti: erunt etiā species haꝝ lineaꝝ irrōnaliū infinite. Tertio modo contingit scđam ptem huius vltime conclusionis libri decimi sic exponi: vt dicamus ab vnaquaq; linea rōnali i potentia tantū infinitas lineaꝝ irrōnaliū spēs produci quaꝝ nullā cum aliqua earū que ipsā precesserint: possibile est in diffinitione ⁊ ordine conuenire. Uerbi gratia Sumatur aliqua supficies rōnalis dicta a numero nō quadrato ut quinq;: eritq; latus eius tetragonicū irrōnale in longitudine: qm̄ ipsū ē incōmensurabile lateris tetragonico superficiei rōnalis dicte a numero quadrato ex vltima pte.7. dico ergo ꝙ hui⁹ lateris latus. itemq; scđi lateris latus ⁊ rursus huius tertij lateris latus ⁊ sic in infinitū: sunt linee irrationales tam in longitudine q̄; in potentia: ⁊ ꝙ nulla earum conuenit diffinitione vel specie cum aliqua que eā precesserit in ordine. estq; latus tetragonicum premisse superficiei quecunq; dicta fuerit a numero non quadrato earum omnium sicut radix ⁊ principium ⁊ quelibet ipsaꝝ est principiū oīm ipsam sequentiū: ⁊ quecunq; ab aliquo tetragonico latere cuiusq; talis superficiei proficiscuntur diuerse sunt in longitudine ⁊ potentia ab omnibus que a quoquam alio tetragonico latere talis superficiei generantur ⁊ hoc dico cum ipsaꝝ supficieꝝ



non fuerit ꝓportio ſicut numeroꝝ quadratoꝝ.hec aũt vt poſſumus firma demon ſtratione colligere antecedens ad ipſa premittere oportet.ſitq; iſtud.

¶ Quibuſlibet duobus inuicem ductis ſi quid licet producatur quota latera tetragonica duorum precedentium inuicem duces totum tetragonicum latus ipſius producti produces.



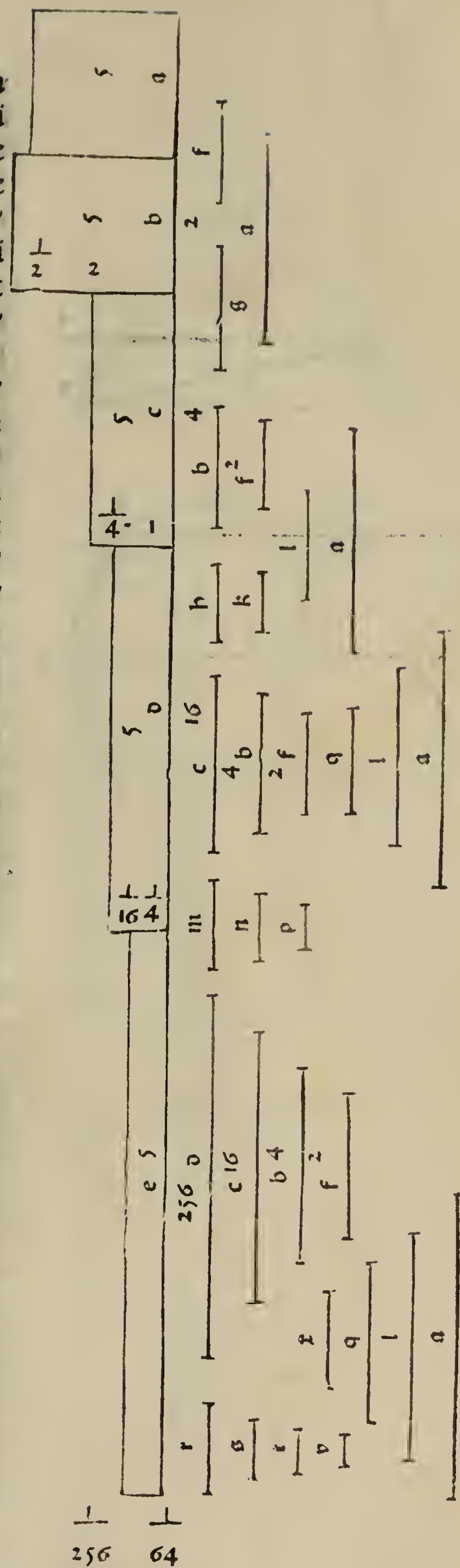
¶ Uerbi gratia ſit vt ex.a.in.b.ſit.k.ad.c.&.d.ſint latera tetragonica. a.&. b.fiat autẽ.e.ex.c.in.d.ſintq; iteꝝ.f.&.g.latera tetragonica.c.&.d.& fiat.h. ex.f in.g.dico ꝙ.h.eſt latus tetragonicũ.e.& ꝙ.e.rurſus eſt latus tetragonicũ.k.cum eni ex.f. in ſe & in.g.fiant.c.&.h.erit.c.ad.h.ſicut.f.ad.g.ſed & ſit.h.ad.d. ſicut f. ad.g.eo ꝙ ex.g.in.f.& in ſe fiunt.h.&.d. ſint igit̃.c.h.d.continue ꝓportionales itaq; ex.h. in ſe quantũ ex.c.in.d.quare.h.eſt latus tetragonicũ.e. eadẽ quoq; rõne cũ ex.c. i ſe ſit.a.in.d.ſit.e.& ex.d.in ſe ſit.b.erunt etiam.a.e.b.cõtinue ꝓportionales i ꝓportiõe.c.ad.d.cũ igit̃ ex.a.in.b.ſit.k.ſequit̃ etiã vt ex.e. i ſe ſit.k.q̃re.e.eſt latus tetragonicũ.k.conſtat itaq; qđ dicit̃.reſtat itaq; demonſtrare qđ propoſitum eſt. Sit igit̃ ſupficies.a.rõnalis dicta a numero nõ quadrato.ut.5.ſitq; linea.a.ei⁹ tetragonicũ latus & ſumant̃ quotlib; linee rõnales i lõgitudie q̃ ſint.b.c.d.e.Sint q; dicte a numeris quoꝝ quiſq; precedẽs ſit tetragonicũ latus proximo ſequentis: vt ſi.b.ſit 2.c.4.d.16. e.vero.256.ad has aũt lineas rõnales in longitudine adiungatur ſupficies equalis.a.eruntq; ſcđa latera ſingulaꝝ rõnalia in longitudine per.16 vt ſcđm latus.b.2.& dimidiũ:ſecundũ.c.vnu; & quarta:ſecundũ vero.d.vna quarta & vna.16. at vero ſuperficiei.e.ſecundũ latus erit vna.64.& vna.256.ſit ergo.f. tetragonicũ latus.b: g.vero ſit tetragonicũ latus ſcđi lateris ſuperficiei.b. eritq; ꝑ premiſſam añs ut ex.f.in.g.ſit.a.rurſus ſit.h.tetragonicum latus ſecundi lateris c.k.quoq; ſit tetragonicũ latus.h.eritq; per predictũ añs vt ex.h.in.h.ſit.a.& ex.f in.k.ſit tetragonicũ latus.a.qđ ſit.l.ſit iteꝝ.m.tetragonicũ latus ſecũdi lateris ſuperficiei.d.ſed cũ.n.ſit tetragonicũ latus.m.&.p.tetragonicum.n.eritq; per predictũ antecedens vt ex.c.in.m.fiat.a.& ex.h.in.n.l.&.ex.f.in. p. tetragonicu; latus l.qđ ſit.q.Amplius aũt ſit.r.tetragonicũ latus lateris ſecundi ſuperficiei.e. ſit quoq;.ſ.tetragonicũ.r.&.ſ.&.t.ſ. ſit et.u.tetragonicũ.t.ſequit̃ que per dictũ antecedẽs vt ex.d.in.r.fiat.a.& ex.c.in.ſ.l. & ex.h.in.t.ſit.q.& etiam ex.f.in.u. tetragonicũ latus.q.qđ ſit.x. & ſic in infinitũ:dico ergo has lineas.a.l.q.x.quaꝝ.a.eſt tanquã radicale principium eſſe irrationales.a.quidem in longitudine tantum :cetere vero in longitudine & in potentia & dico ꝙ nulla earum conuenit cũ alia in diffinitione vel ordine .Cu; eni ex.f.in.g.&.k.fiant.a.&.l.erit.a.ad.l.ſicut.g.ad.k.& q2 vt p; ex dictis ypotheſib⁹.g.&.k.ſũt incõmenſurabiles in longitudine & in potentia. ſequitur etiã vt.a.&.l.ſint incõmenſurabiles in longitudine & in potẽtia:eadem ratione.a.&.q.eſt enim.a.ad.q.ſicut.g.ad.p.& propter eandẽ cauſam etiã.a.&. x.cũ ſint ſicut.g.&.u.& hac via quoq; neceſſe eſt vt.l.&.q.ſint ſimpliciter incõmenſurabiles tã i lõgitudine quã in potẽtia.cum eni ex.f.in.k.&.p.fiant.l.&.q. erit.l. ad.q. vt.k.ad.p:at.k.ad.p.nec commenſurabiles ſint in longitudine nec in potentia. Si enim ſint erunt.h.&.n.commenſurabiles.ſed non ſũt:at vero.l.&.x.oportet eẽ vtroq; modo incommenſurabiles:eſt enim.l.ad.x.ſicut.k.ad.u.eo ꝙ ex.f.in. k.& u.fiunt.l.&.x.ſunt autem.k.&.u.vtroq; modo incommenſurabiles.Sinautẽ accidet.d.&.h.eſſe commenſurabiles quod eſt inconueniens: q.vero &.x.ꝙ ſint quoq; incommenſurabiles potentia & longitudine ex eo patet ꝙ ẽ.q.ad.x.ſicut.p. ad.u.

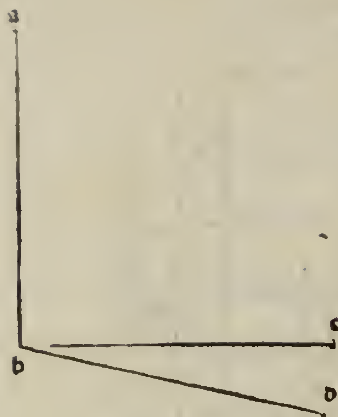
constat autē q̄ .p.z.u.sunt incōmensurabiles.nam si nō ērunt.n.z. c. cōmensurabiles.ideoq̄z.m.z.s.sed non sunt. ¶ Manifestum est itaq̄z infinitas lineas irrationales in longitudine z in potentia incommensurabiles z ideo diffinitiōe z specie differētes produci ex linea.a.rōnali in potentia tantū. Restat aūt nunc ostendere q̄ quecūq̄z irrōnales linee ab aliqua linea rōnali in potentia tantū hac via generantur: diuerse sunt ab omnibus tam in longitudine q̄z in potentia que a quali libet alia linea rōnali in potentia tm̄ quadratū cuius ad quadratuz prioris nō sit sicut numeri quadrati ad numerū quadratum hac eadem via egrediunt̄: hoc quoq̄z sic constat. Sint.a.z.b.rōnales in potentia tm̄ siue tetragonica latera duaruz superficierum dictarum a numeris non quadratis.sitq̄z ut illi numeri nō sint i ꝓportione aliquorum numerorum quadratoruz: linee quoq̄z que procedunt hac via ab.a.sint.c.d.e.z a.b.procedant.f.g.h.dico q̄ nulla ex lineis.c.d.e.communicat in longitudine vel potentia cum aliqua ex lineis.f.g.h.cum enim sint.c.z.f.tetragonica latera.a.z.b.at.d.z.g.tetragonica latera. c.z.f.z.e. z.h. tetragonica.d z g.nō est possibile vt aliqua ex.c.d.e.cōicet cum sua cōpari ex.f.g.h.vl' longitudine vel potētia. Si enim alterutro modo cōmunicet.e.cum.h.sequitur ut.d.cōmunicet cum.g.z.c.cum.f.quare z.a.cum.b.etiam in longitudine quod est cōtra ypothesim. Uniuersaliter autem verum est dicere quēlibet harū esse vtroq̄z modo incommensurabilem cuilibet istarū. Dato nanq̄z q̄ .d.communicet cum. h. etiam i potentia tantum.sequitur ut.c.quoq̄z cōicet cum.g.z.a.cum.f.quod nō ē possibile. Attendere autem oportet q̄ cum dico latus lateris nihil aliud intelligo q̄z latus superficiei denominate a latere priori. Vnde tetragonicum latus linee.a. voco lineam illam que potest in superficiem dictam a linea.a.talis autem superficies est quā continet linea.a.z linea rōnalis in longitudine dicta ab vno. Si ergo libet iuenire tetragonicum latus cuiuslibet linee.sit linea.a.cuius tetragonicū lat⁹ volo inuenire.b.vero sit linea rōnalis in longitudine dicta ab vnitate z ipsa est minima omnium linearum rōnalium numeratarum ab integris medio loco proportionalis inter eas.sit.c.est igitur p.16.sexti.c.tetragonicum latus.a.idem enim fit ex.a: in.b.z ex.c.in se. At vero ex.a.in.b.fit supficies dicta ab.a. Quicquid enim a quo libet in vnum ducto producitur ab eo qd̄ vnum multiplicat denominatur. Et nota q̄ cum.c.fuerit latus teteragonicum linee.a.indifferenter contingit lineam.c. esse maiorem linea.a.z minorem prout.b.etiam fuerit maior aut minor. Explicit liber Decimus: incipit liber Undecimus.



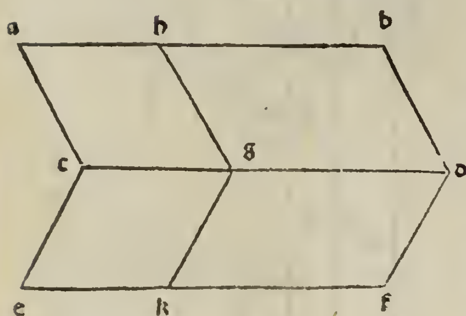
Corpus est qd̄ longitudinem z latitudinem z altitudinē habet cui⁹ termini sunt supficies. Linea erecta supra supficiē ē que cū singulis sibi ꝯterminalibus lineis in ea supficie expāsis angulos rectos facit.linea aūt hec supra eā superficiē perpendicularis esse z ad eādē orthogonaliter insistere dicitur.

¶ Intelligat̄ eni linea.a.b.exurgere supra planū: ita q̄ pūctus.a.imaginet̄ i aere z.b.in plano z a pūcto b.ducant̄ plures linee in eodem plano ut.b.c. b.d.z quotlibz alie. Si igit̄ ita fuerit q̄ linea .a.b.cū linea b.c.z cū linea.b.d.z cū qualibet alia linea ꝯtracta a puncto.b.i plano illo angulū



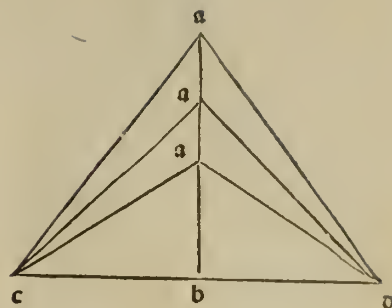


rēctū cōtineat ipsa dicetur esse perpendicularis ad illā superficiē in qua ꝑtracte sūt hee linee videlicet.b.c.⁊.b.d.⁊ alie cū quibus ipsa poniť continere angulū rectū.
❡Superficies autē erecta sup̄ sup̄ficiē est quotiēs puncto vno eodem linee que est cōmunis terminus illaꝝ sup̄ficieꝝ due perpendiculares cōterminales sup̄stant que rectū cōtinentes angulū in eisdē sup̄ficiebus site sunt. ❡Uerbi grā imaginemur sup̄ficiē.a.b.c.d.exurgere sup̄ficiē vero.c d.e.f. iacere: ⁊ intelligamus lineam .c. d. esse communem terminum ambarum in ea itaq̃ signeť punctus.g.a quo ad lineā.c.d .extrahanť due linee perpendiculares vna vidʒ i superficie.c.d.e.f .que sit.g.k:⁊ alia i sup̄ficie.a.b.c.d.que sit.g.h si igitur angulus quē continent hee due linee perpendiculares videlicet.g.h.⁊.g.k. erit rectus sup̄ficies.a.b.c.d.dicitur orthogonaliter erecta super sup̄ficiē.c.d.e.f.
❡Superficies equidistātes sunt que in vtrālibʒ partem protracte nō concurrent et si in infinitum producantur. ❡Intellectum est quod diciť. Scire tamē debes ꝙ omnes plane sup̄ficies aut sunt equidistantes ab inuicem aut in omnē partē ꝑtracte cōcurrent alicubi ⁊ super rectā lineā se secabunt lineas autē rectas nō ē necessariū vľ eē equidistantes vel in vtrāqʒ ptēʒ protractas concurrere Quippe que in eadē sup̄ficie nō sunt nec equidistant ab inuicē nec tñ quantūlibet protracte cōcurrent. ❡Equa corpora sunt atqʒ similia quoꝝ terminales superficies numero ac quantitate equales vnius creationis sint atqʒ similes similia corpora sunt que similibus superficiebus numero equalibus continentur. ❡Si has duas diffinitiones de corporibus equalibus ⁊ similibꝰ nō intelligis ad diffinitionē similium superficieꝝ positā in principio sexti recurre. ❡Corpus seratile dicitur qđ quiqʒ superficiebus quarum tres paralellograme sunt due vero triangule continentur.
❡Domui quatuor parietes equidistantes habenti tectū vnico fastigio supremis duarum parietum lateribus equali ⁊ equidistanti suppositum seratilis corporis expressam similitudinem gerit. ❡Spera est transitus arcus circūferentie dimidij circuli quotiens sumpto vel suppremo semicirculo lineaqʒ diametri fixa donec ad locum suum redeat arcus ipse circumducitur.
❡Super quālibet lineā semicirculo descripto si linea illa fixa semicirculus tota reuolutione circūducatur corpus quod describitur spera nominať cuius centrū constat esse centrum semicirculi circūducti. ❡Piramis laterata est figura corporea quā cōtinent superficies ab vna quaꝝ relique sunt ad vnū oppositum punctū sursum erecte. ❡In omni laterata piramide cuncte sup̄ficies ipsam ambientes ab ipsius basi ad vnum punctū subleuātur qui conus piramidis dicitur suntqʒ omnes hee laterales sup̄ficies triangule:basis vero frequēter nō est triangula. ❡Piramis rotunda est figura solida:estqʒ transitus trianguli rectanguli alterutro suorum laterum rectum angulum continētium fixo ⁊ donec vsqʒ ad locum vnde moueri cepit redeat triangulo ipso circūducto. Si autem latus fixum lateri circūducto fuerit equale erit figura rectangula. Si vero longius acutiangula. Si vero breuiꝰ obtusiangula erit. Axis aūt ipsiꝰ figure ē latus fixū. Basisqʒ sua circulus. Dicitur autem figura hec piramis columne rotunde.

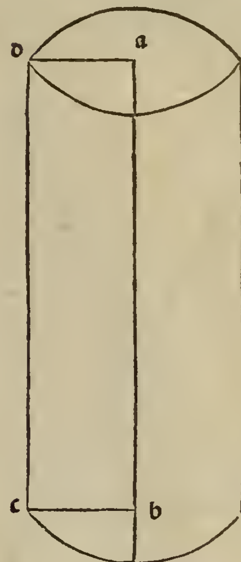


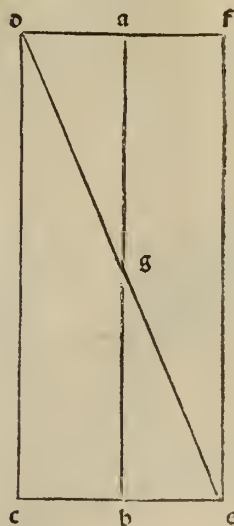
❡Sit trigonus.a.b.c.rectū angulū habens qui sit.b.figaturqʒ alteꝝ duoꝝ laterū ambiētiū rectū angulū.b.sitqʒ latus .ꝗđ sigiť.a.b.quo fixo circūducať trigonꝰ quo

usq; ad locū vnde moueri cepit redeat: corporea ergo figura que huius trigoni motu describitur rotunda piramis appellatur: cuius tres sūt dr̃ie. Alia eni est rectangula alia acutiangula. Tertia obtusiangula Et prima quidē ē qñ latus.a.b.lateri.b.c.fuerit equale. Esto eni ut linea.b.c.cū rotatu trigoni puenerit ad situ linee.b.d.ita q punct⁹.c.cadat sup pūctū.d.fiatq; linea vna.hoc ē vt ipsa tunc cōiungatur situi a quo moueri cepit scdm rectitudinē: eritq; linea hic qsi.b.c.d.z qr ex.32.pmi z.5.eiusdē angulus.c.a.b.ē medietas recti erit angulus.c.a.d.rectus.ideoq; piramis hec dicitur rectangula. Si autē latus.a.b.sit longius latere.b.c.erit acutianguli: erit eni tunc ex.32.primi z.19.eiusdē angulus.c.a.b.minor medietate recti. ideoq; totus angulus.c.a.d.ē mior recto z acutus: quare piramis acutiangula. Qd si latus.a.b fuerit breuius latere.b.c.erit angulus.c.a.d.maior medietati recti ex.32.primi et 19.eiusdē z totus.c.a.d.qui ē duplus ad ipsū.c.a.b.maior recto z obtusus. igitur z piramis cōuenienter tūc dicitur obtusiangula. Axis autē huius piramidis dicitur linea.a.b. basis vero eius circulus quē describit linea.c.b.super centr̄.b.dicitur quoq; hec piramis columne rotunde illi⁹ videlicet quā motu suo desciberet palellogramum pueniens ex.a.b.z.b.c.latere.a.b.manente fixo.



¶ Figura corporea rotunda cuius bases sunt circuli duo plani extremitatibus z crassitudine idest altitudine equales est transitus paralellogrami rectanguli latere rectū angulum continente fixo ipsaq; superficies donec ad locū suū redeat circunducta diciturq; hec figura columna rotūda. Columne itaq; rotunde atq; spere circuliq; vnū atq; idē est centrū. ¶ Sit palellogramū rectangulū.a.b.c.d.figuraturq; latus.a.b.z eo fixo totū palellogramū quousq; ad locū suū cadat vel redeat circūducatur: corporea ergo figura huius palellogrami motu descripta rotunda columna nominatur cuius bases sunt duo circuli centrum est punctus.b.alter vero est quem motu suo designat linea.d. a.z eius centrum est punctus.a. Axis autem.huius columne dicitur linea.a.b.que manet fixa in motu palellogrami. Qd si imaginati fuerimus paralellogram m.a.b .c.d.cum peruenerit rotatu suo ad situm.a.b.c .f.coniungi situi a quo moueri cepit secundum continuitatem superficiei plane: vt scilicet totū sit vnū palellogramū.d.c.e.f.z protraximus in eo diametrū. d.c. erit quoq; diameter .d. e.diameter colūne. Qd autē dicitur columne z spere z circuli idem esse centrū: intelligi dz cū hor̄ vna ē eadēq; diameter. Huius gr̃a diximus eni q. d.e.ē diameter istius colūne Sperā igitur atq; circulū quor̄ diameter est linea.d.e. necesse est idē centr̄ habere cū centro ppposite colūne. Sit eni vt linea. d.e.secet lineam a.b.in puncto.g.eritq; .g.centr̄ columne: diuidit eni axem colūne p equalia z diametr̄ colūne p equalia qd pz p.25.primi nam anguli qui sunt.a.d.g. sunt equales ex.15.primi z anguli qui sunt ad.a.z.b.recti ex ypothesi: linea quoq;.a.d.ē equalis linee.b.e.itaq;.d.g.est equalis.e.g.z.a.g.equalis.g.b.cumq; anguli.c.z. f.sunt recti si super punctū.g.scdm spaciū.d.g.ac super lineā.d.e.circulus describatur trāsibit ex cōuersa prime ptis.30.tertij per puncta.c.z.f.itaq; punctum.g. est centrū circuli cuius diameter est diameter columne.ideoq; z spere: quare manifestum est omni paralellogramo rectangulo circulum omniq; columne rotunde speram esse circūscriptibiles. Sicq; patet q voluit istud theorema.





¶ Angulus corporeus siue solidus est quem continent anguli plani plures q̃z duo qui in vna superficie siti ad vnum punctum angularem

conueniunt. ¶ Duo anguli plani angulum solidum perficere nequeunt sicut nec due recte linee nequeunt superficiem claudere. Angulos quoqȝ planos solidū angulum continentes in eadē superficie nō conuenit esse sitos sed in diuersis queādmodū duas rectas lineas planū perficientes angulum non conuenit sibi inuicem secūdū sitū rectitudinis applicari. ¶ Similes sunt figure corporee rotūde siue sit colūne siue earū piramides quarū axes diametris suarū basiū sunt proportionales. ¶ Propositis enim duabus piramidibus rotundis aut duabus columnis rotundis si fuerit proportio axis vnius earū ad diametrum sue basis sicut axis alterius ad diametrum sue basis ille due columne aut piramides similes adinuicem esse dicuntur.

Propositio .1.


Inee recte partem esse in plano ⁊ partem in sublimi ē impossibile.

¶ Sit linea .a.b. recta. dico ꝙ non est possibile ut pars eius sit in plano ⁊ pars sursum eleuata. si enī est possibile sit pars ei⁹ que est .a.c. sita in plano ⁊ pars eius que ē .c.b. in sublimi posita ⁊ protrahat̄ directe .a.c. in plano in quo ipsa sita est vsqȝ ad .d. eritqȝ vt vni eidemqȝ linee que est linea .a.c. due linee penit⁹ diuerse que sūt linee .c.b. ⁊ .c.d. ex eadē parte directe adijciant̄ qḋ est īpossibile: ex .13. primi.

Propositio .2.


Mnes linee due quarum altera alteram secat in vna sup̄ficie site sunt omnisqȝ triangulus in vna sup̄ficie totus consistit.

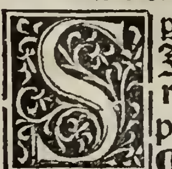
¶ Sint due linee recte .a.b. ⁊ .c.d. se inuicem secantes in puncto .e. dico eas esse in superficie vna ⁊ omnē triangulū dico esse in superficie vna totū. signetur enī punctus .f. in linea .c.d. ⁊ punctū .g. in linea .a.b. ⁊ ducat̄ linea .f.g. Quia igitur impossibile est ptē trianguli .e.f.g. esse in plano ⁊ ptem i sublimi quin etiam suarum terminaliū linearū vnius aut plurium pars similiter sit in plano. ⁊ pars similiter in sublimi cum de lineis hoc sit impossibile per premissam erit quoqȝ impossibile de triangulo. itaqȝ totus triangulus .e.f.g. est in superficie vna. Ex hac igitur secūda parte ⁊ premissa cōstat prima ps huius secunde propositionis.

Propositio .3.

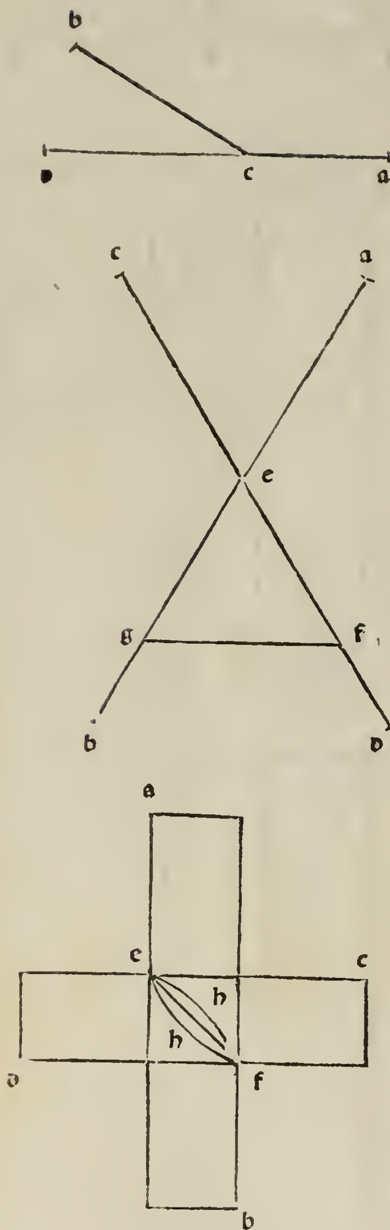

Mnium duarum superficierū se inuicē secantiū cōmunis sectio est linea recta.

¶ De planis superficiebus intellige ⁊ verum erit qḋ dicitur. Sint itaqȝ due superficies plane .a.b. ⁊ .c.d. se inuicem secantes dico ꝙ earuȝ cōmunis sectio erit linea recta. Esto enī duo pūcta .e. ⁊ .f. termini cōmunis sectionis earū que cōtinuent̄ per lineā rectā que sit .e.f. si igitur linea .e.f. est in vtraqȝ duarū sup̄ficierū .a.b. ⁊ .c.d. ꝯstat ꝓpositū: at vero si in neutra aut si nō in altera: cū ambo puncta .e. ⁊ .f. sint in vtraqȝ sup̄ficierū .a.b. ⁊ .c.d. in ea superficie in qua ipsa nō fuerit protrahat̄ linea recta que sit .e.h.f. erūt igit̄ due recte linee .e.f. ⁊ .e.h.f. hn̄tes duos terminos cōes qḋ ē īpossibile. sic enī due recte linee includerēt sup̄ficiē qḋ ē ꝯ petitionē vltimā pͥmi libri.

Propositio .4.


I fuerit linea orthogonaliter ab incisione duarum linearum erecta intersecantium se: ipsa ad earundem superficiē perpendicularis erit.

¶ Sit linea .a.b. orthogonaliter erecta super incisionē duarū linearū



c.d.⁊.e.f.secātiū se in puncto.b.de quibus ꝯstat p antep̄emissā q̄ ipse sunt site in vna superficie dico q̄ linea.a.b.ppendicularis ē ad ipsaꝝ supficiē. Sint eni.c.b.⁊.b.d.equales at vero.f.b.⁊.b.e.equales ⁊ ꝓtrahant̄ linee.e.d.⁊.c.f.que erūt equales per.4.primi ⁊ equidistantes p.27.eiusdē.Signato itaq̄ȝ puncto aliquo i linea c.d.qui sit.g.ducat̄ linea.g.b.h.eritq̄ȝ ex.26.primi .e.g. equalis.f.h. igit̄ a puncto a.vel quouis puncto linee.a.b.demittant̄ ypothenusaliter linee.a.c.ad.a.e.a.f.a.g.a.h.eritq̄ȝ ex.4.primi.a.c.equalis.a.d.⁊.a.e.eq̄lis.a.f.Itē p.8.eiusdē eq̄lis erit āgulus.a.c.d.eq̄lis āgulo.a.f.e.ergo per.4.ipsi⁹ erit.a.g.eq̄lis.a.h. ⁊ ideoq̄ȝ p.8.eiusdem erit angulus.a.b.g.equalis angulo.a.b.h.quare ex diffinitione vterq̄ȝ ē rectus ⁊ linea.a.b.ppendicularis ad lineā.g.h.Simili quoq̄ȝ mō ꝓbabis eādē esse ppendicularē ad oēs lineas ꝓtractas a puncto.b.in supficie duaꝝ lineaꝝ.c.d.⁊.e.f.igit̄ ex dione constat lineā.a.b.eē ppendicularē ad supficiē i qua site sūt due linee c.d.⁊.e.f.seinuicē secātes qđ ē ꝓpositū.

Propositio .5.

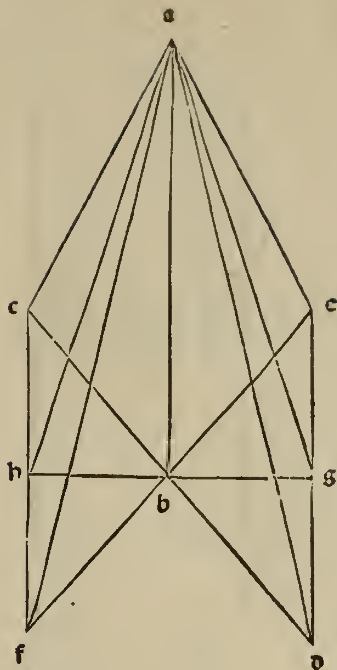


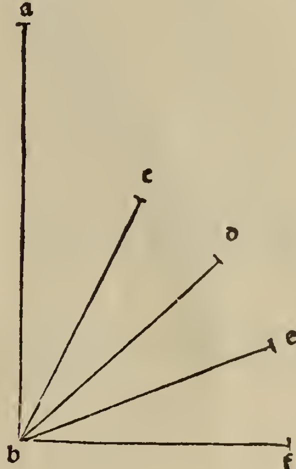
Si super tres lineas cōterminales cōi eaꝝ termino erecta linea quedā orthogonaliter insistat eedē tres linee i vna superficie site erunt. ¶ Sit linea.a.b orthogonaliter erecta super cōem terminū triū lineaꝝ.b.c.b.d.b.e.angulariter se cōtingentiū in puncto.b.quaꝝ nulla alij directe applicetur qđ idem ē ac seinuicem secent in puncto.b. protracte eni se secabunt dico q̄ tres linee.b.c.b.d.b.e.sunt in vna superficie site.Constat autē de quibusq̄ȝ eaꝝ duab⁹ q̄ ipse sunt in vna superficie site per scđam hui⁹ vel p primā ptē.2 .hui⁹.si igit̄ linea.b.d.nō fuerit in supficie duaꝝ lineaꝝ.b.c.⁊ b.e.sed ille duo i plano:hoc autē in sublimi:erit vt hec superficies in qua site sunt due linee.a.b.⁊.b.d.si protrahatur ⁊ p illud qđ notū est sup quartā secet illā in qua site sunt.b.c.⁊.b.e.eritq̄ȝ per.3.huius cōis eaꝝ sectio linea recta ⁊ ipsa sit.b.f.q̄ꝛ igitur ex premissa linea.a.b.ē ppendicularis ad superficiē duaꝝ lineaꝝ.b.c.⁊.b.e.sequit̄ ex diffinitione vt ipsa sit perpēdicularis ad lineā b.f.quare angulus.a.b.f.est rectus cumq̄ȝ etiā angulus.a.b.d.sit rectus ex ypothesi.sequitur īpossibile videlicet ptē suo toti eē equalē.

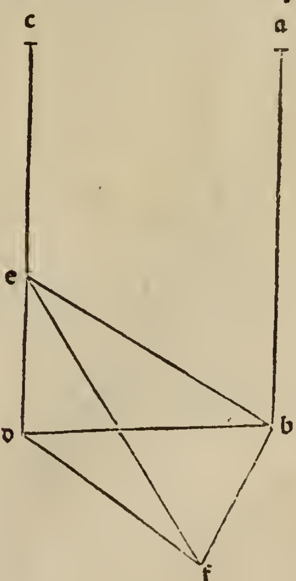
Propositio .6.



Si fuerint due linee super vnā supficiē ppendiculares eas eq̄distātes eē necesse est. ¶ Sint due linee.a.b.⁊.c.d.ppendiculares ad vnā superficiē dico eas esse equidistantes:protrahat̄ enim linea.b.d.eruntq̄ȝ ex dione duo anguli.a.b.d.⁊.c.d.b.recti.si igit̄ due linee.a.b.⁊.c.d.sint in superficie vna ipse sunt equidistantes p scđa partē.28.primi:ipsas autem esse in superficie vna sic collige:a puncto.b. super lineam.b.d.in plano cui perpendiculariter insistunt.a.b.⁊.c.d.ꝓtrahe orthogonaliter lineam.b.f.⁊ ex linea.c.d.sume.d.e.equalem.b.f.⁊ protrahe lineas.e.b.⁊.e.f.erunt igit̄ duo latera.e.d.⁊.d.b.trianguli.e.d.b.equalia duob⁹ lateribus. f.b.⁊ d.b.trianguli.f.d.b.⁊ angulus.e.d.b.equalis angulo.f.d.b.cū vterq̄ȝ sit rect⁹. ita q̄ȝ per quartā primi linea.b.e.ē equalis linee.d.f.itēq̄ȝ cū duo latera.e.b.⁊.b. f.trianguli.e.b.f.sint equalia duobus lateribus.f.d.⁊.d.e.trianguli.f.d.e.⁊ basis.e.f. cōis erit p.8.primi angulus.e.b.f.equalis angulo.f.d.e. cū vterq̄ȝ sit rect⁹:q̄ꝛ igit̄ angul⁹.f.d.e.ē rect⁹ a dione erit etiā angul⁹.e.b.f.rect⁹:itaq̄ȝ linea.f.b. ppēdiculariter ē erecta sup cōem terminū triū lineaꝝ.b.a.b.d.b.e.se ꝯtingētiū angulariter i puncto.b.q̄re p p̄missā ipse sūt i supficie vna:cū igit̄ ex p̄ma parte h⁹ scđe linea.c.d







sit in eadem superficie. cum vtraq; linearum.c.b.⁊.b.d.sequitur.a.b.⁊.c.d.esse i superficie vna: Constat ergo propositum.

Propositio .7.



SI in duabus lineis equidistantibus duob⁹ punctis signatis ab altero ad alterū recta linea ducat: in qua superficie ille due linee site sunt eam quoq; in eandem sitam eē necessario comprobatur.

¶ Sint due linee. a.b .⁊. c.d. equidistantes de quibus constat per diffinitionem ꝙ ipse sunt in superficie vna: in eis autem signentur duo puncta e.⁊.f.⁊ producatur linea recta.e. f. dico itaq; lineam.e .f.esse sitam in superficie linearum.a.b.⁊.c.d. Sin autem sit.e.f.in alia superficie vt in sublimi dependens q̄ superficies si protrahatur secabit necessario superficiē in qua site sunt due linee.a. b.⁊.c.d.eritq; per.3.huius cōmunis sectio earum linea recta eisdem punctis terminata quod est impossibile.sic eni due recte linee cōcluderent superficiem.

Propositio .8.



SI in idem planū due recte linee equidistanter erigantur altera vero earum orthogonaliter sistat reliquam quoq; ad idem planum perpendicularem esse conueniet.

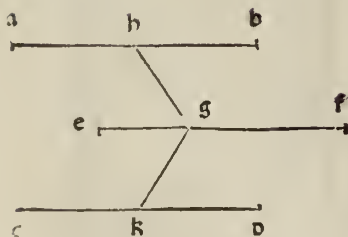
¶ hec est quasi conuersa sexte. Sint enim due linee.a.b.⁊.c.d.equidistantes et sit earum altera vt.c.d. erecta perpendiculariter super superficiē quālibet: dico reliquā earum que est.a.b.esse perpendicularem ad eandē superficiem. Fiat enim prorsus eadem dispositio que in sexta: eritq; ut ibi vterq; duoꝝ anguloꝝ.f.d.b.⁊. f.b.e.rectus: primus quidem per positionem.secūdus autē per .8.primi: quare p.4.hui⁹ linea.f.b.ē ppendiculariter erecta super supficiem ī qua sunt due linee.b.d.⁊.b.e.cūq; per premissā due linee.a.b.⁊.c.d.sint in eadem superficie cum duabus lineis.b.d.⁊.b.e.sequitur lineā.f.b.esse ppēdiculariter erectā supra superficiē in qua est linea.b.a.a diffinitione igitur erit angulus.f.b.a.rectus ⁊ q: etiam angulus.d.b.a.est rectus per vltimā partē.29.primi :sequitur per quartam huius lineam.a.b.esse perpendicularem ad superficiem in qua site sunt due linee.b.d.⁊.b.f.quare constat propositum.

Propositio .9.



SI due linee vni non in vna superficie equidistāt eas quoq; sibi inuicem equidistare necesse est.

¶ Sit vtraq; duarum linearum.a.b.⁊.c.d.equidistās linee.e .f. nec sint omnes in superficie vna: dico ꝙ eedem quoq; sibi inuicem sunt equidistantes: de his quidē que sunt omnes in supficie vna probatū est per.30.primi: at vero de his que in vna supficie non sunt vt est hic.e.f. que intelligatur sursū erecta i sublimi. restat hoc loco probandū.signetur itaq; in ea pūctus.g.a quo educantur due perpēdiculares ad duas lineas .a.b.⁊.c.d.que sint.g h.⁊.g.k.eritq; per.4.huius linea.e.f.perpendicularis ad superficiē videlicet illam in qua sunt site due linee.g.h.⁊.g.k. itaq; per premissā bis assumptā vtraq; illaꝝ duaꝝ lineaꝝ.a.b.⁊.c.d. ppendicularis ē ad candē supficie videlicet ad illā in qua site sunt dicte due linee.g. h.⁊.g.k.p sextā hui⁹ igitur ipse sunt sibi inuicē equidistantes qđ est propositū.

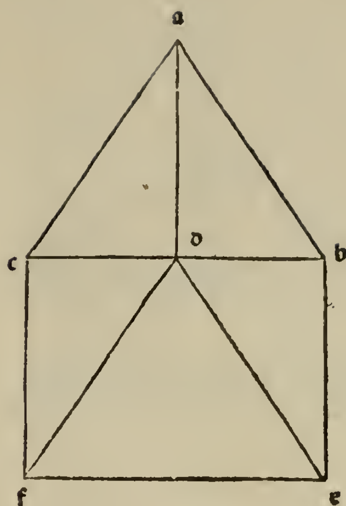


Propositio .10.



Si due linee se angulariter contingentes duabus alijs se cõtingentibus eis oppositis equidistantes fuerint: nõ aũt in superficie vna qui ab eis fiunt duo anguli eque sibi inuicem esse comprobantur.

¶ Sint due linee.a.b.&.a.c.se angulariter contingentes in puncto.a equidistantes alijs duabus que sunt.d.c.&.d.f.se quoq3 angulariter contingentibus in puncto.d.nec sint cum eis i superficie vna: dico angulũ.a.esse equalẽ angulo.d. Esto eni linea.d.c.equalis linee.a.b.cui ipsa posita est esse equidistans. &.d.f.equalis.a.c.cui etiã ipsa equidistare ponit & ducant linee.d.a.&.c.b.&. f.c.eritq3 ex.33.primi bis assumpta vtraq3 duarũ linearũ.b.e.&.e.f.equalis & equidistans linee.a.d.per conceptionẽ igitur & premissam eedẽ sunt equales & equidistantes sibi inuicem.& itaq3 per.33.primi denuo repetitã due linee.b.c.&.e.f.sunt etiã equales & equidistãtes: igit per.8.primi cõstat ppositũ.

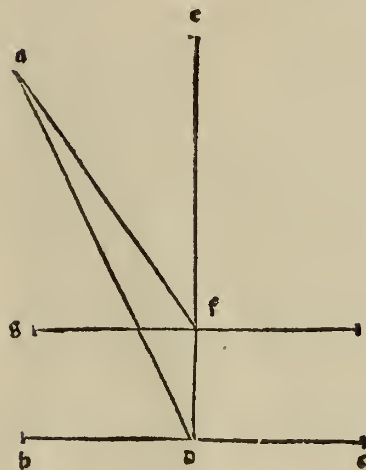


Propositio .11.



Puncto in aere assignato ab eo ad datam superficiem perpendicularem ducere

¶ Sit punctus.a.sursum in aere a quo volumus ad superficiẽ subiacentem perpendicularem ducere: ducat igitur in plano illo: linea.b.c vtcũq3 cõtigerit ad quã ab ipso puncto.a.ducat perpẽdicularis.a.d scdm doctrinã.12.primi rursusq3 a puncto.d.in plano illo ad qd ducenda est perpendicularis a puncto.a.extrahat linea.d.e.que sit perpendicularis ad lineã .b.c vt docet.11.primi. Ad hanc quoq3 lineã.d.e.ducat alia linea perpẽdicularis a puncto.a.que sit.a.f.hanc dico esse eã quã intẽdim⁹. Sit eni linea.f.g.equidistãs linee b.c.& qz vterq3 duorũ angulorũ.b.d.a.&.b.d.f.est rectus: erit ex quarta hui⁹ linea b.d.perpendicularis ad supficiẽ in qua est triangulus.a.d.f.ideoq3 etiã p.8. hui⁹ erit linea.g.f.ppendicularis ad candẽ superficiẽ: igit a diffinitione erit angulus.g f.a.rectus: cũq3 etiã angulus.d.f.a.sit rectus: sequit ex quarta huius lineã.a.f.esse ppendicularẽ ad superficiem in qua sunt due linee.d.f.&.f.g.qd est propositum



Propositio .12.



Superficie pposita punctoq3 in ea assignato ab eo puncto ad datam supficiẽ lineã orthogonaliter erigere. ¶ Cũ a puncto quolibet in superficie pposita assignato ppendicularem educere libuerit a quolibet puncto sursum in aere ad libitum posito ad eandẽ supficiẽ ppẽdiclarẽ quẽadmodũ pmissa docuit demittere que si i assignatũ punctũ ceciderit ipsa ẽ quã queris. Sin aũt ab ipsa assignato pũcto ad demissã perpendicularẽ equidistantem ducito: eã q3 per.8.huius probabis eẽ quam queris.

Propositio .13.



Duas lineas super pũctũ vnũ ad supficiẽ vnã orthogonaliter insistere ẽ ipossibileẽ. ¶ Si eni possibile ẽ vt due linee vni eidẽq3 supficiei sup punctũ vnũ ppendiculariter insistãt supficies i q̃ ipse ppendiculares site sũt itelligat pduci quousq3 secet supficiẽ cui dicte linee ppendiculariter isistũt eritq3 per.3.hui⁹ cõmunis earũ sectio linea recta: & qz ex diffinitione vtraq3 illarũ duarũ perpendicularium cũ cõmuni sectione cõtinet angulum rectũ sequitur ut angulus rect⁹ sit ps anguli recti qd est impossibile. Quẽadmodũ aũt demonstratũ est impossibile esse ab vno eodem puncto extra supficiem

duas lineas super punctum vnum ad eandem superficiem esse perpendiculares ita etiam demonstrabimus impossibile esse duas lineas ab vno eodemq; puncto extra superficiem signato ad eandē superficiem protractas ad ipsā esse perpendiculares. Si enim hoc fuerit ipse erunt equidistantes ex.6.huius qd est impossibile ex diffinitione lineaꝝ equidistantium. Constat igitur ex hac ꝙ si aliqua superficies plana aliā planā superficiem orthogonaliter secet ⁊ ab aliquo puncto secantis superficiei ad superficiem sectam perpendicularis ducatur: in cōmuni caꝝ sectione eam cadere necesse est. Alioquin ab eodem puncto secantis superficiei ad cōmunē earum sectionem perpendicularis protrahatur ut docet.12.primi ⁊ a puncto i quo incidit cū cōmuni sectione alia perpendicularis ad eandē cōmunē sectionē in superficie secta educatur ut docet.11.primi: eritq; ex diffinitione superficiei super aliam superficiem orthogonaliter erecte angulus quē cōtinent hee due linee perpendiculares rectus: quare per quartā huius prima haꝝ duarum perpendicularium etiam est perpendicularis etiā ad superficiē sectā. ergo ab vno puncto protracte sunt due linee perpendiculares ad eandē superficiem quod est impossibile: relinquitur itaq; propositum nostrum.

Propositio .14.



Si linea vna super duas superficies assignatas orthogonaliter insistat: ille due superficies si etiā in infinitū i quācunq; partem protrahantur nunquā concurrēt.

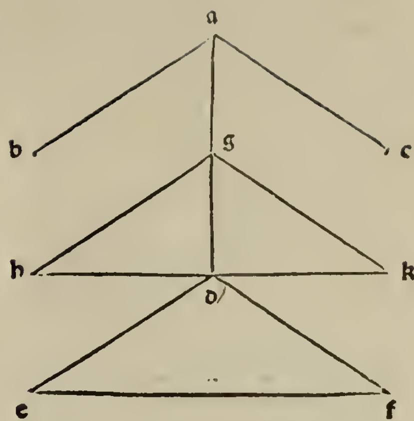
¶ Posita enī linea vna duabus superficieb⁹ orthogonaliter insistere si possibile ē supficies illas cōcurrere in caꝝ cōi sectione que per.3.huius erit linea recta: punctusq; quocunq; modo signet̄ a quo due linee in illis duabus supficieb⁹ ad lineā illā que ipsis ppendiculariter supstat ꝑtrahat̄: eritq; constitutus triangulus ex his duab⁹ lineis ⁊ perpēdiculari hui⁹ itaq; trianguli vterq; duorū angulorū qui superpendicularē cōsistūt ē rect⁹ vt p3 ex dione linee supra supficiē ppendiculariter stantis hoc aūt ē ipossibile per.32.primi.

¶ E conuerso quoq; videlicet si super duas superficies equidistātes linea recta ceciderit que ad alteram earum perpendicularis sit ipsa quoq; perpendicularis erit ad reliquum. ¶ Positis enim duabus superficiebus equidistantibus intelligatur linea recta ambas penetrans que alteri earū ppendiculariter superstat: dico ꝙ eadem linea relique superficiei ppendiculariter superstat. Sit enim superficies vna secans positas superficies equidistantes super lineam eas penetrātē eritq; cōis sectio huius supficiei secātis ⁊ alteri⁹ sectarū videlicet illi⁹ cui linea penetrās ponit̄ ppendiculariter insistere cōtinēs angulū rectum cū ipsa linea penetrāte ex dione linee ppēdic'aris ad supficiē: si igit̄ alia cōis sectio ipsi⁹ supficiei secātis ⁊ reliq̄ duarū sectarū cū eadē linea penetrāte nō ꝯtineat angulū rectū erit ex vltima petitione pmi vt ille due cōes sectiōes i alterutrā ꝑtē protracte necessario ꝯcurrāt quare ⁊ supficies que posite sūt equidistantes necessario ꝯcurrēt. ⁊ qr hoc ē ipossibile erit ille angul⁹ rect⁹ eodēq; modo erit de qualib; alia superficie easdē supficies eq̄distātes secāte sup eandē lineā: igit̄ ex q̄rta h⁹ ⁊ ex ista.14. constat verū eē qd dixim⁹.

Propositio .15



Si fuerint due linee se continentes angulariter equidistantes alijs duabus se contingentibus non autem in superficie vna ab eisdem lineis contente due superficies in nulla parte quantūcunq; producantur possunt concurrere.



¶ Sint due linee.a.b.&.a.c.se angulariter contingentes in puncto.a. equidistan/tes duabus lineis.d.e.&.d.f.se angulariter contingentibus in puncto.d. & nō sint in superficie vna: dico earum superficies i quācūq; ptē & quātūcūq; protrahant nunq; concurrere: protrahatur & eni a puncto.d.put docet.5.huius perpendicularis ad superficiē duarum linearum.a.b.&.a.c.sitq;.d.g.& a puncto.g.ducatur.g.h.equidi/stās.a.b.&.g.k.equidistans.a.c.eritq; ex diffinitione vterq; duorum angulorum.d.g.h.d.g.k.rectus & per.9.erit linea.d.f.equidistans linee.g.k.& linee.d.e.equidi/stans linee.g.h.quare p vltimā ptem.29.primi vterq; duorum angulorum.e.d.g.f.d.g.erit rectus: ideoq; per quartā huius linea.d.g.erit ppendicularis ad supficiem duarum linearum.d.e.&.d.f.cumq; ipsa eadem sit etiā ex ypothesi perpendicularis ad superficiē duarum linearum.a.b.&.a.c.igitur ex premissa liquet quod ē ppositum

Propositio .16.


SI duas superficies equidistantes vna superficies secet cō munes earum sectiones equidistantes erunt.

¶ Constat equidem ex tertia q vna superficie quascūq; duas super/ficies equidistantes secante cōmunes earum sectiones erunt due li/nee recte: que cū sint ambe site in superficie secante. si ipse nō fuerit equidistantes ponantur ad quotlibet vnum punctum concurrere: erit itaq; vt vnus atq; idē punctus sit in vtraq; illarum duarum sectionū cōmunium cumq; vna illarum com muniū sectionū sit in vna duarum supficierum sectarum & reliqua in altera. sequit supficies illas que posite sunt esse equidistantes concurrere: hoc autem impossibile est. Erūt igitur cōes earum sectiones equidistantes quod est propositū. ¶ Ex hac & premis/sa potes elicere conclusionē vnā similem.30.primi videlicet istam. Si fuerint due superficies vni equidistantes ipse quoq; erunt adinuicē equidistantes. Positis eni tribus superficiebus quarum vtraq; duarum extremarū equidistet medie dico q ne/cesse est ipsas extremas equidistare adinuicem. secentur omnes illi tres superfici/cies duabus superficiebus se quoq; inuicem secantibus: erūtq; ex hac.16.cōmunes sectiones duarum extremarum superficierum equidistantes sectionibus medie: quare ex.30 primi ipsi etiā sectiones duarum extremarum superficierum erant equidistantes adinuicē. Et quia ipse contingunt se in cōmuni sectione duarum superficierum tres positas super ficies secantium ex premissa euidenter constat quod diximus.

Propositio .17.


SI superficies tres vel plures equidistantes duas rectas lineas seinuicem contingentes vel equidistantes secēt illa rum linearum portionēs proportionales esse probantur.

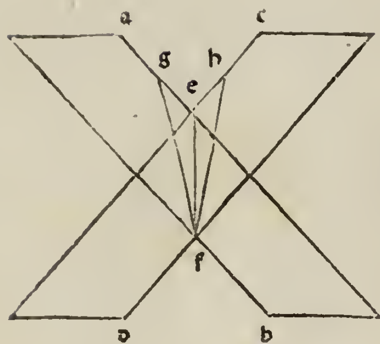
¶ Intelligant eni due recte linee penetrantes qualitercūq; cōtigerit tres superficies equidistantes aut etiā plures tribus. dico itaq; duas portiones illarum linearum inter quaslibet duas lineas superficies interceptas pro/portionales esse quibusque duabus inter alias duas ex illis equidistantibus sup/ficiebus interceptis. Coniungant enim due extremitates illarum duarum linearum ducta inter eas linea vna diagonalit: eritq; hoc diagonalis cū vtraq; illarū duarum linearum penetrātiū supficies ppositas in supficie vna illas equidistantes supficies positas secāte. si ergo harum supficierum cōes sectiōes q p premissā erūt equidistātes cogitatōe protraxeris ex prima parte secunde sexti constabit propositum.

Propositio .18.



SI in superficie assignata orthogonaliter steterit: linea oīs superficies a linea illa quorsum libet ducta ad eandem assignatam superficiem erit orthogonaliter erecta.

¶ Sit enī linea.a.b.erecta perpendiculariter sup assignatā superficiē ꝛ a linea.a.b.ꝓducat̄ superficies quorsū libuerit: quā dico sup propositam superficiem esse perpendiculariter erectam.cum enim ipsa secet superficiem assignatam: erit earum cōmunis sectio linea recta ex.3.huius.sitq̄ȝ.b.d.in hac ergo cōmuni sectione signato puncto quolibet qui sit.d.extrahatur ab eo In superficie que producta est a linea.a.b.linea quedā ꝑpendicularis ad lineā .b.d. que sit d.c.eritq̄ȝ ex secunda pte.28.primi linea.c.d. equidistans: linee. a.b. ideoq̄ȝ ex.8. huius linea.c.d.est etiā perpendicularis ad superficiē propositā: quia ergo hoc modo quelibet linea protracta orthogonaliter a quolibet puncto linee .b. d.ad ipsam lineam.b.d.in ipsa superficie que producta est a linea.a.b.est perpendicularis ad propositā superficiem ex diffinitione superficiei supra superficiē orthogonaliter erecte: cōstat verū esse qd̄ propositū est. Propositio .19.



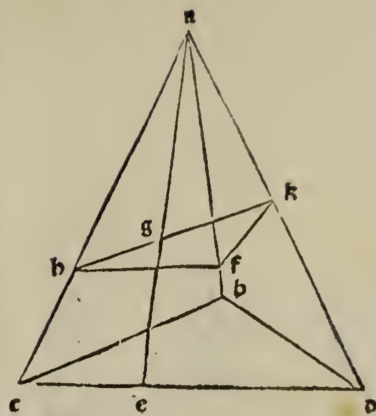
SI due superficies se inuicē secantes supra vnam superficiem erecte fuerint orthogonaliter cōmunis earum sectio ad eandem superficiem perpendicularis erit.

¶ Sint due superficies.a.b.ꝛ.c.d.seinuicem secantes erecte orthogonaliter super assignatā superficieȝ: sitq̄ȝ cōmunis earū sectio linea recta.e.f.hanc dico esse perpendicularē ad assignatā superficiem.alioquin a puncto f.qui est cōis termin⁹ sectionū duarū superficierū secantiū: ꝛ tertie supficiei secte ꝓducat̄ vna linea recta que sit.f.g.in superficie.a.b.perpēdicularis ad supficiē assignatā.itēq̄ȝ ab eodē pūcto ducat̄ alia perpendicularis ad eandē supficiē que sita sit in superficie.c.d.ꝛ ipsa sit.f.h.eruntq̄ȝ due linee.f.g.ꝛ.f.h.orthogonaliter insistentes super punctū vnū ad supficiē assignatā: hoc aūt impossibile per. 13.huius Tales aūt lineas posse ꝓtrahi a puncto.f.in vtraq̄ȝ duarū superficierū.a .b.ꝛ. c.d. cū.e.f.nō fuerit perpēdicularis ad assignatā superficiē dubitare nō conuenit. Intelligat̄ quidē linea.f.b.cōis sectio superficiei.a.b.ꝛ supficiei assignate ꝛ linea.f.d.superficiei.c.d.ꝛ supficiei assignate.Si igit̄ linea.e.f.fuerit ꝑpendicularis ad vtranq̄ȝ duarū linearū.f.b.ꝛ.f.d.ipsa etiā erit perpendicularis ad supficiē assignatā ex q̄rta huius.si aūt ad neutrā sit.f.g.ꝑpendicularis ad.f.b.ꝛ.f.h.perpendicularis ad.f.d deinde a puncto.f.ꝓtrahe in superficie assignata vnā lineā ꝑpendicularē ad lineā f.b.q̄ ex diffone supficiei sup aliā supficiē orthogonaliter erecte cū linea.f.g.ꝯtinebit angulū rectū: ꝑ quartā igit̄ hui⁹ erit linea.f.g.ꝑpendicularis ad superficiē assignatā Eodē quoq̄ȝ mō ꝓtracta alia linea a puncto.f.i supficie assignata q̄ sit perpendicularis ad lineā.f.d.sequet̄ ex diffone predicta ꝛ ex quarta hui⁹ lineā.f.h.eē ꝑpēdicularē ad supficiē assignatā qd̄ ē impossibile p.13.huius.Qd̄ si ꝯfiteare lineā.e.f. esse ꝑpendicularē ad lineā.f.b.sed nō ad lineā.f.d.sequet̄ modo consimili duas lineas.e.f.ꝛ.f.b.esse perpendiculares ad superficiem assignatam: qd̄ nihil minus ē impossibile. Propositio .20.

SI tres anguli supficiales solidū angulū ꝯtineāt illorū triū angulorum quiq̄ȝ duo pariter accepti reliquo sūt maiores.

¶ Sint tres linee. a.b.a.c.a.d.piramidaliter erecte supra superficiem.b .c .d. continentes tres superficiales angulos ex quib⁹ solidus

perficitur angulus in puncto.a. dico quoslibet duos ex ipsis superficialib⁹ angu/lis solidum angulum in puncto.a.constituentibus pariter acceptos tertio eē maio/res. Si eni hi tres anguli superficiales fuerint sibi inuicem eq̄les: aut si duo tantū equales tertio exīte minore vtrolibet duoꝝ equaliū: ꝯstat p cōem sciētiā verum esse qd̄ dicitur. Qd̄ si eoꝝ vnus vtrolibet duoꝝ reliquoꝝ maior fuerit siue illi duo ponant̄ equales siue non equales: adhuc constat illum maiorem cum vtrolibet duo/rū reliquoꝝ pariter acceptoꝝ tertio esse maiorē. Sed ꝛ illos duos minores pariter acceptos hoc tertio qui maior vtrolibet ponitur esse maiores: sic collige. esto enim trium propositorum angulorum superficialium angulus.c.a.d. maior vtrolibet re/liquorum duoꝝ. Ex ipso ergo abscindam angulum.c.a.d.equalem angulo. b.a.d. ꝓtracta linea.a.e.ꝛ sumā ex hac linea.a.e.lineā.a.g.ꝛ ex linea.a.b.lineā.a.f.quas ponam esse equales ꝛ protraham lineam a puncto.g.qualitercūq₃ contingat in su/perficie duaꝝ linearū.a.c.ꝛ.a.d.quousq₃ secet.a.c.in puncto.h.ꝛ.a.d. in puncto k.ꝛ ipsa sit.h.g.k.ꝛ producā lineas.f.h.ꝛ.f.k.cum sit igitur.a.f.equalis .a.g. posi/ta.a.k.cōmuni erit per quartā primi.f.k.equalis.k.g.ꝛ q2 ex.20.prime due linee h.f.ꝛ.f.k.sunt maiores linea.h.k.erit per cōceptionē.h.f.maior. h.g. ideoq₃ per 25.primi cū sit linea.a.f.equalis linee.a.g.erit angulus.f.a.h.maior angulo.h.a.g.per cōceptionē igitur cōstat duos angulos.h.a.f.f.a.k.pariter acceptos eē ma/iores angulo.h.a.k.qd̄ erat demonstrandū.

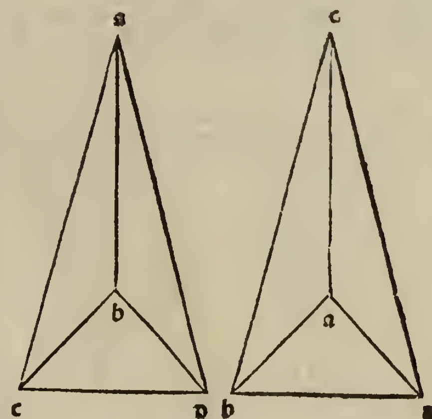


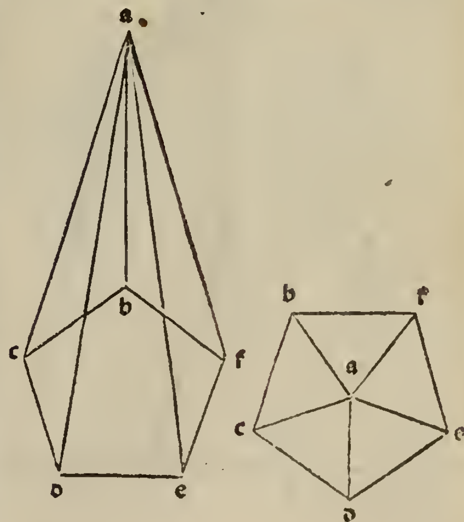
Propositio .21.



Omnis angulus solidus quatuor rectis āgulis minor esse probatur.

Anguli solidi quantitas ex anguloꝝ superficialiū ipsū solidū con/tinentium quantitate determinatur: hac ergo.21.propositiōaliter ꝓ/ponit̄ quoq₃ quoslibet sup̄ficiales angulos solidū quēlibet cōtinētes pariter acceptos quatuor rectis angulis esse minores. Sit eni triangula piramis a.b.c.d.cui⁹ supremus angulus cū possit esse quilibet suoꝝ anguloꝝ hic tñ sit.a.de quo dico ꝙ tres sup̄ficiales anguli ipsū.a.ꝯtinentes sint minores quatuor rectis. Constat eni ex.32.primi.9.angulos triū t̄anguloꝝ hanc piramidē circūstantium ꝛ ipsi sunt.a.b.c.a.c.d.a.d.b.esse equales sex angulis rectis: de trib⁹ aūt angulis basis ei⁹ que ē triāgulus.b.c.d.cōstat quoq₃ p eādē ꝙ ipsi sunt equales duobus rectis.cum igitur sex anguli trium trianguloꝝ predictoꝝ hanc nostram piramidē de cuius supremo angulo disputamus circūdantiū: qui inq̄₃ sex anguli cum tribus angulis basis reliquos tres angulos solidos piramidis continent: sint ex premissa ter assumpta maiores tribus angulis basis: sequit̄ ipsos sex angulos esse maiores duobus rectis: ex.nouē.igit̄ angulis trium trianguloꝝ piramidē circūdantiū his sex angulis demptis erunt ex cōmuni scīa reliqui tres ꝛ ipsi sunt qui constituūt so/lidū angulū.a.miores.4.rectis. Si aūt angul⁹.a.supmus i assūpta piramide plu/rib⁹ angulis sup̄ficialib⁹ quā trib⁹ ꝯtineat̄ qd̄ erit ſm multitudinē angloꝝ sue basis: cū igit̄ oēs anguli oim trianguloꝝ ipsā piramidē circūdātiū p̄iter accepti sint ex.32 p̄mi tot rectis angulis eq̄les quāt⁹ ē numer⁹ angloꝝ sue basis duplicat⁹: eo ꝙ tot ne/cesse ē eē triangulos piramidē circūdātes quot fuerit anguli sue basis. Cūq₃ omnes anguli sue basis sint tot rectis angulis eq̄les quant⁹ ē numer⁹ anguloꝝ suoꝝ dupli/catus: demptis inde.4.ut in.32.p̄mi demonstratum est. Cunq₃ igitur omnes an/



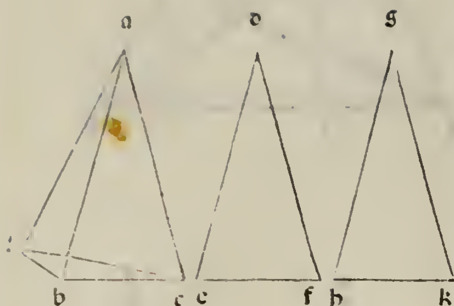


guli trianguloꝝ piramidē circūdātiū qui sup latera basis ipsi⁹ piramidis cōsistunt pariter accepti sint maiores omnibus angulis basis piter acceptis vt euidēter con/stat ex p̄missa totiēs quot angulos basis habuerit repetita. adhuc necessario se/quitur ex cōi scia supficiales angulos solidū angulū.a. continentes piter acceptos esse minores quatuor rectis: eo inquā minores quo oēs anguli trigonoꝝ pirami/dem circūdantium qui sup latera basis statute piramidis consistant excedunt oēs angulos basis pariter acceptos.

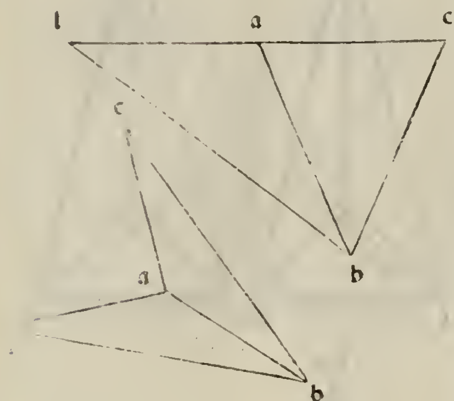
Propositio .22.



Si tres anguli superficiales quoꝝ quinq; duo pariter ac/cepti tertio sint maiores cunctis sibi inuicem equis lineis contineantur de tribus basibus angulos illos ab ipsaꝝ li/neaꝝ equalium terminis subtendēntibus triangulum substi/tui vel constitui possibile est:



¶Sint tres supficiales anguli.b.a.c.e.d.f.h.g.k. vt ꝓponit̄: tales videlicet ut qui q; duo coꝝ tertio sint maiores. sintq; ex latera eos continentia equalia que sint a.b.a.c.d.e.d.f.g.h.g.k. ꝛ subtēdant̄ eis tres bases que sint. b.c.e.f.h.k. Ex his ergo tribus basibus triangulū aio constitui posse. Esto eni angulus.b.a.l. equa/lis angulo.d. ꝛ linea.a.l. linee.d.e. ꝛ protrahantur.l.b.l.c. eritq; ex.4. primi linea l.b. equalis linee.e.f. ex ypothesi vero ꝯstat totalem angulū.a. esse maiorem angu lo.g. erant eni quiq; duo ex tribus angulis.b.a.c.d.ꝛ.g. tertio maiores igit̄ ex.24 primi linea.l.c. linea.b.k. ē maior. cunq; sint ex.20. primi due linee.l.b.ꝛ.b.c. maio res linea.l.c. sequitur duas lineas.l.b.ꝛ.b.c. esse multo fortius maiores linea.b.k. quia igitur.l.b. est equalis.e.f. erunt due linee.b.c.ꝛ.e.f. maiores linee.b.k. Con/stat itaq; hoc modo quasq; duas lineas ex tribus lineis.b.c.e.f.h.k. esse longi/ores tertia: igit̄ ex.22. primi constat verum esse qd̄ dicitur: hoc dūtaxat addito ꝙ si duo anguli.b.a.c.ꝛ.d. pariter accepti sint equales duobus rectis erunt due linee l.a.ꝛ.a.c. ex.14. primi linea vna: que cum sit equalis ex ypothesi duabus lineis.g h.ꝛ.g.k. que ex.20. primi longiores sunt linea.h.k. cunq; ex eadē linee due.l.b.ꝛ.b c. sint longiores linea.l.c. sequitur vt prius.b.c.ꝛ.e.f. piter acceptas eē longiores h.k. At vero si duo predicti anguli sunt maiores duobus rectis: erunt ex.21. primi due linee.a.l.ꝛ.a.c. ideoq; ꝛ due.g.h.ꝛ.g.k. breuiores duab⁹ q̄ sūt.l.b.ꝛ.b.c. qua re vt prius.b.c.ꝛ.e.f. pariter accepte sunt longiores linea.h.k.

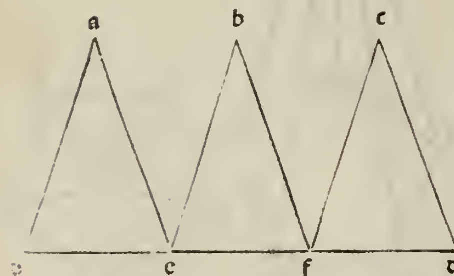


Propositio .23.

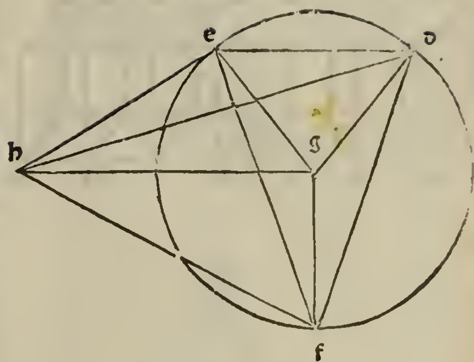


Tribus angulis supficialibus propositis: quoꝝ quiq; duo piter accepti tertio sunt maiores omnes aut tres simul qua tuor rectis angulis minores: ex tribus illis equalib⁹ qua lescunq; sint solidum angulum constituere.

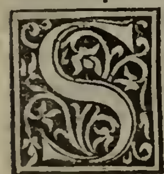
¶Sint ꝓpositi tres anguli supficiales qui sunt.a.b.c. de tribus illis equalibus volumus vnū solidū angulū constituere oportet: igit̄ ex.21.h⁹ vt quiq; duo coꝝ pariter accepti tertio sint maiores ꝛ ex.21. huius vt omnes piter accepti quatuor rectis angulis sint minores ex ipsis itaq; sint hec posita: latera vero eos continētia cuncta adinuicem sint equalia eisq; subtendantur tres bases ꝛ ipse sint d.e.e.f.ꝛ.f.d. eritq; ex p̄missa possibile de tribus lineis his basibus equalib⁹ tri āgulum constitui. Sit igit̄ ex eis cōstitut⁹ ſm doctrinā.22. primi triangulus.d.e.f. constitutus: cui sicut docuit quinta quarti circūscribat̄ circulus.d.e.f. supra cen/trum.g. ꝛ ꝓtrahāt̄: g.d.g.e.g.f. que cū sint adiuicē eq̄les ex diōne circuli lateraq;



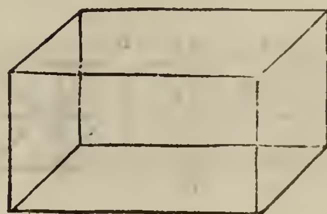
tres ꝓpositos angulos ambientia equalia ex ypothesi necesse est vt eaꝝ quelibet quolibet illorum laterū sit minor equalē aūt aut maiorē esse est impossibile Si eni linea exiens a centro.g.ad circūferētiam circuli.d.e.f.esset equalis alicui lateꝝ.a.d a.e.b.e.b.f.c.f.c.d.sequeretur propterea que posita sūt annuente.8.primi tres angulos.a.b.c.ꝓpositas esse equales tribus angulis.d.g.e.e.g.f.f.g.d. cūq3 hi tres sint equales quatuor rectis angulis vt facile p3 ex.13.primi:protracta paulisp vna lineaꝝ exentiū a centro ad circūferentiam in continuum ⁊ directū:essent etiā tres anguli.a.b.c.equales etiā quatuor rectis qđ est cōtra posita. Qđ si esset maior superpositis tribus triangulis quorum sunt anguli.a.b.c.trib⁹ triāgulis diuidentibus triangulum.d.e.f. vnoquoq3 illi cū quo cōicat in basi itaqꝫ bases supponant basibus equales videlicet equalibus ⁊ anguli.a.b.c.cadant ad ptem puncti. g. sequeret ex.21.pmi tres āgulos.a.b.c.esse maiores trib⁹ qui sūt.d.g.e. e.f.g.f. g.d. eēnt itaq3 maiores q̄tuor rectis qđ ē ampli⁹ ꝯtrariū positis Relinquit itaq3 vnūquodq3 ex sex lateribus tres ꝓpositos angulos ābientibus maius esse linea egredi ente a centro.g.ad circūferentiā.d.e.f.ideoq3 etiā potentius.Sit igitur potentius i linea.g. h.que sit scđm.12.h⁹ orthogonaliter erecta sup supficiē anguli vel circuli d.e.f.demittāturq3 tres ypothemise.h.d.h.e.h.f.quas dico cōtinere angulos tres superficiales equales tribus propositis constituentes angulū solidum in puncto.h cū eni quadratū linee.a.d.sit equale duob⁹ quadratis duaꝝ lineaꝝ.d.g.⁊. g.h.ex ypothesi At quadratū linee .d.h.sit equale eisdē ex penultima primi necesse est lineā.a.d.esse equalem linee.d.h eodēq3 modo ⁊ lineā.a.e.linee.e.h.igit ex.8.pmi cū bases etiā sint equales erit angulus.a.equalis angulo.d.h.e .silr quoq3 nō erit angulus.b.equalis angulo.e.h.f.⁊ angulus.c.equalis angulo.f.h.d. quare cōstat factū eē quod facere disposuimus.



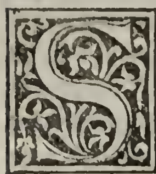
Propositio .24.



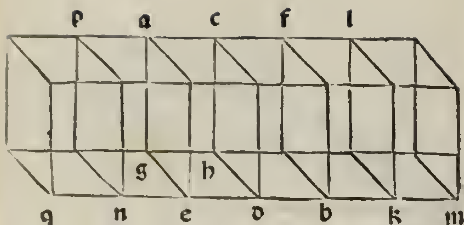
Si superficiebus equidistantibus solidum cōtineatur eius opposite supficies sibi inuicē equales sunt ⁊ equidistantiū laterum. ¶ Quicquid dicant alij solidū equidistantibus superficiebus contentum superficiebus paribus necesse est cōtineri que sicut cē nō possunt pauciores sex ita possunt esse in omni numero pari senarium excedente. Constat eni columnā exagonā posse. 8.superficiebus que bine ⁊ bine opposite sibi inuicem equidistant contineri:sic quoq3 octogonā.10.⁊ decagonam.12.⁊ ad istaꝝ similitudinē in infinitū.s3 hoꝝ omniū solidoꝝ equidistantibus superficiebus contentoꝝ que infinita esse pronuncio solū illud dicit paralellogramū cuius omnes superficies ipsū ambientes palellograme sunt ⁊ istud sex superficiebus duntaxat necesse est ambiri:de tali itaq3 qđ sex tm̄ supficiebus ambit dico debere itelligi ꝙ hec.24.ꝓponit:sic igit tale solidum corpus.a.b.cuius omnino superficies fac vt solido habitu mente cōprehendas:patebitq3 tibi vnāquāq3 earū quatuor ex reliquis secare cuius quatuor latera cum sint cōmunes sectiones ipsius secantis ⁊ quatuor sectaꝝ.Sint autē ille quatuor secte bine ⁊ bine ꝭm ꝙ adinuicem opponunt equidistantes ex ypothesi:sequit ex.16.bis assumpta ut quatuor latera hui⁹ supficiei secantis ⁊ quatuor sectaꝝ sint adinuicē bina ⁊ bina equidistātia. Cōstat itaq3 scđm. At vero ex.34.primi manifestū ē oia latera opposita istaꝝ sex supficieꝝ eē equalia:erūt igit bina latera angulū planū cōtinētia cuiusq3 eaꝝ equalia binis lateribus angulū planū in supficie sibi opposita ꝯtinentib⁹.anguli quoq3 ab illis binis ⁊ binis lateribus ꝯtenti equales p.10.h⁹: igit ex ꝯuersa penultime cōis

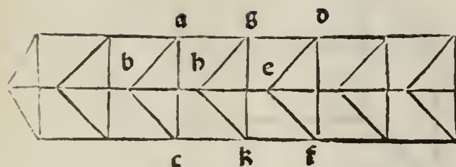


scie in primo libro posite necesse est quasq3 duas superficies in solido.a.b.oppo/sitas esse sibi inuicē equales qd est propositū. Propositio .25.



Si superficies quedā secet solidū paralellogramū eqdistā/ter duabus ipsius solidi supficiebus oppositis duo partia lia corpora que ad illam secantem superficiē velut ad cō/munē terminū copulant suis basibus sunt proportionalia ¶Sit corpus.a.b.solidū palellogramū z secet ipsum supficies.c.d. equidistanter duabus eius oppositis supficiebus que sunt.a.e.z.f.b.z sit supficies g.b.basis ipsius solidi.a.b.de qua constat per premissā q ipsa sit equidistantium laterū z sit cōis sectio duarū supficierū.c.d.z.g.b.linea.h.d.de qua constat p.3.hu/ius q ipsa sit linea recta z p.16.huius q ipsa sit equidistans.g.c. ideoq3 sunt due superficies.g.d.z.h.b.equidistantiū laterū z ipse sunt bases duorū ptialiū corporū in que supficies.c.d.diuidit solidum.a.b. dico itaq3 q pportio solidi.a.d.ad soli dū.b.c.ē sicut basis.g.d.ad basim.h.b.protrahant eni vtrinq3 quātū libuerit.qua tuor linee penetrantes supficiē.c.d. sup eius angulos z ipse sunt.a.f.z.e.b.cū dua bus reliquis sibi equidistantibus. Sumanturq3 ex eis omnib⁹ portiones ex pte pun cti.b.quot libuerit que ponant singule eqles linee.b.d. z ex parte puncti.e.alie sic quot libuerit que ponant equales linee.e.d.sup quas vtrinq3 pstituāt solida palel lograma scdm suarū longitudinē exigentiā.Sintq3 ex p te puncti.b.solida.f.k.z.l. m.z ex pte puncti. e.solida. a.n.z.q. a.eritq3 ex dione corporū equaliū atq3 simi/liū vnūqdq3 solidorū.f.k.z.l.m.equale solido.e.b. z vnūqdq3.a.n.z.p.q. ē equale a.d.fiat igit argumētū queadmodū i prima sexti ē eni solidū.c.m.ita multiplex so lidi.b.c.sic basis.b.m.basis.h.b.z solidū.q.c.ita mltiplex solidi.a.d.sic basis.q.b basis.g.d.z si basis.h.m.ē eqlis basi.q.b.solidū.e.m.est eqle solido.q.c.ex dione corporū equaliū atq3 similiū z si basis ē minor basi z solidū ē min⁹ solido z si maior mai⁹ qd p3 ex dione eadē resecata maiori basi ad eqlitatē minoris z descripto sup eam solido palellogramo.itaq3 ex dione icōtinue pportionalitatis pportio solidi a.d.ad solidū.c.b.sicut basis.g.d.ad basim.h.b.qd est ppositū. Qd si superficies aliqua secet corpus seratile equidistanter duabus eius triangularibus supficiebus oppositis duo partialia corpora que ad illā secantē superficiē velut ad cōem termi num copulant suis basib⁹ erūt proportionalia.¶Sit eni.a.f.corpus seratile cuius sint due trigone supficies.a.b.c.d.e.f.Cōstat igit ex dione seratilis vnāquāq3 tri um supficierū que sunt.a.b.d.e.b.c.e.f.a.c.d.f.eē paralellogramū: secet igit supfi/cies.g.h.k. istud seratile equidistanter duabus eius oppositis supficiebus q sunt a.b.c.d.e.f.dico q pportio seratilis.a.k.ad seratile.g.f.ē sicut basis.a. k.ad ba/sim.g.f.qd sicut de solidis palellogramis pbat ptractis eni in vtrāq3 ptē lineis.a d.b.e.c.f.factisq3 inter eas ex pte puncti.e.seratilibus equalibus seratili. g.f. z ex pte puncti.b.alijs equalibus seratile.a.k.vtrinq3 quouis numero ex dione incon tinue pportionalitatis.si cuncta vigili mente plustres nō erit tibi difficile cōclude/re quod diximus. Propositio .26.







Super datum punctū date linee angulo solido proposito equalē angulū solidū constituere. ¶Solidus angulus propositus sit.a.qui cōtineat tribus lineis.a.b.a.c.a.d.tres super/ficiales angulos ipsū solidū pficientes cōtinentib⁹ cui sup punctū.e. linee.e.f.pposite que ad libitū pponentis iaceat:aut in sublimi cōsurgat iubemur

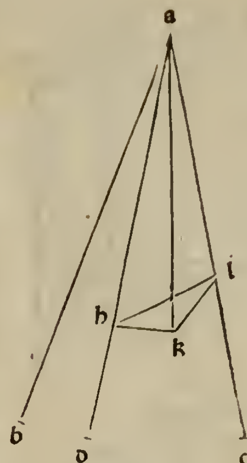
equalē angulum solidū cōstituere qualiscūqȝ sit situs linee.e.f.a puncto.g.vbicūqȝ volueris signato: ꝓducito lineā.g.e.eruntqȝ ex scda hꝰ due linee.e.f.ꝛ.g.e.i supfi/cie vna.in hac itaqȝ superficie super punctū.e.datū in assignata linea scdm ꝯsiliuȝ 23.primi constitue angulū equalē angulo.b.a.c.ꝛ ipse sit.f.e.g. dehinc ex linea.a.d.abscinde lineam.a.b.sicut volueris ꝛ a puncto.b. producito perpendicularem b.k.ad superficiē in qua sunt due linee.a.b.ꝛ.a.c.qđ qualiter faciendum sit.11.huius docuit:nec sit igitur tibi cura de puncto .k. Nihil eni refert vtꝝ ꝑpendicularis b.k.occurrat supficiei in qua sunt due linee.a.b.ꝛ.a.c.inter ipsas lineas aut extra aut in eaꝝ altera ducito tñ lineā.a.k.positoqȝ puncto.l.in linea.a.b.vbicūqȝ volueris ꝓtrahe lineas.k.l.ꝛ.l.b.ꝛ pone angulū.f.e.m.in supficie lineaꝝ.e. f.ꝛ.e.g. equalē angulo.b.a.k.ꝛ lineā.e.m.equalē linee.a.k.ꝛ ex linea.e.f. sume lineā .e.p. equalē linee.a.l.ꝛ a puncto.m.educ lineā.m.n.ꝑpendicularē ad superficiē in qua sunt due linee.e.f.ꝛ.e.g.ꝛ pone eā equalē.b.k.ꝛ protrahe lineas.e.n.n.p.ꝛ.p.m. dico igiť tres lineas.e.f.e.g.e.n.cōtinere angulū solidū in puncto.e.equalē angu/lo.a.proposito: cū sint eni ex ypothesi duo latera.a.k.ꝛ.k.b.triāguli.a.k.b.equalia duobus lateribus.e.m.ꝛ.m.n.trianguli.e.m.n.ꝛ anguli qui sunt ad.k.ꝛ ad.m recti ex diffinitione linee perpendiculariter erecte supra supficiē erunt ex quarta p̄/mi due linee.a.b.ꝛ.e.n.equales:per candē quoqȝ erunt due linee.k.l.ꝛ.m.p.equales.ideoqȝ etiā ꝑ eandē.b.l.ꝛ.n.p.equales:cum sint.b.k.ꝛ.k.l.equales.m.n.ꝛ.m p.ꝛ anguli.b.k.l.ꝛ.m.n.p.recti ꝑ.8.igiť primi erit angulus.n.e.p. equalis angu/lo.b.a.l.Simili quoqȝ modo ꝓbabis angulū.g.e.n.esse equalē angulo.c.a.d.constat itaqȝ nos effecisse qđ volumus:huic si studiosus institeris quotcūqȝ lateribus a.solidus angulus ꝓpositus cōtineať qđ a te petiť sine offēdiculo perficere poteris

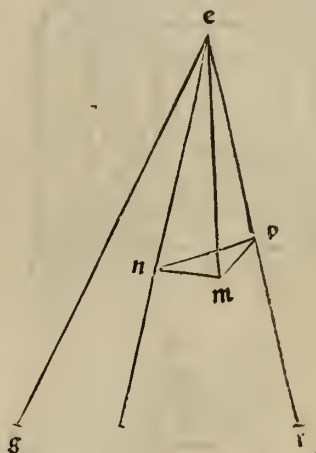
Propositio .27.

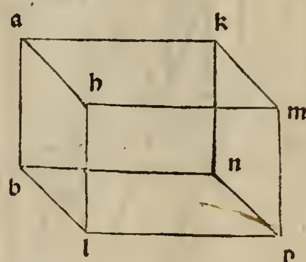
SUper assignatā lineam dato solido equidistantium supficierum simile solidum constituere. ¶ Sit assignata linea.a .b.de cuius situ vtrū in plano iaceat vel sursum exurgat nihil cureť:sitqȝ assignatū ꝑalellogramū solidū corpus.c.d.cui sup lineā.a.b.iubemur simile solidū fabricare.Sint igiť tres linee ꝯtinentes superficiales angulos ex quibus poniť solidus angulus.c.inscripte litteris.c.e.c.f.c.g.At scdm p̄/cepta premisse super punctū.a.linee.a.b.cōstituať angulus solidus equalis. c.quē cōtineāt tres linee.a.b.a.h.a.k.ꝛ auxilio. 10.sexti sit ꝓportio.c.e.ad.a.b.ꝛ.c.f.ad a.h.ꝛ.g.c.ad.a.k.ꝓportio vna : dehinc a tribꝰ punctis.b.h.k.ꝓtrahanť sex linee b.l.equidistans linee.a.h.ꝛ.b.m.equidistans linee.a.k.iteꝝ.b.l.equidistās linee a.b.ꝛ.b.n.equidistans linee.a.k.rursus quoqȝ.k.n.equidistans.a.b.ꝛ.k.m. equidistans.a.h.amplius aūt ꝓtrahanť.m.p.equidistans.b.l.ꝛ.p.l.equidistans.h.m ꝓtrahať quoqȝ ꝛ linea.p.n .eritqȝ cōpletū solidū ꝑalellogramū.a.p. quod dico eē simile solido.c.d.hoc aūt ex dione siťium supficieꝝ ꝛ dione siťium corpoꝝ si earum memineris facile cōcludes.

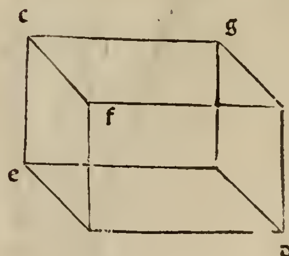
Propositio .28.

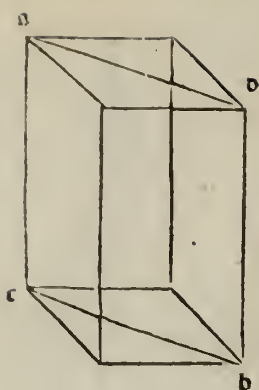
SI supficies aliqua solidū ꝑalellogramū sup duas quaslibȝ oppositas supficies eius terminales ꝛ sup eaꝝ duas diametros secet eādē supficiē corpꝰ illud ꝑ equalia secare necesse est. ¶ Sit corpus.a.b.solidū ꝑalellogramū de quo sit positum ꝙ supficies.a.b.c.d.secet ipsū sup diametros duaꝝ superficierū oppositaꝝ ipsū solidū terminātiū q̄ sint .a. d.ꝛ.c.b .dico ꝙ ipsa diuidit istud soliduȝ



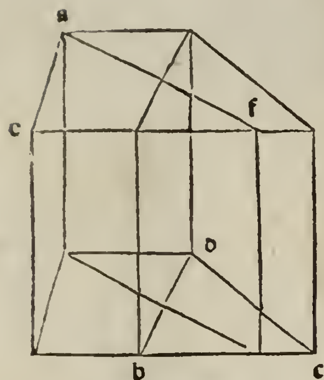




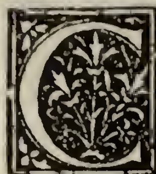




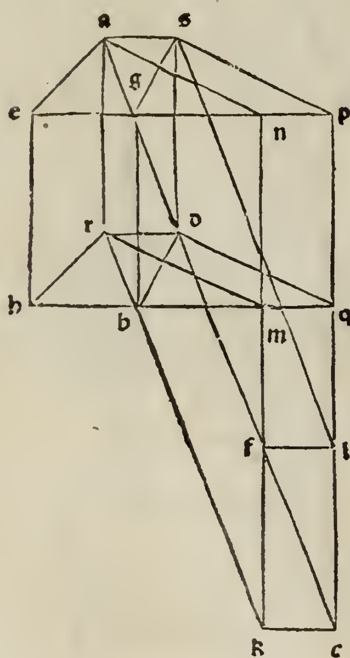
ꝑpositū per equalia. cōstat enī ꝙ ipa diuidit illud solidū in duo seratilia quoꝝ sup ficies quadrilateras binas ꝛ binas ad inuicē relatas scḋm ꝙ ipse sunt opposita la/tera solidi ꝑpositi manifestū ē ex. 24. hui⁹ eē equales cū solidum de quo loquimur positū sit esse palellogramū: ex eadē quoqꝫ ꝛ. 41. primi cōstat trilateras supficies dictoꝝ seratiliū esse equales: igiť a diōne solidoꝝ equaliū liquet quod propositum est



Propositio .29.



Uncta solida equidistantium superficieꝝ eque alta atqꝫ ī eadē basi sup vnā lineā constituta probantur esse equalia. ℭ Uelꝫ ē ꝙ solida equidistantiū lateꝝ eque alta siue iter supficies eq̄distantes super vnā ꝛ eādē basim cōstituta sunt adinuicē equalia si/cut de superficiebus equidistantiū lateꝝ super vnā basim ꝛ inter lineas equidistantes ꝯstitutis ut in. 35. primi demonstratū est. sed talium solidoꝝ quedā dicunť constitui super lineā vnā ꝛ sunt illa quoꝝ suppremaꝝ supficieꝝ duo op/posita latera sunt ꝭm rectitudinē ꝓtracta linea vna: ꝛ de talibus hec. 29. proponit demonstrandū ipsa oīa esse equalia adinuicem. sunt aūt coꝝ alia que nō dicuntur cōstituta super lineā vnā ꝛ sunt illa quoꝝ suppremaꝝ superficieꝝ duo latera oppo sita quecūqꝫ sumanť ꝭm rectitudinē ꝓtracta nō sunt linea vna ꝛ de talib⁹ sequens demonstrandū ꝑponet ipsa quoqꝫ oīa eē adinuicē equalia. Sint itaqꝫ duo solida palellograma eque alta siue inter supficies equidistantes. a. b. ꝛ. a. c. cōstituta sup vnā basim que sit. a. d. quoꝝ suppreme supficies sint. e. b. ꝛ. f. c. Sintqꝫ haꝝ supp̄/maꝝ supficieꝝ duo latera opposita cū scḋm rectitudinē ꝓtrahanť linea vna ꝛ ipsa sunt. c. f. ꝛ. b. e. dico itaqꝫ ꝙ solida. a. b. ꝛ. a. c. sunt equalia: hoc aūt si figurā ei⁹ ꝭm ꝙ oportet actu vel cogitatione fabricaueris ꝛ quēadmodū in. 35. primi processeris idem faciens hic de seratilibus qḋ ibi de triangulis facile cōcludere poteris occur/runtqꝫ tibi hic eedem diuersitates in solidis que ibi in supficieb⁹ occurrisse nouisti

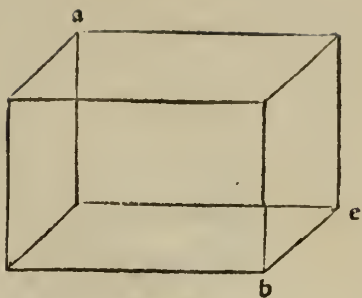


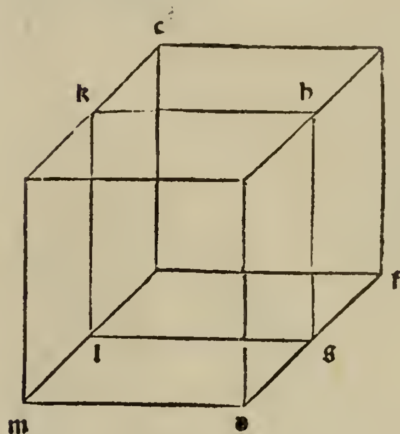
Propositio .30.



Uncta solida equidistantiū supficieꝝ eque alta que ī eadē basi nō aūt sup lineā vnā fuerint ꝯstituta ꝑbanť esse eq̄lia. ℭ Sint nūc duo solida palellograma eque alta siue inter supficies eq̄distantes sintqꝫ sup vnā ꝛ eādē basim sed nō sup lineā vnā ꝯstituta: dico iteꝝ ea eē equalia. Esto eni duo solida palellograma. a. b. ꝛ. a. c. eque alta siue inter supficies equidistātes ꝯstituta sup vnā basim que sit. a. d. sꝫ nō super vnā lineā: sintqꝫ eoꝝ suppreme supficies. e. b. ꝛ. f. c. quaꝝ opposita latera ꝭm rectitudinē ꝓtracta nō erūt linea vna. cūqꝫ ipsa ex ypothesi sint i vna superficie eo ꝙ solida proposita sunt inter superficies equidistnates: necesse ē vt duo latera vnius earum ꝓtracta scḋm rectitudinē secet duo alterius eaꝝ ꝓtracta scḋm rectitudi/nē: protrahāť itaqꝫ duo opposita latera superficiei. e. b. que sint. e. g. ꝛ. h. b. ꝛ duo opposita superficiei. f. c. que sint. k. f. ꝛ. c. l. ꝛ secent se sup quatuor pūcta. m. n. p. q eritqꝫ superficies. m. n. p. q. equidistantiū lateꝝ equalis vnicuiqꝫ triū superficierū. quaꝝ vna ē basis ꝑpositis solidis cōis ꝛ ipsa ē. a. d. ꝛ due relique sūt suppreme su/perficies eorundē solidoꝝ ꝛ ipse sunt. e. b. ꝛ. c. f. ductis itaqꝫ lineis a quatuor pun/ctis. m. n. p. q. ad quatuor angulos basis. a. d. sibi scḋm directā habitudinē relatos/ q̄ sit. n. a. m. r. p. s. q. d. perfectū erit solidū paralellogramū. a. q. ī eadē basi cū vtroqꝫ duoꝝ prioꝝ ꝛ eque altū ꝛ sup lineā vnā cū vtroqꝫ ipsoꝝ: per premissaꝫ igiť vtrū/libꝫ duoꝝ solidoꝝ ꝑpositoꝝ que sūt. a. b. ꝛ. a. c. ē equale solido. a. q. ꝑ ꝯceptionem

due bases suis altitudinib⁹ mutue ipsa solida sibi inuicē equalia esse necesse est. ¶ Quorumq3 sint duo solida equidistantiū superficiez equalia eoz bases ꝛ altitudines necesse est esse mutekesias ꝛ econuerso queadmodū de superficiebus equidistantiū latez equiangulis. 13. sexti ꝑposuit. Attamē hac. 34. istud demōstrandū proponitur de illis solidis palellogramis in quibus linee altitudinum suis basib⁹ palellogramis orthogonaliter insistūt. ea vero que sequit̄ ꝑponit idē de ceteris. Sint ergo nūc duo solida palellograma. a.b.ꝛ. c.d. equalia quoz bases sint a.e.ꝛ.c.f. lineeq3 altitudinū ipsoz sint super has bases orthogonaliter erecte ꝛ sit altitudo solidi. a.b. linea. c.b. ꝛ solidi. c.d. linea. f.d. si igitur fuerint due linee. e.b. ꝛ.f.d. determinantes ipsoz solidoz altitudines equales adinuicē: cum ipsa quoq3 solida sint ex ypothesi equalia. erunt ex cōuersa. 31. bases eoz que sunt. a.e.ꝛ.c.f. eq̄les. ideoq3 bases ꝛ altitudines erunt mutue: sicq3 cōstabit ꝑpositi prima ps. ꝛ ecōuerso cōstabit scd̄a vt si altitudines ꝛ bases sint mutue: ponant̄ altitudines equales erūt quoq3 bases equales. ideoq3 p. 31. ꝛ solida equalia ꝛ sic cōstat secunda ps. At vero si linee. c.b.ꝛ.f.d. nō fuerint equales sit. f.d. maior ꝛ ex ea resecet̄. f.g. ad equalitatē. c.b. tribusq3 ceteris lineis que sunt altitudinis solidi. c.d. ad eādē mensurā in punctis. b.k.l. resecatis perficiat̄ solidū palellogramū. c.g. eque altū solido a.b. eritq3 ex premissa. a.b. ad. c.g. sicut. a.e. ad. c.f. cū itaq3. c.d. sit equale. a.b erit ex prima pte. 7. quinti. c.d. ad. c.g. sicut. a.e. ad. c.f. p premissā aūt ē ꝑportio. c.d. ad. c.g. sicut. m.f. ad. f.l. qd̄ p3 si vna ex lateralib⁹ supficieb⁹ solidi. c.d. ꝛ ipsa sit. f.m. intelligat̄ basis ipsi⁹. at per primā sexti. f.m. ad. f.l. sicut. d.f. ad. f.g. ideoq3 per 7. quinti. sicut. d.f. ad. b.e. igit̄. a.e. ad. c.f. sicut. d.f. ad. b.e. cōstat itaq3 prima ps. Scd̄am ptē cū sit cōuersa prime cōuerso mō ꝑbabis: sit eni eadē dispositione manente ꝑportio. a.e. ad. c.f. sicut. d.f. ad. e.b. dico tunc solida. a.b.ꝛ.c.d. eē equalia: erit eni ex. 7. quinti. d.f. ad. f.g. sicut. a.e. ad. c.f. sed ex p̄missa ē. a.b. ad. c.g. sicut a.e. ad. c.f. igit̄ ē a.b. ad. c.g. sicut. d.f. ad. f.g. ex prima aūt sexti ē. d.f. ad. f.g. sicut m.f. ad. f.l. ꝛ ex p̄missa. c.d. ad. c.g. sicut. m.f. ad. f.l. itaq3. c.d. ad. c.g. sicut. a.b. ad. c.g. igit̄ ex. 9. 5. a.b.ꝛ.c.d. sūt eq̄lia: qd̄ ē propositū.





Propositio .35.

Si duo solida equidistantiū terminoz fuerint equalia eoz bases eorūdē altitudinibus erūt mutue Si vero bases sue altitudinibus suis mutue fuerint quelibet duo corpa equidistantium superficierum probātur esse equalia.

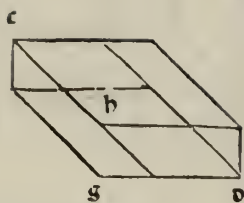
¶ Qd̄ premissa ꝑposuit de solidis palellogramis quoz linee altitudinū super bases suas orthogonaliter exurgunt. hec. 35. ꝑponit indistincte de omnibus: demōstrare aūt cōuenit hāc ex premissa queadmodū demonstrauim⁹. 32. ꝛ 33. Fabricatis eni duobus solidis equidistantiū laterū quibuscūq3 si linee altitudinū suis basibus orthogonaliter insistunt: cōstat vez esse qd̄ dicit̄ ex p̄missa. Sin autē a quatuor angularib⁹ punctis supprema z supficiez in vtroq3 solido quaterne linee demittant̄ perpendiculariter ad bases vel a punctis angularibus infimarum supficiez quaterne erigant̄: īter quas duo solida palellograma pficiant̄ eque alta solidis prioribus. eruntq3 ex. 29. ꝛ. 30. hec duo solida duobus prioribus solidis equalia. cum igitur horum ꝛ eorū sint eedē bases ꝛ eedē altitudines: sit aūt ex premissa de posterioribus verum est quod hec. 35. proponit verum erit idē etiā de prioribus

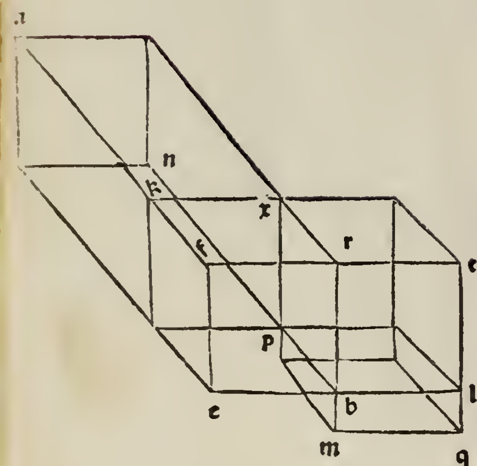
Propositio .36.



SI duo solida equidistantium superficierum fuerit similia proportio erit vtriusqȝ ad alterū tanqȝ cuiuslibet sui lateris ad suum relatiuum latus alterius ꝓportio triplicata.

❡Sint eni duo solida .a.b.⁊.c.d.paralellograma ⁊ silia: dico ꝙ ꝓportio vnius coꝝ ad alteꝝ ē sicut vnius lateris eius ad vnū latus alteri⁹ qḋ sibi referṫ ꝓportio triplicata: quēadmodū duaꝝ supficieꝝ siliū ꝓportio est sicut suoꝝ relatiuoꝝ lateꝝ ꝓportio duplicata ut in.18.sexti demonstratū ē. nā si solida.a.b.⁊.c.d.fuerint equalia cū ipsa ponanṫ silia erunt ex diffinitionib⁹ siliū corporū ⁊ similiū supficieꝝ cuncta latera vnius equalia suis relatiuis lateribus alteri⁹ ideoqȝ cū duaꝝ quantitatum equaliū ꝓportio triplicata aut quotcunqȝ libet sumpta nō efficiat nisi equalitatis ꝓportionē: constat in hoc casu veꝝ ēē qḋ proponiṫ. Si autē inequalia: sit.a.b.maius cuius longitudo sit.b.c.latitudo. e.f.altitudo. f.a. basis.e.r.⁊ suprema superficies.a.n.Solidi vero.c.d.sit longitudo.d.g.latitudo g.h.altitudo.h.c.cōstat itaqȝ ex dione similiū corpoꝝ ⁊ ex diffinitione similiū supficierū ⁊ p̄senti ypothesi ꝙ ꝓportio.a.f.ad.c.h.⁊.f.e.ad.h.g.⁊.e.b.ad.g.d.sit ꝓportio vna.sumaṫ igiṫ ex linea.a.f.quā manifestū ē ēē maiorē.c.h.linea. f.k.equalis.h.c.ceteręqȝ tres determinantes altitudinem solidi.a.b.resecentur ad equalitatem eius ⁊ inter eas cōpleatur solidū paralellogramū k.b.eque altū solido.c.d.⁊ ꝓtrahanṫ due linee basis.e.b.vsqȝ ad.l.⁊.r.b.vsqȝ ad.m.sitqȝ.b.l.equalis.g.d.⁊.b m.equalis.h.g.⁊ perficiaṫ supficies equidistantiū laterū.m.l.que erit equalis ⁊ similis.h.d.sup eā igiṫ erigaṫ solidū paralellogramū .p.q.ꝑm altitudinē p̄scisam ex altitudine solidi.a.b.eritqȝ.p.q.equale ⁊ sile solido.c.d.rursusqȝ inter lineas.t.b. ⁊.b.l.pficiaṫ superficies equidistantium laterum.b.t.sup quā quoqȝ erigatur solidū paralellogramū.x.l.eque altū vtriqȝ duoꝝ solidoꝝ.k.b.⁊.p.q.replendo alterutrum duoꝝ anguloꝝ hyantium inter ea: cū aūt duo solida.a.b.p.q.sint silia eo ꝙ ābo posita sint silia solido.c. d.corpa vero vni ⁊ eidē corpori silia iter se sunt silia vt pȝ ex dione siliū corpoꝝ ⁊.20.sexti manifestum ē ex.25.ter assumpta ꝙ inter duo solida.a.b.⁊.p.q.ꝑm continuā ꝓportionalitatē cadunt duo solida. k.b.⁊.x.l. opportune ergo cōstituta vel constructa figura: ypotesibusqȝ memorie firme commendatis ex prima sexti facile ꝯcludes proposituꝫ. Excute torporē ⁊ diligenter attēde sciesqȝ ex.25.huius ꝓportionē solidi.a.b.ad solidū.k.b.ēē sicut supficiei .a.r. ad superficiē.k.r.ideoqȝ ex prima sexti sicut linee.a.f.ad lineā.k.f.⁊ ꝓportionē solidi.k.b.ad solidū.x.l.sicut supficiei.k.r.ad supficiē. x.t.ideoqȝ sicut linee.f.r. ad lineam.r.t.⁊ ꝓportionē solidi.x.l.ad solidū.p.q.sicut superficiei.r.l.ad supficiē. l.m. ideoqȝ sicut linee.r.b.ad lineā.b.m.Ex ypothesi vero liquet ꝙ ꝓportio linee.f.r. ad lineā.r.t.⁊ linee.r.b.ad lineā.b.m.ē sicut linee.a.f.ad lineā.k.f.itaqȝ ex dione ꝓportionis triplicate posita in ꝓhemio quinti: cōstat ꝙ ꝓportio solidi.a.b.ad solidum.p.q.ideoqȝ etiā ad solidū.c.d.ē sicut linee.a.f.ad lineam.k.f.triplicata ⁊ q̄r linea.k.f.posita est equalis linee.c.h.pȝ veꝝ esse quod dicitur. ❡Scire aūt oportet ꝙ quicquid ꝑ hanc.36.⁊ ꝑ.7.eā cōtinue precedentes demonstratū ē de solidis paralellogramis.idē quoqȝ veꝝ ē de seratilibus quoꝝ bases cōiter sunt trigone aut communiter tetragone.hoc aūt ex.28.⁊ hac.36.⁊.7.eā cōtinue precedentibus cōstabit ingenioso inspectori.Si eni fuerint seratilia quelibet eque alta sup eandē basim vel sup bases equales cōiter tn̄ trigonas aut cōiter tetragonas cum ipsa sint dimidia solidoꝝ paralellogramorum suarum altitudinū ex.28.ipsa erūt equalia ex.29.⁊ trib⁹





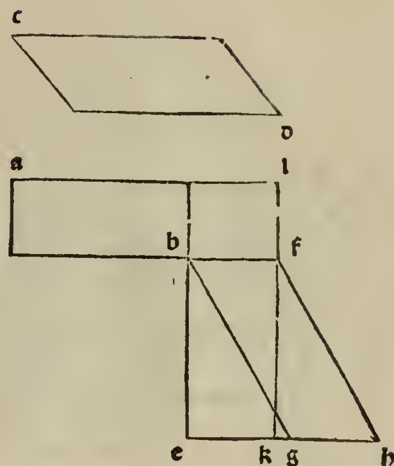
ergo est solidū.a.b.eq̄le solido.a.c.q̄re constat ꝓpositū. ¶ Potes quoq; conuersas huius ꝛ premisse ꝓbare si libet ducendo ad impossibile: pones enī quelibet duo solida paralellograma eē eq̄lia ꝛ ꝯstituta super eandē basim equidistātia ꝛ demōstrabis ea eē eque alta. Erūtq; hec ꝛ premissa tuc demōstrationis mediū: impossibile aūt ad quod duces erit: partē suo toti esse equalē: qd euidenter patebit si de illo solido qd altius eē mentit̄ aduersarius cū tñ ambo posita sint equalia ꝛ sup eandē basim cōstituta vnū solidū paralellogramū eque altū demissiori absciderīs: hoc autē abscisum equale esse demissiori cōuinces ex hac ꝛ premissa. ideoq; ꝛ toti illi a quo ipsum absciderīs ex cōi scīa.

Propositio .31.



Solida equidistantiū supficierū in basibus equis cōstituta si fuerint eque alta linee q; eius angulares supra bases orthogonaliter steterint erunt equalia.

¶ Et hoc quoq; verū ē q̄ oīa solida paralellograma in equis basib⁹ atq; inter superficies equidistantes siue eque alta constituta sunt ad inuicē equalia sicut de superficieb⁹ equidistantiū laterū super equales bases ꝛ inter lineas equidistātes constitutis in.36.primi probatū ē. At taliū solidorū alia sūt quorū angulares linee super suas bases orthogonaliter erigunt̄ de quib⁹ hec.31.ꝓponit demōstrandū esse ea eē equalia. Alia vero sunt quorū angulares linee super suas bases nō sunt orthogonaliter erecte: de quibus seq̄ns demōstrādū proponit ea eē equalia: intelligant̄ itaq; super duas bases.a.b.ꝛ.c.d. que sint equales ꝛ equidistantiū laterū nō tñ vnius creationis. sed sit.a.b. tetragonus longus.ꝛ.c.d. simile helmuaym duo solida equidistantiū laterū cōstituta eque alta sintq; linee erecte super angulos ꝓpositarū basiū ppendiculares ad ipsas. dico hec duo solida ad inuicē esse equalia protrahant̄ itaq; duo latera basis.a.b.ꝛ sint illa que cōtinēt angulum.b. vsq; ad.f.ꝛ.e.ꝛ fiat angulus.f.b.g. equalis angulo.c. basis.c.d. ꝛ sumāt̄ due linee.b.f.ꝛ.b.g. equales duobus lateribus basis.c.d. que cōtinent angulū.c.ꝛ perficiat̄ superficies equidistantium laterum.b.h. que erit equalis ꝛ sīlis basi.c.d. dehinc ꝓtrahat̄.h.e. equidistans.b.f.ꝛ.f.k. equidistans.b.e. eritq; quadrilatera superficies.b.k. equidistantiū laterū equalis.b.h.ex.35.primi: cūq;.b.h. sit equalis.c.d. erit per cōceptionē.b.k. equalis.a.b. Cōpleat̄ itaq; superficies equidistantium laterum.b.l. protracta linea.k.f. quousq; cōcurrat cū vno ex lateribus continentibus angulū.a. in puncto.l. age ergo super tres superficies equidistantiū laterum que sunt.b.h.b.k.b.l. cōstituātur eque alta solida solido cōstituto super basim a.b. sintq; linee omniū solidorū istorum erecte super bases perpendiculares ad ipsas ꝛ appellentur bases ꝛ solida super eas cōstituta eisdē nominibus: manifestum est ergo ex diffinitione solidorū equalium atq; similium q̄ duo solida.b.h.ꝛ.c.d. equalia atq; similia sunt: de solidis aūt.b.h.ꝛ.b.k. constat ex.29. q̄ ipsa sūt equalia: sunt enī eque alta ꝛ cōstituta super vnā ꝛ eandē basim ꝛ ipsa ē superficies erecta super lineā.b.f.ꝛ super lineā vnā: ē aūt p.25. proportio solidi.a.b. ad solidum b.l. sicut basis.a.b. ad basim.b.l.ꝛ per eandem solidi.b.k. ad solidum.b.l. sicut basis.b.k. ad basim.b.l. cumq; sit vtriusq; duarum basium.a b.ꝛ.b.k. ad basim.b.l. vna proportio: ex prima parte.7. quinti erit vtriusq; duorū solidorum.a.b.ꝛ.b.k. ad solidum .b.l. proportio vna igitur ex prima parte noni quinti erunt duo solida.a.b.ꝛ.b.k. equalia: at quia solidū.b.k. est equale solido.b.h. solidūq;.b.h. solido.c.d. sequit̄ ex cōi scīa solidum.a.b. eē eq̄le solido.c.d. quod est propositum.



Propositio .32.

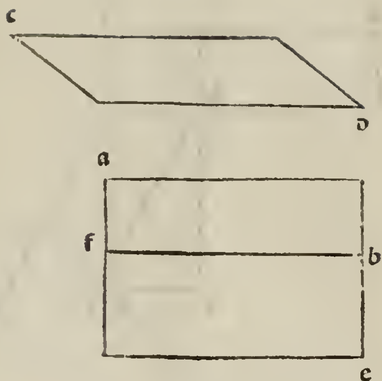


I solida equidistantiū superficierū in equis basibus con/stituta eque alta fuerint linee autē angulares supra bases orthogonaliter nō steterint: ipsa eē equalia necesse est. ¶ Fabricatis duob⁹ corporibus vt proponitur videlicet q̄ sint equidistantiū terminorū et eque alta et sup bases equas perpendiculariter nō aūt super bases suas erecta sed ambo super eas inclinata. Si autem a quatuor angulis suppremarū superficierū ipsorū ad bases suas perpēdiculares ducantur q̄ ex 6. erūt singulares equidistantes et etiā ex ypothesi singule singulis equales ipse enī solidorū ppositorū altitudinē diffiniunt: et si inter eas solida equidistantiū laterum pficiant' constabit ex premissa hec duo solida vltimo constituta esse adinuicē equalia. Cumqȝ duorū priorū et duorū posteriorū sint eedem bases videlicet eorū superficies suppreme: constat ex.29.vel.30.et hac cōmuni sciētia: quecūqȝ equalibus sūt equalia sibi inuicē sunt equalia verū esse qd̄ ppositū est. Ex his potes cōuersas huius et premisse eisdē mediantib⁹ indirecte demōstrare si libet eodē mō et ad idē icōueniēs sicut in cōuersis duarū istarum antecedentiū deducēdo: pones eni duo solida paralellograma eē equalia et sup equales bases et cōuinces ea esse eque alta vel pones ea eē eque alta et eq̄lia et cōuinces ea eē sup bases eq̄les.

Propositio .33.



OMnia solida equidistātiū superficierū eque alta suis basibus sunt proportionalia. ¶ Sint duo solida equidistātiū superficierū eque alta cōstituta super duas bases. a.b. et.c.d. dico q̄ pportio illorū duorū solidorum vnius ad alterum est sicut pportio suarū basium que sūt.a.b. et.c.d. vni⁹ ad alterā. Cōstat quidē ex.24. vtrāqȝ barū duarū basiū esse equidistantiū laterū: duo igitur latera opposita et equidistātia in superficie.a.b. ptrahant' et inter ea fiat superficies equidistantiū laterūȝ que sit.f.e. equalis.c.d. dehinc supra supficiem.f.e. cōpleatur solidum palellogramum eque altū ei qd̄ cōstitutū est sup basim.a.b. sitqȝ amborū cōis terminus illa supficies que exurgit sup lineā.b.f. hec aūt solida et sue bases eisdem nuncupent' nominibus. qr igit' basis.f.e.ē equalis basi.c.d. erit ex.31.vel.32. solidū.f.e. equale solido.c d. At qr totale solidū.a.e. secat superficies exurgens super lineā. b.f. equidistanter duobus lateribus oppositis: erit ex.25. pportio solidi.f.e. ad solidū.a.b. sicut basis.f.e. ad basim.a.b. cumqȝ sint.c.d. et.f.e. tam bases q̄ȝ solida equalia: bases quidē ex ypothesi: solida autē ex.31.vel.32. Sequitur ex.7. quinti bis assumpta semel p basibus et semel p solidis q̄ solidorū.a.b. et.c.d. basiumqȝ.a.b. et.c. d. sit pportio vna qd̄ demōstrare volumus: huius quoqȝ ɔuersam eadē ipsa mediāte demōstrare queadmodū ɔuersas precedentiū nō ē difficile. pones eni duo solida paralellograma eē suis basibus pportionalia et ɔuinces ea eē eque alta abscisoqȝ ab eo qd̄ alti⁹ mētiet' aduersari⁹ vno solido palellogramo eque alto demissiori erūt absciſū et demissi⁹ suis basib⁹ pportionalia ex ypothesi et ex hac.33. cūqȝ etiā eēnt totale alti⁹ a quo ptiale abscidisti et ipsū demissi⁹ eisdē basib⁹ pportionalia ex ypothesi sequit' ex p̄ma pte.9. quinti totale qd̄ aduersari⁹ dicit alti⁹ et ptiale qd̄ ab eo abscidisti esse equalia.

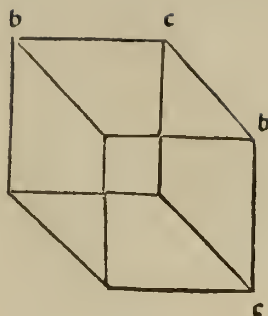


Propositio .34.



I duo solida equdistantiū superficierū lineis altitudinum super bases orthogonaliter erectis fuerint equalia eorūȝ bases eorūdē altitudinibus mutuas esse. Si vero fuerint

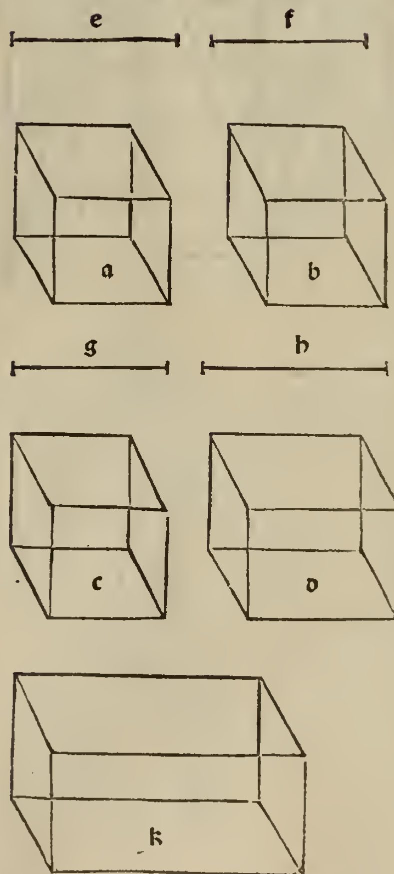
quadrilaterę oēs anguli sunt equales quatuor rectis ex.32.primi: necesse ē duos reliquos vnius esse equales duobus reliquis sue relatiue. cumq3 ipsi duo reliqui in qualibet sint etiā adinuicē equales cōuincitur necessario vt vnāq3 ex supficiebus solidi.a.d.sit equiangula sue relatiue i solido.b.c.quare ex scōa ptē.13.sexti bases duo⁊ solido⁊ ppositor⁊ erunt eq̄les.sūt eni equiangule ⁊ laterū mutuo⁊. Si itaq3 linee altitudinū super bases ipso⁊ orthogonaliter insistunt constat ex.31.ipsa esse equalia.cū eni hee linee sint equales ⁊ ipse determinent altitudinē solido⁊ erunt solida eque alta. At si linee altitudinū ipso⁊ nō insistunt suis basibus orthogonaliter ab ipsa⁊ sūmitatibus ad bases perpendicularibus demissis erunt ex pmissa hee ppendiculares adinuicē equales ipse eni erūt sicut erant ⁊ in premisse demonstrationis figura due linee.p.q.⁊.l.n.quas demōstrauimus oportere eē equales. Quia igit̄ omniū solido⁊ altitudo ex ppendicularibus a sūmitatib⁹ ipso⁊ ad suas bases descēdētib⁹ diffinit̄ erūt ex.32.duo solida.a.d.⁊.c.b.equalia. Cōuersa quoq3 huius possumus si delectat cōuerso mō pbare vt si palellogramū corpus. a.d. sit equale ⁊ equiangulū corpori palellogramo.b.c.⁊ corpus.b.c.cōtineat̄ a media triū linearū cōtinentiū corpus.a.d.erunt tres linee cōtinētes corpus.a.b. cōtinue pportionales.cū eni duo solida palellograma.a.d.⁊.c.b.sint equalia ⁊ eque alta ex ypothesi ipsa erūt super bases equales p cōuersas.31.⁊.32.⁊ qr ipse bases eorū sunt equiangule sequit̄ ex prima ptē.13.sexti q ipse sunt mutuorū laterū itaq3 proportio.a.b.ad.b.c.sicut.b.c.ad.c.d.quare cōstat propositum.



Propositio .39.

Si fuerint quotlibet linee pportionales solida quoq3 sua equidistantium atq3 similium vniuscuiusq3 creationis superficie⁊ erūt pportionalia.si vero solida equidistantiū atq3 siliū vniuscuiusq3 creatiōis supficie⁊ fuerint pportionalia linee quoq3 a quibus ipsa solida continent̄ erunt pportionales. Sil'e pponit vigesima prima sexti de superficiebus.

Sint eni.4.linee.a.b.⁊.c.d.pportiōales ⁊ sup has fabricent̄ quatuor solida palellograma eisdē noibus dicta q̄ sint expsse silia.duobus eni ad libitū fabricatis super duas lineas.a.⁊.c.cetera sm̄ pcepta.27.cōstituenda erūt.dico hec.4. solida eē pportionalia ⁊ eccōuerso.subiungant̄ eni duabus lineis.a.⁊.b.in continua pportione due:q̄ sunt.e.⁊.f.quēadmodū docet.10.sexti ex duabus lineis.c.⁊.d.alie due que sint.g.⁊.h.constat igit̄ ex.36. et ex diffinitione pportionis triplicate que posita ē in principio quinti ⁊ ex hac ypothesi q solida.a.⁊.b.sibi inuicem ⁊ solida.c.⁊.d.sibi adiuicē sunt expresse sil'ia q pportio solidi.a.ad solidū.b.ē sicut pportio linee.a.ad lineā.f.solidi quoq3.c.ad solidū.d.sicut linee.c.ad lineā.h.⁊ quia p.22. quinti proportio linee.a.ad lineā.f.est sicut linee.c.ad lineā.h.erit ex.11.quinti solidū.a.ad solidū.b.sicut solidū.c.ad solidū.d.pstat igitur prima pars. Secunda sic sint duo solida.a.⁊.b.sibi adinuicē duoq3 que sint.c.⁊.d.sibi adinuicē expresse similia.Sintq3 cuncta paleleograma ⁊ ponāt̄ pportionalia.dico q linee.a.b.⁊.c.d. sup q̄s sūt pstituta sūt pportiōales .sit eni ex.10 .sexti sicut linea.a.ad lineā.b.ita linea.c.ad lineā.k.⁊ fiat sm̄.27.h⁹ sup lineā.k.solidū expsse sil'e solido.d. qđ etia3 dicat̄.k.eritq3 ex diffinitionib⁹ siliu3 corporū ⁊ siliu3 supficie⁊ ⁊.20. sexti corp⁹.k. expsse sil'e corpi.c.iōq3 p primā ptē huius.39.iā pbata3 erit pportio solidi.a. ad solidum.b.sicut solidi.c.ad solidum.k. ⁊ quia eadem erat solidi. c.ad solidum .d.



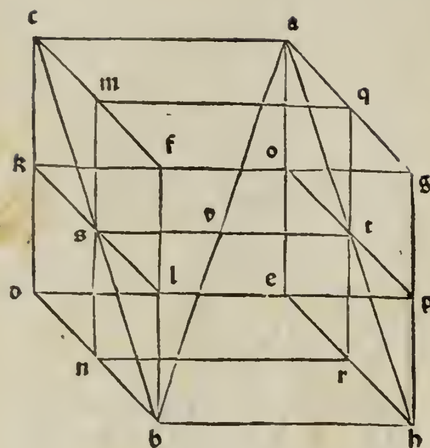
erit ex secunda parte noni quinti solidum. k.equale solido. d.cumq3 esset sibi ex/ presse simi le sequitur lineam. k. esse equalem linee .d. Equalitas enim non pro/ ducitur ex aliqua proportione triplicata vel quotienslibet sumpta nisi ex equali: igit ex scda pte.7.quinti constat etiã h⁹mõi ps scda.decipis aũt si arbitraris opor tere vnũqdq3 quatuor solidoꝝ.a.b.c.d.eẽ silẽ cuilibet alioꝝ:necesse ẽ eni duo so/ lida.a.z.b.sibi adinuicem.itẽq3 duo.c.z.d.sibi adinuicẽ eẽ similia:solida aũt.c.z d.solidis.a.z.b.esse similia contingens est:necessariũ autẽ nõ. Jdẽ ex hac.39.de feratilib⁹ facile poteris concludere.

Propositio .40.



SJ inscisa fuerint latera duaꝝ oppositaꝝ supficierum cubi vnũ quodq3 in duo media:exierintq3 a punctis sectionum due supficies se vicissim secantes z cubum cõem eaꝝ sectio nẽ diametrum cubi per equalia secare z ab ipsa diametro versauice per equalia secare necesse est.

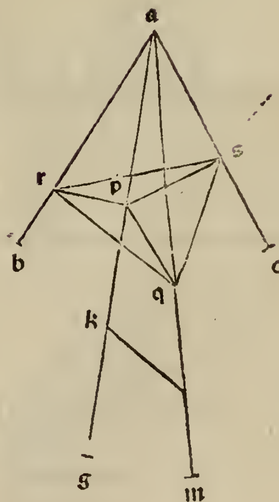
¶ Statue cubũ qui sit.a.b.de quo constat per dionem ꝙ omnes linee ipsũ conti/ nentes sint equales z ei⁹ superficies rectangule:tale eni:corpus cubũ dicim⁹:hui⁹ igit basis sit superficies.a.c.d.e.supficies vero eius supprema.b.f.g.h .dextra ve ro eius superficies sit.a.e.g.h.sinistra aũt superficies sit.b.f.c.d.citerior quoq3 sit d.e.b.h.sed vlterior.a.c.g.f.eiusq3 diameter sit.a.b.diuidant itaq3 oia latera dua rũ quarũlibet supficieꝝ oppositaꝝ ei⁹ per equalia:z sint nũc supficies quaꝝ latera diuidãt dextra atq3 sinistra: diuidant inquã quatuor latera:dextre quidẽ sup qua/ tuor puncta que sunt.o.p.q.r.sinistre vero super quatuor que sint.k.l.m. n.z piũ gant puncta in his superficiebus opposita ductis lineis.o.p.z. q.r. que secent se i puncto.t.itemq3.k.l.z.m.n.que secent se in puncto.s.z perficiantur due superfi/ cies secãtes se inuicẽ z cubũ: ꝓtractis itẽ lineis.o.k.z.p.l.q.m.z.r.n.sitq3 haꝝ du arũ superficieꝝ cõis sectio linea.s.t.dico igit ꝙ linea.s.t. diuidit diametꝝ.a. b.et diuidit ab eadẽ diametro p eq̃lia:qd p3 vtraq3 eni eaꝝ transit p centꝝ cubi. ¶ Alr vero ꝯuenit qd ꝓpositũ ẽ demõstrare ꝓducant eni due linee.t.a.z.t.b.z item due s.c.s.b.eritq3 ex.4.pmi.a.t.equalis.t.b.z.s.c. equalis.s.b.cõstat aũt ex prima pte 29.primi:ꝙ angulus.p.t.q.ẽ equalis angulo.a.q.t.z ex.4.primi angulus.b. t.p. ẽ equalis angulo.t.a.q.itaq3 ex.32.primi totus angulus. b.t.q. cũ angulo. q.t.a. valet duos rectos quare ex. 14.primi linea.a.b.erit linea vna:silr quoq3 linea.a.b. erit linea vna At qr ex.9:h⁹ linea.a.c.ẽ equidistans linee.b.h.vtraq3 eni ẽ equidi stãs linee.d.e.cũq3 ipse sint equales qr latera cubi:sequit ex.33.primi duas lineas a.b.z.c.b.esse equales z equidistãtes.ideoq3 p cõceptionẽ eaꝝ medietates que sũt a.t.z.b.s.erunt equales:ex.7.aũt huius manifestũ ẽ ꝙ linea.s.c.ẽ i superficie dua rũ lineaꝝ.a.b.z.b.c.z ex eadẽ linea.a.b.que est diameter cubi.ẽ etiã diameter sup ficiei paralellograme.a.c.b.h.itaq3 linea.s.t.secat diametrũ.a.b.secet ergo ipsam i pũcto. u.dico ergo lineã.s.u.esse equalẽ linee.u.t.z linea etiã.a.u.linee.u.b.intel ligantur duo trianguli.a.t.u.b.s.u.quorũ anguli qui sunt ad.t. z.s. sunt equales adinuicem:similiter anguli eorũdem qui sũt ad.a.z.b.equales adinuicem ex pma parte.29.primi: ꝓpter id ꝙ linea.a.t.equidistat linee.s.b.z quia etiã ipse sũt adi/ uicẽ equales: sequit ex.26.primi ꝙ ꝓpositũ ẽ. ¶ Jdẽ quoq3 eodẽ mõ cõcludat z si solidum.a.b.nõ sit cubus sed solidũ corpus palellogramũ siue equalibus lineis si/ ue nõ equalib⁹ cõtentũ fuerit siue quoq3 sup basim orthogonaliter erectũ siue etiã

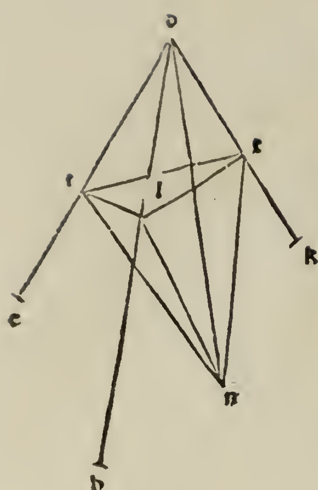


cā sequētibus: ex his eni constat solida paralellograma ipsis seratilibus dupla eē equalia. Silr quoqȝ si fuerint duo seratilia sup bases cōiter trigonas aut cōiter tetragonas eque alta ipsa erunt suis basibus proportionalia quēadmodū de solidis paralellogramis ex. 33. habet ipsa eni sunt ex. 28. dimidia solidoꝝ palellogramorum sue altitudinis: solidoꝝ aūt palellogramoꝝ sue altitudinis eorūqȝ basiū ē vna proportio ex. 33. cum itaqȝ sit solidoꝝ paralellogramoꝝ proportio sicut seratiliū qꝛ sicut simplū ad simplū sic duplū ad duplū ex. 15. quinti atqȝ basiū solidoꝝ paralellogramoꝝ ē proportio sicut basiū seratiliū: aut eni eedē erūt bases seratiliū ꝛ solidorum paralellogramoꝝ: ꝛ hoc quidē erit cū bases seratiliū fuerit tetragone tunc enim ex seratilibus super easdē bases erūt solida palellograma cōplenda: aut bases seratilium erūt subduple ad bases solidoꝝ palellogramoꝝ: ꝛ hoc quidē erit cū bases seratilium fuerint cōmuniter trigone: tunc eni erunt ex seratilibus solida palellograma cōplenda adiunctis ad bases seratiliū superficiebus trigonis vt fiant bases seratiliū cū trigonis adiūctis supficiebꝰ: supficies eqdistātiū laterū. seqt ut sit proportio seratiliū sicut suaꝝ basiū. Eodēqȝ mō si seratilia fuerint eqlia fueritqȝ cōmuniter super bases trigonas vel cōiter super bases tetragonas: bases coꝝ altitudinibus ipsorum mutue erunt. Qd si bases coꝝ suis altitudinibus fuerint mutue ipsa seratilia erunt equalia quēadmodū de solidis palellogramis. 34. ꝛ. 35. proponunt: hoc autem facile pȝ ex his que dicta sunt in. 35. si vero seratilia fuerit adinuicē silia: erit proportio vnius ad alterū. sicut proportio lateris vniꝰ ad suum reliquum latus alterius proportio triplicata: quēadmodū de solidis palellogramis. 36. ponit qd ex eadem 36. facile tibi patebit. si ex illis seratilibus silibus solidis palellogramis completis. solida ipsa probaueris esse similia: qd ex diffinitione similiū corpoꝝ ꝛ silium superficierum ꝛ ex hoc ꝙ seratilia ponunt adinuicē silia ex. 34. primi leue ē negociari.

Propositio .37.

Si fuerint duo anguli plani equales super quos due ypothemise in aere statuant cum lateribus anguloꝝ subiacentium singulos singulis equos angulos continentes atqȝ ī illis ypothemisis duo puncta signentur a quibꝰ punctis due ppendiculares ad superficies angulorū propositoꝝ demittant a punctis aūt super que ppendiculares ceciderit ad eosdē duos angulos planos due recte linee ducant duo anguli qui ab illis duabus lineis atqȝ duabus ypothemisis cōtinent equi sibi inuicē esse pbantur. ¶ Sint duo anguli plani. a. ꝛ. d. equales contenti lineis. a. b. ꝛ. a. c. ꝛ. d. e. ꝛ. d. f. ꝛ super eos erigantur due linee ypothemisaliter. a. g. ꝛ. d. h. sitqȝ angulus g. a. c. equalis angulo. h. d. f. ꝛ angulus. g. a. b. equalis angulo. h. d. e. atqȝ in duabus ypothemisis. a. g. ꝛ. d. h: signent qmoilibet duo puncta. k. ꝛ. l. a quibꝰ sm precepta. 11. huius demittantur ad superficies angulorum. a. ꝛ. d. due perpendiculares que sint. k. m. ꝛ. l. n. ꝛ protrahantur due linee. a. m. ꝛ. d. n. dico igitur angulum g. a. m. esse equalem angulo. h. d. n. si linea. a. k. est equalis. d. l. bene quidem. Sin autem ex linea. a. g. sumatur. a. p. equalis. d. l. at a puncto. p. demittatur perpendicularis ad superficiem anguli. a. linea que sit. p. q. manifestum est igitur ꝙ punctum. q. est in linea. a. m. quod ex. 6. huius ꝛ diffinitione linearum equidistantium qs necesse ē eē in supficie vna facile pstat studiose intuenti debēs: a pūcto. q. ducāt ppendiculares due vna ad lineā. a. b. que sit. q. r. ꝛ alia ad lineā. a. c. q̄ sit. q. s. Silr





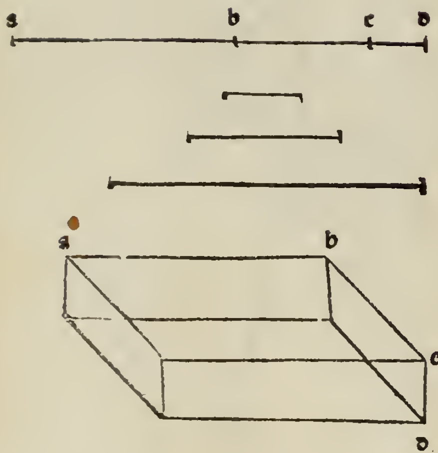
quoqȝ a puncto.n.ducant̄ due alie perpendiculares vna ad lineā.d.e.q̄ sit.n.t.ꝛ alia ad lineā.d.f.que sit.n.x.ꝛ ꝓtrahant̄.r.f.ꝛ.t.x.iterūqȝ a punctis.p.ꝛ.l.demit tant̄ ypothemuse.p.q.p.r.p.s.ꝛ.l.n.l.t.l.x.bis itaqȝ positis figuraqȝ p̄ducēt di/sposita demonstrationē ꝓpositi sic collige:cōstat ex penultia p̄mi ꝙ quadratum lincc.a.p.ē equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.q.ꝛ.p.q.ac ex eadē ꝙ quadratū.a.q ē equale quadratis duaꝝ linearū.a.f.ꝛ.f.q.itaqȝ quadratū.a.p.ē equale quadra/tis triū linearū.a.f.f.q.ꝛ.q.p.Sed ex eadē quadratū.f.p.ē equale quadratis dua rū linearū.f.q.ꝛ.p.q.ergo quadratū.a.p.ē equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.a.f.ꝛ.f p.ideoqȝ ex vltima p̄mi angulus.a.f.p.ē rectus:siliqȝ mō ꝓbabis vnūquēqȝ triū anguloꝝ.d.x.l.a.r.p.d.t.l.ē rectū.cū igitur ex ypothesi sit angulꝰ.f.p.a.equal' an/gulo.x.d.l.ꝛ linea.a.p.linee.d.l.erit ex.26.p̄mi linea.d.x.equalis.a.f.ꝛ.x.l.eq̄/lis.f.p.eodē quoqȝ mō cū ex ypothesi sit angulus.r.a.p.equalis angulo.e.d.l.erit ex eadē linea.a.r.equalis.d.t.ꝛ.r.p.equalis.t.l.quare ꝑ quartā p̄mi linea.r.f.erit equalis linee.t.x.ꝛ angulus.a.r.f.equalis angulo.d.t.x.ꝛ angulus.a.f.r.angulo est enim ex ypothesi angulus.a.equalis angulo.d.a cōceptione igitur erit angulus f.r.q.equalis angulo.x.t.n.ꝛ angulus.r.f.q.angulo.t.x.n.sunt eni residui duoꝝ rectoꝝ demptis equalibus necesse ē itaqȝ ex.26.p̄mi vt linea.r.q.sit equalis.t.n ꝛ.q.f.equalis.n.x.Cūqȝ ex penultima p̄mi quadratū linee.r.p.sit equale q̄dra/tis duarum linearum.r.q.ꝛ.q.p.ꝛ quadratum linee.t.l.equale quadratis duarū linearum.t.n.ꝛ.l.n.sint autem due linee.r.p.ꝛ.t.l.equales:duo quoqȝ que sunt r.q.ꝛ.t.n.equales:sequitur ex communi scia duas que sunt.p.q.ꝛ.l.n.eē equales Eodē mō cū quadratū linee.a.p.sit equale quadratis duaꝝ linearū que sūt.a.q.ꝛ q.p.silr̄ quadratū linee.d.l.quadratis duarū lineaꝝ que sūt.d.n.ꝛ.n.l.si aūt.a.p. equalis.d.l.ꝛ.p.q.equalis.l.n.sequit̄ ex cōi scia.a.q.eē equalē.d n.ex.8.igit̄ p̄mi cōcludo ꝓpositū videlicet angulū.p.a.m.eē equalem angulo.l.n.d.

Propositio .38.



Solidū tribus lineis ꝓportionalibus cōtentum equū erit solido qđ a medie linee equis lateribus continet̄.si anguli sui amborum sibi inuicem equales fuerint.

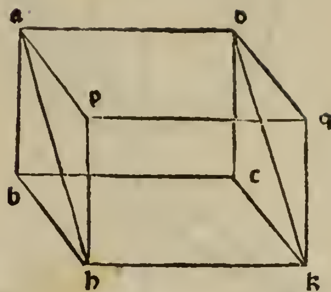
¶ De solidis paldlogramis intelligat̄:de his eni qualiacūqȝ sint dū tamē equiangula verū ē ꝙ cōtentū a tribus lineis ꝓportionalibus equale ē ei qđ a media earū cōtinet̄ quēadmodū de supficiebus rectangulis proba/tum est in.16.sexti ꝛ de non rectangulis elicitur euidenter ex secunda pte.13.eiusdē Sint igit̄ tres linee.a.b.b.c.ꝛ.c.d.continue ꝓportionales fiatqȝ ex eis vnus angu lus solidus ad libitū ꝛ pficiat̄ solidū equidistantiū laterū cuiꝰ linea.a.b.sit lōgitu/do.b.c.vero altitudo.sed.c.d.latitudo ꝛ ipsum solidum dicatur.a.d.sumpta quo qȝ alia linea qualibet equali.b.c.que etiā vocetur.b.c.sup ipius extremitatē q̄ ē.b. ꝯstituat̄ angulus solidus equalis angulo solido.a.ꝑm qđ docet.26.lineeqȝ cetere solidū angulū.b.cōtinētes resecent̄ ad equalitatē linee.b.c.ꝛ pficiat̄ solidū equidi/stantiū superficierū cuius longitudo latitudo ꝛ altitudo sit linea.b.c.ꝛ ipsum ap/pellet̄.b.c.dico itaqȝ duo solida.a.d.ꝛ.b.c.eē equalia.manifestum ē eni ꝙ cuncte supficies vnius sunt equiangule suis relatiuis superficiebꝰ alteriꝰ qđ ex.34.p̄mi pa tere pōt.nā cū solidꝰ angulꝰ.b.ponat̄ eq̄lis solido angulo.a.necesse ē vt vnꝰ anglꝰ vniuscuiusqȝ supficiei solidi.a.d.sit eq̄lis vni āgulo sue relatiue supficiei in solido b.c.itaqȝ per.34.p̄mi eoꝝ oppositi erunt equales.At q2 vniuscuiusqȝ superficiei

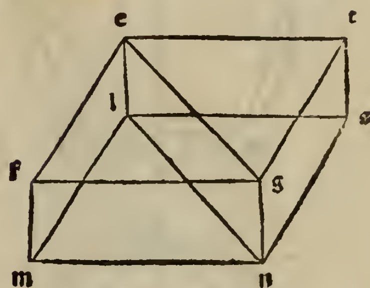


ꝛ super ipsā inclinatū. Unde ampliaṫ in hac.40. figuratio cubi ad oēs figuras paralellogramas solidas. Propositio .41.



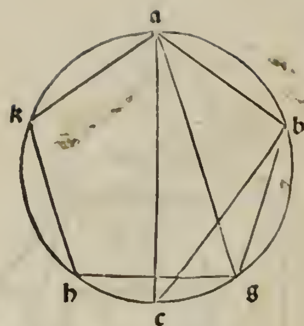
Si duo corpora seratilia quoꝝ alteꝝ basim triangulā alterū vero basim habeat equidistantiū laterū ipsi basi triangule duplā eque alta fuerint illa duo corpora necesse ē eē equalia. ¶ Sit superficies. a. b. c. d. equidistātiū laterū dupla trilatere superficiei. e. f. g. ꝛ super has duas superficies fiāt duo corpora seratilia eque alta: sitq̄ꝫ seratile qḋ est supra basim q̄drangulā. a. b. h. d. c. k. cuiꝰ basis est superficies equidistantiū lateꝝ ꝓposita. a. b. c. d. alia eius superficies equidistantiū lateꝝ ē. a. h. d k. tertia vero ē. b. h. c. k. due aūt eiꝰ triāgulares supꝑficies sūt altera quidem triangulus. a. b. h. reliqua vero triangulus. d. c. k. seratile aūt qḋ est super basim triangulā. e. f. g. sit. e. f. g. l. m. n. cuiꝰ altera duaꝝ trilateraꝝ superficieꝝ ē basis p̄dicta: reliqua vero triangulus. l. m. n. triū aūt supꝑficieꝝ eiꝰ equidistātiuꝫ lateꝝ: prima quidē ē. e. f. l. m. scḋa vero. e. g. l. n. tertia vero. f. g. m. n. dico itaq̄ꝫ hec duo seratilia ꝓposita esse adinuicē equalia: perficianṫ eni duo solida palellograma adiungendo vtriq̄ꝫ duoꝝ propositoꝝ seratiliū aliud seratile sibi equale: primo quidē seratili super eandē basim sitq̄ꝫ adiunctū seratile. a. p. b. d. q. k. cuius due trilatere superficies sunt. a. p. b. d. q. k. tres aūt quadrilatere: prima quidē. a. b. d. k. qui ē terminus cōis sibi ꝛ ei cui adiungiṫ: scḋa vero. a. d. p. q. t̄cia quoq̄ꝫ. p. q. b. k. scḋo aūt seratili adiungaṫ aliud seratile sibi equale hoc modo: adiungaṫ primo triangulo. e. f. g. alius triangulus equalis qui sit. e. g. r. ita ꝙ tota supꝑficies. e. f. g. r. sit equidistātiū laterū ꝛ super hunc triangulūꝫ fiat seratile. e. g. l. r. l. n. s. qḋ cū illo cui adiungiṫ perficiat corpus palellogramū huius seratilis adiuncti: due trilatere superficies sunt. e. g. r. l. n. s. tres aūt palellograme sunt: prima quidē. e. l. r. s. scḋa. e. l. g. n. ꝛ ipsa ē cōmunis terminus sibi ꝛ ei cui adiūgiṫ: tertia vero. g. r. n. s. manifestum igitur ex diffinititione solidoꝝ equaliū atq̄ꝫ similiū ꝙ duo seratilia paralellogamū cōponentia solidū. a. k. sibi inuicem. itēq̄ꝫ duo cōponentia solidum paralellogramum. e. n. sibi ad inuicē sūt eq̄lia. At vero ex. 31. vel ex. 32. hꝰ duo solida. a. k. ꝛ. e. n. sunt sibi inuicē equalia: q̄ꝛ ergo hoꝝ solidoꝝ medietates sunt seratilia ꝓposita per cōem sciam ꝯstat ea esse equalia: quecunq̄ꝫ eni fuerint equalia coꝝ medietates necesse ē esse equales: liquet itaq̄ꝫ qḋ ꝓpositū ē. Explicit liber Undecimꝰ Incipit liber Duodecimus. Propositio .1.



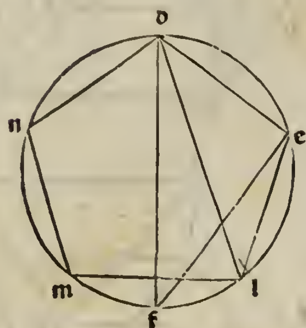




Omniū duaꝝ supꝑficieꝝ siliuꝫ multiangulaꝝ iter duos circulos descriptaꝝ ē ꝓportio alterius ad alterā tāq̄ꝫ ꝓportio q̄dratoꝝ q̄ ex diametris circuloꝝ eas circūscribētiū ꝓueniunt. ¶ Sint duo circuli. a. b. c. d. e. f. quibꝰ inscribātur due quelibet figure poligonie q̄ ponanṫ adiuicē siles: sintq̄ꝫ nūc penthagone inscripte vt docet. 11. q̄rti ꝛ ipse sint. a. b. g. h. k. aliud penthagonū. d. e. l. m n. diametri quoq̄ꝫ circuloꝝ sūt. a. c. ꝛ. d. f. dico itaq̄ꝫ ꝙ proportio penthagoni. a. b. g. h. k. ad pēthagonū d. e. l. m. n. ē. sicut q̄dratū diametri. a. c. ad quadratū diametri. d. f. protrahantur enim in vtroq̄ꝫ circulo due linee ab extremitate diametri ad extremitatem vnius lateris penthagoni diametro nō conterminalis se inuicē cancellantes infra ipsum



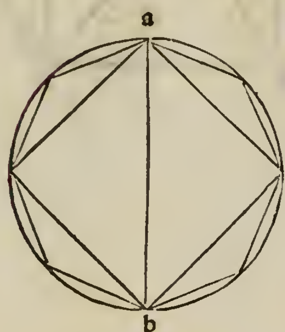
pētbagonū i hoc quidē.a.g.z.c.b.ī illo āt.d.l.z.f.e.eritq3 ex.6.sexti triangul⁹.a.b g.equiangulus triangulo.d.e.l.nā cū pētbagoni ponanť adinuicē siľes erūt ex dif finitione siľium supficiex angulus.b.equalis:angulo.e.z latera ipsos continentia ꝓportionalia videlicet ꝓportio.a.b.ad.d.e.sicut.b.g.ad.e.l.cū sint autem ex.20. tertij duo anguli.f.z.l.sibi inuicē equales. Itēq3 duo alij.c.z.g. sibi inuicē equales erunt duo qui sunt.c.z.f.adinuicē equales ex hac cōi scia:que equalibus sunt equa lia sibi quoq3 equa esse necesse est. Et q2 ex prima pte.30.tertij vterq3 duoꝝ angu/ loꝝ.a.b.c.d.e.f.est rectus sequitur ex.32.primi duos triangulos.a.b.c.d.e. f.esse equiangulos quare per quartā sexti ꝓportio diametri.a.c.ad diametꝝ. d.f. ē sicut lateris.a.b.ad latus.d.e.ꝓportio duplicata z per candē.cū itaq3 ex scđa pte.18.se xti ꝓportio duoꝝ penthagonoꝝ ē sicut ꝓportio lateris.a.b.ad latus.d.e.ꝓportō duplicata z p candē ꝓportio quadrati diametri.a.c.ad quadratū diametri.d.f.sit sicut diametri.a.c.ad diametꝝ.d.f.duplicata per hanc cōem sciam:quoꝝ dimidia sunt equalia ipsa quoq3 adinuicē esse equalia. manifestum est qđ propositum est.

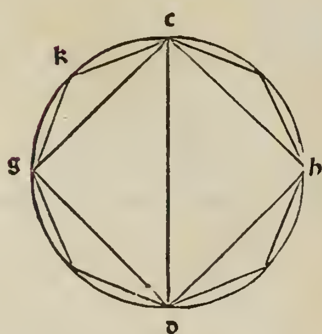


Propositio .2.



Omniū duoꝝ circuloꝝ ē proportio alterius ad alteꝝ tan/ q3 ꝓportio quadrati sue diametri ad quadratū diametri alterius. ¶ Sint duo circuli.a.b.z.c.d.quoꝝ diametri quoq3 dicāť.a b.z.c.d.dico itaq3 ꝙ ꝓportō circuli.a.b.ad circulū.c.d.ē sicut q̄drati diametri.a.b.ad quadratū diametri.c.d.manifestū eni ē ex hac cō/ muni scientia quanta est quelibet magnitudo ad aliquā secundā tantam necesse est esse quamlibet tertiam ad aliquam quartam ꝙ proportio quadrati diametri.a.b. ad quadratum diametri.c.d.est sicut circuli.a .b.ad superficiem aliquā que sit.e. cuiuscūq3 figure aut forme ponať:hanc autem impossibile ē maiorē esse a t mino/ rem circulo.c.d.Si eni est possibile ipsā eē minorē circulo.c.d.sit itaq3 minor i su/ perficie.f.itaq3 circulus.c.d.sit equalis duabus superficiebus.e.z.f. piter acceptis constat igiť ex prima. 10.ꝙ totiens possit ex circulo. c.d. suisq3 residuis subtrahi maius dimidio quousq3 relinquať quantitas aliqua minor.f. inscribatur ergo sibi vt docet.6.quarti quadratū.c.d.g.h.de quo constat ꝙ ipsum sit maius medieta/ te circuli:quadratū eni quod est duplum ad ipsum ē circulum circūscribens vt pat3 ex penultima primi z.7.quarti. Si igitur portiones circuli existentes super latera qu adrati piter accepte fuerint minus superficie. f.sufficit. Sin aūt quatuor arcus ex stentes super dicta latera per equalia diuidantur z puncta ipsos arcus diui/ dentia cum extremitatibus lateꝝ cōtinenť per lineas rectas.verbi gratia arcus.c. g.diuidať per equalia in puncto.k.z ꝓtrahanť linee. k.c.k.g.sicq3 de ceteris. Erit q3 quilib3 trianguloꝝ descriptoꝝ sup latera q̄drati maior medietate portionis i q̄ existit eo ꝙ ois triangul⁹ ysocheles ē medietas palellogrami sue basis per.41.pri/ mi. Sint itaq3 portiones existentes super latera octogonij inscripti piter accepte minus superficie.f.si eni nondū hoc esset:nō cessarē diuidere arcus quoꝝ latera vl time descripte figure sunt corde per equalia:z iscribere figuram equilateram duplo plurium laterū prime semper subtrahendo ab ipsis circuli portionibus maius di/ midio quousq3 p pmā.10.portiōes super latera alicui⁹ talis figure circło iscripte ex istētes piť accepte erūt min⁹ superficie.f.sint ğ nūc q̄ dicte sūt:eritq3 ex pceptiōe oc togonū.c.d.maius superficie.e.in circulo igiť.a.b.eade3 via inscribať siľe octogo/ num: quod dicatur.a.b. sitq3 ex premissa proportio octogoni.a.b.ad octogonum



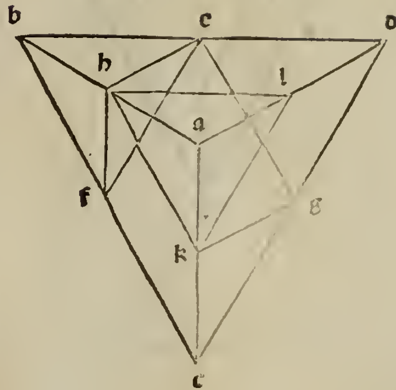


f

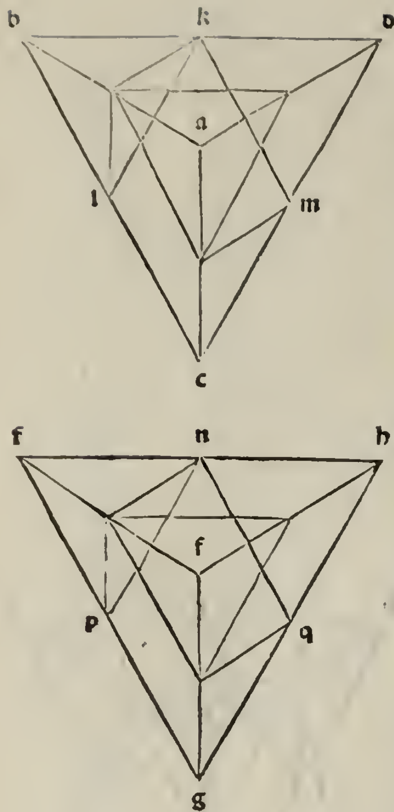
e

c.d.ficut quadrati diametri.a.b.ad quadratū diametri.c.d.idq3 p.11.quinti ficut ꝓportio circuli.a.b.ad fupficiē.e.itaq3 ꝑmutatim poligonij.a.b.ad circulū.a.b.ficut poligonij.c.d.ad fupficiē.e.cūq3 fit poligoniū.c.d.maius fupficie.e. erit poligoniū.a.b.maius circulo.a.b.hoc aūt ipoffibile nō ē:ergo fupficies.e.minor circulo.c.d.Sed nec maior.Efto eni fi poffibile fit:cū igiť fit ꝓportio q̄drati diametri.a.b.ad quadratū diametri.c.d.ficut circuli.a.b.ad fupficiē.e.erit ecōuerfo quadrati diametri.c.d.ad quadratū diametri.a.b.ficut fuperficiei.e.ad circulū.a.b.ꝛ ꝯftat ex cōi fcia in principio huius demonftrātionis pofita q̄ eadē ē circuli. c.d. ad aliquā fupficiē que fit.f.eritq3 ex.14.quinti fupficies.f.minor circulo. a.b.itaq3 ꝓportio quadrati diametri.c.d.ad quadratū diametri.a.b eit ficut circuli.c.d.ad fupficiē.f.minorē circulo.a.b.fed ex hoc demōftrauimus paulo ante fequi impoffibile videlicet poligoniū infcriptū circulo maius effe circulo:ficut ergo fuperficies e.nō pōt effe minor circulo.c.d.ita nec maior:erit: ergo neceffario equalis quare ꝑ fcdam partē.4.quinti liquet qđ ꝓpofitū ē. Propofitio .3.

Omnis piramis cuius bafis triangula fcindi pōt in duas equas piramides fibi inuicem totiq3 piramidi fil'es vnaq3 in duo feratilia q̄ ambo ꝑiter accepta dimidio totius piramidis neceffe eft effe maiora. ¶Sit piramis.a.b.c.d.fup bafi3 triangulū.b.c.d.eiufq3 vertex folidus angulus.a.a quo demittāť tres ypothenufe.a.b.a.c.a.d.ad tres angulos bafis:ꝛ diuidanť oīa latera bafis ꝑ equalia in tribus punctis.e.f.g.tres quoq3 ypothemife per eq̄lia in tribus punctis.h.k l.ꝛ protrahanť in bafi due linee.e.f.ꝛ.e.g.eritq3 bafis eius diuifa in tres fuperficies quaꝝ due funt duo triarguli.b.e.f.c.g.d.quos ex fcda parte fcde fexti ꝛ diffinitione filium fuperficieꝝ ꝯftat eē fil'es fibi inuicē ꝛ toti bafi ꝛ equales ad inuicem ex.8.ꝑmi tcia ē tetragona:ꝑaldlograma ꝛ ipa ē.e.f.g.c.quā ꝯftat eē duplā ad tāgulū.c.g.d ex.40.ꝛ.41.ꝑmi:demittanť ergo rurfus a pūcto.h.due ypothemife.h.e.f.h.ꝛ a pūcto.k.ypothenufa.k.g.ꝛ ꝓtrahanť linee.h.k.k.l.ꝛ.l.h.diuifa ē itaq3 tota piramif a.b.c.d.in duas piramides que fūt.h.b.e.f.ꝛ.a.h.k.l.ꝛ duo feratilia quoꝝ vnū ē.c.h.f.g.k.c.ꝛ ē fuper bafim quadrangulā.c.f.g.c.ꝛ aliud ē.e.g.d.h .k.l. ꝛ eft fuper bafim triangulā.e g.d.de duabus aūt piramidib⁹.h.b.e.f.a.h. k.l. q̄ ipe fūt eq̄les adinuicē fibiq3 ꝛ toti piramidi.a.b.c.d.fil'es:ꝯftat ex diffinitione corpoꝝ equaliū ꝛ filium ꝛ ex.10.11.libri ꝛ ex fcda parte.2.fexti: de duob⁹ aūt feratilib⁹ q̄ ipfa fint eq̄lia.ꝯftat ex vltiā.11.libri.Qđ vero ambo feratilia ꝑiter accepta fint mai⁹ medietate toti⁹ piramidis:ex hoc manifeftū ē q̄ vtrūq3 illoꝝ diuifibile ē i duas piramides quaꝝ altera triāgula eq̄lis vni duaꝝ in quas ꝛ feratilia totalis piramis diuiditur.altera vero quadrangula q̄ dupla ē ad reliquā quare p3 ambo feratilia pariter accepta tres quartas eē totalis piramidis diuife:hāc ꝓportionē fi fcire defideras. fextā huius.12.libri ꝯfule.fed fufficit tibi fcire quantū ad ꝓpofitū illa duo feratilia pariter accepta duas partiales piramides in quas ꝛ feratilia totalis diuiditur pariter acceptas quātalibet quātitatē excedere. Propofitio .4.



Si due piramides eque alte quaꝝ bafes triāgule fingule i binas piramides eq̄les fibi iuicē ac toti fimiles binaq3 feratilia eq̄lia diuidanť erit ꝓportio bafis vni⁹ ad bafim alteri⁹ tāq3 ꝓportio duoꝝ feratiliū fuoꝝ ad duo feratilia alteri⁹.eritq3 palā oīa feratilia q̄ fuerīt in vtralib3 illaꝝ



piramidū ꝑiter accepta ad cūcta ſeratilia q̃ ī altera piramide fuerit in eādē hr̃e ꝓportionē q̄ꝫ baſis eiꝰ piramidis ad baſī alteriꝰ piramidis.

℃Sint due piramides quaꝝ baſes triangule eque alte hec quidē.a.b.c.d.cuius conus punctus.a.baſis triangulus.b.c.d.ypothemiſe.a.b.a.c.a.d.illa vero.e.f.g.h cuius conus punctus.e.baſis triangulus.f.g.h.ypothemiſe.e.f.e.g.e. h. hec autē due piramides diuidanť ſicut in premiſſa.Sintqꝫ baſes eaꝝ diuiſe hec quidē protractis lineis latera baſis ipſius per equalia diuidentibus que ſunt.k.l.ꝛ. k.m. illa vero protractis lineis que ſint.n.p.n.q.dico ergo ꝙ ꝓportio baſis.b.c.d.ad baſiꝫ f.g.h.eſt ſicut duoꝝ ſeratiliū piramidis.a.pariter acceptoꝝ ad duo ſeratilia piramidis.e.pariter accepta. Manifeſtū eſt aūt ex.18.ſexti ꝑte ſcđa ꝙ ꝓportio trianguli.b.c.d.ad triangulū .k.m.d.ē ſicut linee. b.d.ad lineā.k.d.duplicata ꝑ eandē quoqꝫ ē ꝓportio trianguli.f.g.h.ad triangulū.n.q.h.ſicut linee.f.h.ad lineā. n.h duplicata.Cūqꝫ ſit linea.b.d.ad lineā.k.d.ſicut linea .f.h.ad lineaꝫ.n.h.vtrobiqꝫ eni ē dupla ꝓportio erit triangulus.b.c.d.ad triangulū.k.m.d.ſicut triangulus.f g.h.ad triangulū.n.q.h.ꝛ ꝑmutatim triangulus.b.c.d.ad triangulū. f.g.h. ſicut triangulus.k.m.d.ad triangulū.n.q.h.triangulus aūt.k.m.d.ad triangulū.n.q. h.ē ſicut ſeratile exiſtens ſuper ipſū ad ſeratile exñs ſuꝑ illū ꝑ.33.vndecimi huius quoqꝫ ſeratilis ad illud ē ſicut amboꝝ ſeratiliū piramidis.a.ꝑiter acceptoꝝ ad ambo ſeratilia piramidis.e.pariter accepta ex.15.quinti:neceſſe ē eni vt ſit duplū ad duplum queadmodū ſimplū ad ſimplū.itaqꝫ cōclude ex. 11.quinti qđ ꝓpoſitū eſt. Dormitas aūt ſi dubitas ſeratilia vnius haꝝ piramidū eque alta eſſe ſeratilibꝰ piramidis alterius.cū eni ſint piramides eque alte:ſit quoqꝫ vtraqꝫ eaꝝ diuiſa i duas piramides equales ſibi totiqꝫ ſimiles ꝛ in duo ſeratilia equalia ꝛ ſint due ꝑtiales piramides eque alte eo ꝙ ſimiles ꝛ equales qđ facile patebit demiſſis a verticibus ꝑtialium piramidū ꝑpendicularibus ad baſes ipſaꝝ:de quibus perpendicularibus ex.37.vndecimi conſtat eſſe equales.Cūqꝫ altitudines haꝝ partialiū piramidum pariter accepte cōponunt altitudinē totalis piramidis diuiſe. Sintqꝫ ambo ſeratilia eque alta vni partialiū piramidū ei videlicet que ſuꝑ ꝑtialem triangulum baſis totalis piramidis cōponiť non eſt phas ambigere ſeratilia vnius eaꝝ piramidū eſſe eque alta ſeratilibus alterius eaꝝ. Correlariū vero ex eo manifeſtū ē ꝙ ſimiliter baſes partialiū piramidū ſic ſe habeant ad inuicē ſicut bina ſeratilia vniꝰ ad bina ſeratilia alterius.ꝛ qꝛ baſes partialium ſic ſe habent ad inuicē ſicut baſes totalium ex ſcđa ꝑte.18.ſexti ꝛ permutata ꝓportione conſtat ex.13. quinti verū eē quod correlarium proponit.

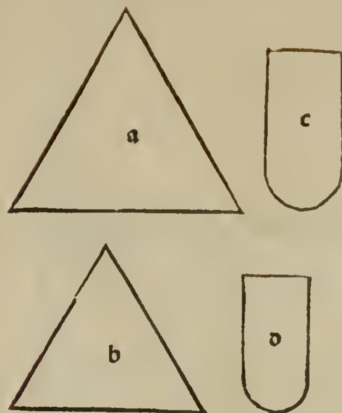
Propoſitio .5.



Omnes due piramides eque alte quarum baſes triangule ſuis baſibus ſint proportionales.

℃Qđ.33.vndecimi ꝓpoſuit de ſolidis ꝑalellogramis ꝛ ī fine.36.vndecimi veꝝ eſſe demonſtrauimus:de ſeratilibus.hec quinta.12.ꝓponit de piramidibus triangulis. Intelligātur eni due piramides eque alte quaꝝ baſes ſunt duo trigoni.a.ꝛ.b.dico ꝙ ꝓportio piramidis.a.ad piramidem.b.eſt ſicut baſis. a.ad baſim.b.qđ eedem demōſtrationis vel argumētatiōis genere demōſtrandū ē quo ſcđam huiꝰ demōſtrauimus.ſit eni ut baſis.a. ad baſim.b.ita piramis.a.ad corpus.c.de quo dico ꝙ ipſū nō erit minus neqꝫ maius piramide.b.nā ſi poſſibile ē vt ſit minꝰ eſto minꝰ i ſolido.d.vt piramis.b.ſit eq̄lis duobus corporibus.c.ꝛ.d.pariter acceptis diuiſa itaqꝫ piramide.b.vt ꝓponit.3.

detrahantur ab eo duo feratilia que ex premissa sunt maius medietate piramidis ipsius: itemqꝫ ex vtraqꝫ duarum partialium residuarum piramidum duo earum predicto modo diuisarum feratilia demantur ⁊ fiat hoc totiens quousqꝫ ex pira/mide.b.cogatur aduersarius per primam.10.confiteri relinqui minus solido.d. eruntqꝫ ex communi scientia feratilia detracta maius.c.fiat igitur a piramide.a. similis feratilium detractio.⁊ intelligamus tot feratilia detracta esse ex piramide. a.quot detraximus ex piramide.b. eritqꝫ ex corelario premisse sicut basis.a. ad basim.b.ita feratilia detracta a piramide.a.ad feratilia detracta a piramide.b.sic sed erat piramis.a.ad corp⁹.c.itaqꝫ feratilia piramidis.a.ad feratilia piramidis b.sicut piramis.a.ad corpus.c. ⁊ pmutatim feratilia piramidis.a.ad piramidē.a sicut feratilia piramidis.b.ad corpus.c.Cumqꝫ sint feratilia piramidis. b.maius corpore.c.erunt feratilia piramidis.a.maius piramide.a.Et quia hoc ē impossibile nō erit corpus.c.minus piramide.b.sed nec maius.hoc enī posito cum sit ꝓ/portio basis.a.ad basim.b.sicut piramidis.a.ad corpus.c.erit ecōuerso basis.b. ad basim.a.sicut corporis.c.ad piramidē.a.Eritqꝫ eadē ex cōmuni scīa piramidis b.ad aliqđ corpus qđ sit.d.sequeturqꝫ ex. 14.quinti ꝙ corpus.d.sit minus piramide a.eo ꝙ piramis.b.ponit̄ minor corpe.c.Erit igit̄ basis.b.ad basiꝫ.a.sicut piramis b.ad corpus minus piramide.a.Ex hoc aūt demonstratū ē sequi impossibile vide licet feratilia detracta ab aliqua piramide maius eē ea piramide a qua detrahunt̄ ideoqꝫ relinquit̄ corpus.c.esse equale piramidi.b.cum nec minus ea possit eē nec maius ⁊ ꝓportionē piramidis.a.ad piramidem.b.esse sicut basis.a.ad basim.b. hoc aūt erat demonstrandū.

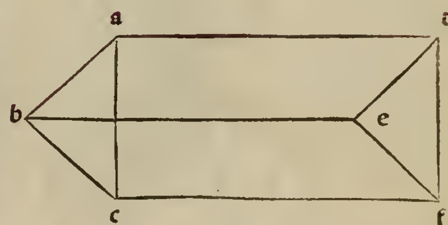


Propositio .6.



Omne corpus feratile in tres piramides equales basesqꝫ triangulas habentes est diuisibile.

¶ Sit feratile.a.b.c.d.e.f.ipsū dico esse diuisibile in tres piramides triangulas equales ꝓtrahat̄ enī in vnaquaqꝫ suaꝝ triuꝫ superficierū paralellogramaꝝ linea diagonalis ita ꝙ vna eaꝝ diagonaliū sit cōter/minalis reliquis duabus ut si ꝓtrahas lineas.b.d.b.f.⁊.f.a.quas ꝓpter cōfusio/nē protrahere cōtempsi:eritqꝫ totum feratile in tres triangulas piramides diuisū quas ex premissa bis assumpta facile cōstat eē equales.Qm̄ aūt euclides nihil de/monstrandum proponit de piramidibus lateratis exceptis solidis bis quaꝝ sunt bases triangule vt omniū cognitionē ex elemētis q̄ ponit:sufficienter elicere possi/mus:quedā arbitramur nō inutile demōstrationibus hic positis adiungere:solis enī elemētis contentus euclides multa p̄termisit que quāuis ex eis consequant̄ non tamen sine difficultate patent studentibus:hoꝝ primum est hec.



¶ Si duo solida quoruꝫ alterum feratile alterum vero piramis cuius basis triangula super eandem basim aut super equales trigonas aut feratile super quadrangulā:piramis vero super trigonā que quadrangule basis feratilis sit dimidiuꝫ constituta fuerint eque alta feratile piramidi triplum esse conueniet

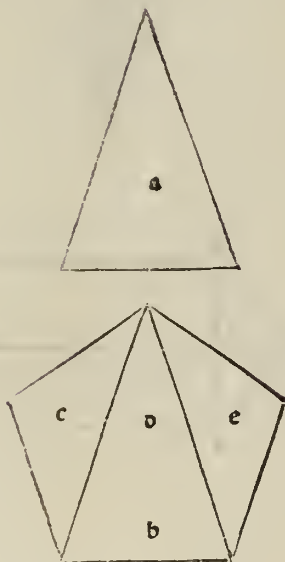
¶ Si feratile ꝓpositū fuerit super basim trigonam tunc ex piramide ꝓposita sup propriam basim perficiatur feratile piramidi ꝓposite eque altum. Si vero feratile fuerit super basim quadrangulam tunc basi piramidis adijciatur triāgulus ex quo ⁊ basi piramidis perficiatur superficies equidistantium laterum super quā ex ipsa

piramide compleatur seratile piramidi e ne altum: quia igitur istud seratile seratili priori est eque altum et vtrorumque bases sunt equales ex ypothesi, sequitur ipsa ee equalia. hoc enim demonstratum est in .36. vndecimi. at quoniam ex .6. huius .12. libri seratile secundum triplum est ad piramidem propositam. nam ipsa est vna ex tribus piramidibus in quas ipsum seratile diuiditur. Erit quoque per communem scientiam propositam seratile triplum ad propositam piramidem.

¶ Si quotlibet piramides quarum bases triangule super vnam eandemque basim siue super equales constitute fuerint: eque alte eas esse adinuicem mequales necesse est. ¶ Fabricato enim vno seratili eque alto piramidibus propositis super basim triangulam equalem basibus propositarum piramidum aut super basim quadrangulam duplam basibus earundem: erit ipsum seratile triplum ad piramides singulas. hoc enim constat ex premissa addita siue interposita: igitur ex communi scientia cuncte proposite piramides sunt vt diximus adinuicem equales.

¶ Omnes piramides quarum bases triangule eque alte suis basibus sunt proportionales. ¶ Fiant super bases propositarum piramidum aut super alias trigonas equales aut super palellogramas duplas seratilia ipsis piramidibus eque alta eruntque ob hoc seratilia sibi adinuicem eque alta et quia seratilia suis basibus sunt proportionalia ut probatum est in .36. vndecimi .33. ipsius mediante. Cumque ex prima harum additarum manifestum sit hec seratilia tripla esse ad propositas piramides vnumquodque videlicet ad suam relatiuam: basesque ipsorum equales aut duplas esse basibus ipsarum. sic autem ex .15. quinti vt triplum ad triplum ita simplum ad simplum erunt quoque proposite piramides suis basibus proportionales.

¶ Si fuerint due quelibet piramides eque alte fueritque alterius basis trigona: relique autem tetragona aut plurilatera: piramides ipsas suis basibus proportionales esse conueniet.

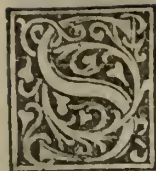


¶ Exempli gratia. Intelligantur due piramides eque alte super duas bases .a. et .b. sitque basis .a. triangula .b. vero penthagona. Et dicantur hee piramides .a. et .b. itaque dico proportionem piramidum .a. et .b. esse sicut basium .a. et .b. distinguatur quidem penthagonus .b. in tres triangulos .c. d. e. eritque tota piramis .b. distincta in tres piramides eque altas quarum bases sunt trianguli .c. d. e. que etiam dicantur nominibus suarum basium. quia igitur ex premissa interposita proportio piramidis .c. ad piramidem .a. est sicut trigoni .c. ad trigonum .a. et piramidis .d. ad piramidem .a. sicut trigoni .d. ad trigonum .a. itemque piramis .e. ad piramidem .a. sicut trigoni .e. ad trigonum .a. ex .24. quinti bis assumpta sequitur quod sit proportio aggregati ex omnibus piramidibus .c. d. e. et ipsum est piramis .b. ad piramidem .a. sicut aggregati ex omnibus trigonis .c. d. e. et ipsum est penthagonus .b. ad trigonum .a. constat igitur quod volumus.

¶ Omnes laterate piramides eque alte suis basibus proportionales esse probantur.

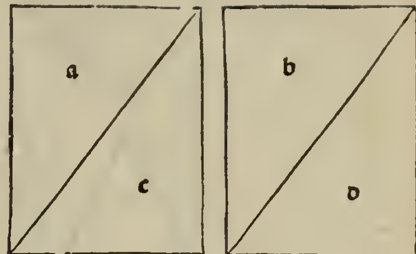
¶ Si altera earum fuerit super basim trigonam ex premissa interposita constat quod dicitur. Si autem basis vtriusque fuerit poligonia vtralibet ipsarum basium resoluta in triangulos et ipsa piramide in piramides triangulas: erit ex premissa interposita proportio vniuscuiusque harum triangularium piramidum inter quas altera propositarum diuiditur ad reliquam sicut sue basis ad basim alterius. itaque per 24. quinti quotiens oportet assumptam: constat verum esse quod diximus.

Propositio .7.



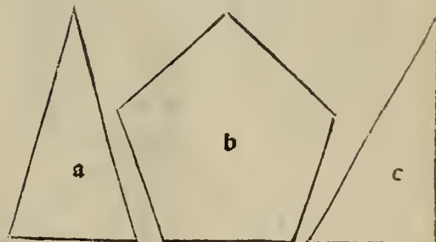
SI due piramides triangularum basium fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases et altitudines fuerit mutue easdem piramides sibi inuicem esse equales necesse est.

¶ Quod trigesima quarta et trigesima quinta vndecimi proposuerunt de solidis paralellogramis: et nos in .36. eiusdem demonstrauimus de seratilibus: hec septima .12. proponit de piramidibus habentibus bases triangulas. Intelligatur enim duo piramides equales super duos trigonos vel triangulos .a. et .b. que dicantur .a. et .b. dico itaque quod proportio basis .a. ad basim .b. est sicut proportio altitudinis piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. et si hoc fuerit dico piramides .a. et .b. esse equales. Adhibeantur quidem duobus trigonis .a. et .b. duo alij qui sint .c. et .d. vt fiant ambe superficies .a.c. et .b.d. equidistantium laterum et ex ipsis piramidibus super bases .a.c. et .b.d. compleantur solida paralellograma piramidibus propositis eque alta que similiter dicantur .a.c. et .b.d. manifestum igitur est ex sexta huius .12. quod piramis .a. est sexta pars solidi .a.c. et piramis .b. sexta solidi .b.d. itaque ex .35. vndecimi argue propositum: primam quidem partem ex prima: secundam autem ex secunda.



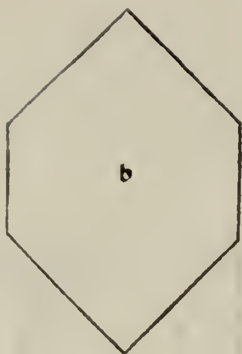
¶ Quod si due quelibet piramides laterate fuerint equales earum bases earundem altitudinibus mutue erunt. Si vero bases earum altitudinibus ipsarum mutue fuerunt easdem piramides equales esse oportet.

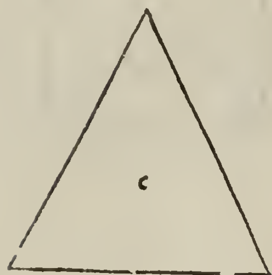
¶ Si bases vtrarumque fuerint triangule demonstratum est verum esse quod diximus. Si altera tantum: sit igitur .a. basisque alterius piramidis sit .b. et sumatur trigonus .c. equalis poligonio .b. fiatque super .c. piramis eque alta piramidi que est super .b. et sint .a b .c. equiuoca nomina piramidum et basium. Quia igitur ex ypothesi duo piramides .a. et .b. sunt equales et ex vltima interposita ad sextam huius dueque piramides b. et .c. sunt equales: et erunt ex communi scientia due piramides .a. et .c. equales: igitur bases earum sunt mutue ad altitudines earum ex prima parte .7. huius. Cumque bases .b. et .c. sint equales: altitudines quoque piramidum .b. et .c. equales erunt ex prima parte et secunda .7. quinti bases .a. et .b. mutue altitudinibus piramidum .a. et .b. Secunda pars conuerso modo probatur. nam si fuerit basis .a. ad basim .b. vt altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. erit ex .2. parte et prima .7. quinti basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. itaque ex secunda parte huius .7. duo piramides .a. et .c. sunt equales quare per communem scientiam due quoque piramides .a. et .b. sunt equales. Si vero neutra propositarum piramidum fuerit trigona sed vtraque poligonia. Verbi gratia altera pentagona altera exagona que adhuc dicantur .a. et .b. sumatur similiter triangulus .c. equalis exagono .b. super quem fiat piramis eque alta piramidi .b. eruntque due piramides .b. et .c. equales. ideoque due que sunt .a. et .c. etiam per conceptionem equales quare basis .a. ad basim .c. sicut altitudo piramidis .c. ad altitudinem piramidis .a. hoc enim nuper demonstratum est. Est ergo ex septima quinti basis .a. ad basim .b. sicut altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a. Conuersa conuerso modo patet. si enim basis .a. ad basim .b. fuerit vt altitudo piramidis .b. ad altitudinem piramidis .a.





erit quoq3 ex septima quinti basis.a.ad basim.c.vt altitudo piramidis.c. ad altitudinē piramidis.a.ideoq3 ut patet ex prioribus erunt due piramides.a.τ.c.equales quare etiā ex cōmuni scientia τ due que sunt.a.τ.b.erūt etiā equales.Et hoc ē propositum.





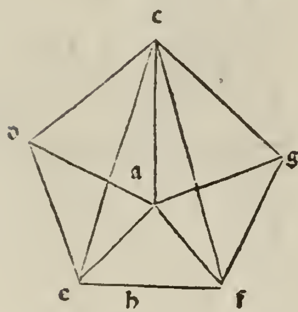
Propositio .8.

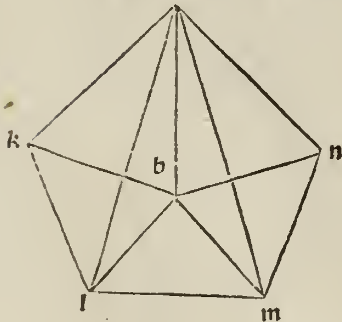


Omnium duarum piramidum similium quarum bases triangule ē proportio alterius ad alteram tanq3 lateris ad latus eius relatiuum proportio triplicata.

¶ Propositis duabus piramidibus bases triangulas habentibus similibus ex ipsis perfice duo solida paralellograma quemadmodū dictum est in demonstratione premisse: eruntq3 hec duo solida paralellograma similia eo q piramides ponuntur similes ad inuicem.nā duo solidi anguli qui sunt cōmunes piramidibus τ solidis paralellogramis superficialibus angulis numero τ quantitate equalib9 continentur: τ latera quoq3 illos angulos superficiales continentia sunt proportionalia quare ex.34.primi tres superficies solidorum paralellogramorum cōmunes angulos solidos constituentes sunt equiangule τ laterū proportionalium.ideoq3 similes ex diffinitione similium superficierum: quare ex 24.τ.13.quinti cuncte sex supficies hoꝝ duorum solidoꝝ paralellogramoꝝ sunt similes adinuicē:igitur a diffinitione corporum similium erunt ipsa solida similia: quare cum proportio solidorum τ piramidū sit vna ex.15.quinti.nam solida sunt sexcupla piramidibus ex sexta huius.cumq3 sit proportio solidoꝝ vna sicut suorum relatiuoꝝ laterum triplicata ex.36.vndecimi libri:sunt aūt latera solidorum eadē quoq3 latera piramidū.erit quoq3 ex. 11.quinti proportio propositaꝝ piramidum sicut suoꝝ relatiuoꝝ laterum proportio triplicata:quod est propositum.

¶ Mō si fuerint due quelibet piramides laterate similes erit ꝓportio alterius ad alteram sicut sui lateris ad sibi relatiuum latus alterius proportio triplicata.



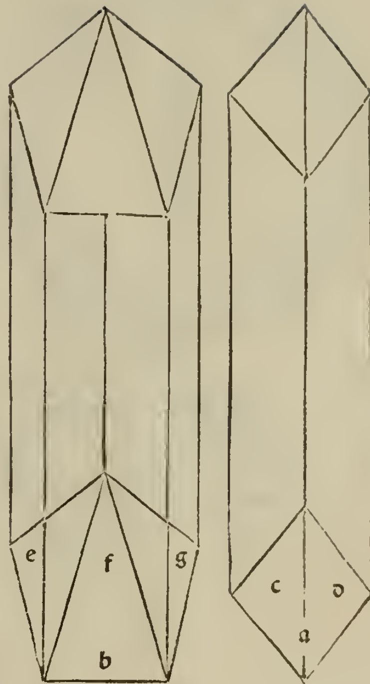


¶ Sint due laterate piramides quaꝝ coni.a.τ.b.similes sintq3 super bases penthagonas que sunt.c.d.e f.g.h.k.l.m.n.dico q ꝓportio eaꝝ est sicut suoꝝ relatiuorum laterum triplicata .Constat enim ex diffinitione similiū superficieꝝ τ corporum q penthagoni qui sunt bases propositarum piramidū sibi ad inuicē cunctiq3 relatiui alꝰ reliqui triāguli ipsas ābientes sibi inuicē sūt similes.diuidanť itaq3 bases ambaꝝ in triangulos siles τ numero equales ꝑut. 18.sexti ꝑponit esse possibile:protractis in hac quidē lineis.c.e.τ.c.f.i illa vero.h.l.τ.h.m .dico igiť istas piramides esse diuisas in piramides triangulas siles τ numero equales.Conferāť enim adinuicem due piramides.a.c.d.e.b.h.k.l.quaꝝ coni sunt.a.τ.b .cōstat autem ex ypothesi triangulū.c.a.d.esse similē triangulo. b.h. k.τ triangulū.d .a.e. triangulo. k.b.l.τ qꝛ etiā ex ypothesi angulꝰ.d.ē equalis angulo.k.τ latera .c.d.τ d.e.cōtinētia angulū.d.sunt ꝑportionalia lateribus.h.k.τ.k.l.cōtinētibus angulū.k.erunt ex.6.sexti duo trianguli.c.d.e.τ. h.k .l.equianguli. ideoq3 per.4.sexti erit ꝑportio.c.d.ad.h.k.sicut.c.e.ad.h.l.cūq3 ex ypothesi sit ꝑportio.c.a. ad.b. h.τ etiā.a.e.ad.b.l.sicut.c.d.ad.h.k.erit ex. 11.quinti.c.a.ad.b.h.τ.a.e. ad.b.l. sicut.c.e.ad.h.l.igiť ex.5.sexti τ diffinitione similiū superficieꝝ triangulus.c.a.e. erit siľis triangulo.b.h.l.manifestum est itaq3 ex diffinitione siliū corporum q piramis.a.c.d.e.ē similis piramidi.b.h.k.l.siľr quoq3 cōstat piramidē.a.c.e.f.eē

filem piramidi .b.h.l.m.⁊ piramidē.a.c.f.g.piramidi.b.h.m.n.q̃ ergo ex hac.8 ꝓportio piramidis.a.c.d.e.ad piramidē.b.h.k.l.ē sicut lateris.c.d.ad latus.b.k. triplicata ⁊ etiā piramidis.a.c.e.f.ad piramidē.b.h.l m.sicut.e.f.ad.l.m .tripli/cata.ac etiā piramidis.a.c.f.g.ad piramidē.b.h.m.n.sicut.e.g.ad.h.n.triplicata cū sit ex ypothesi ꝓportio.e.f.ad.l.m.⁊.e.g.ad.h.n.sicut.c.d.ad.h.k. sequitur ex 13.quinti vt ꝓportio totaliū piramidū.a.⁊. b.sit sicut vnius baꝫ ptialium ad aliā vnā.igit̃ ex hac.8.⁊ vndecima quinti constat verū eē quod diximus.

¶Omnes colūne laterate eque alte suis basibus sūt ꝓportionales.

¶Verū ē qd̄ dicitur sup qualescūqꝫ bases poligonias sint.colūne. Colūnas autē lateratas vocamus solida corpora laterata quoꝝ bases ⁊ supficies supreme sunt siles ⁊ equales.cuncte vero relique superficies ipsa solida circūstantes:sunt equidistantiū laterum Talium autē solidoꝝ prima spēs ē seratile cū super vnā suaꝝ trilaterarū supficieꝝ intelligit̃ eē statutū Scd̄a vero spēs ē colūna cui⁹ basis sit q̄drilatera quā ex duobus seratilibus necesse ē esse cōpositā:⁊ tertia ē cuius basis ē pentagona ⁊ ipsa ex tribus seratilib⁹ pficit̃ .Simpliciter aūt dico q͂ oīs laterata colūna in tot corpora seratilia pōt distingui in quot triāgulos sua basis Intelligant̃ itaqꝫ due colūne lateratc.a.⁊.b.ꝯstitute sup duas bases.a.⁊.b.eque alte.dico q͂ ꝓportio colūnaꝝ.a.⁊.b.ē sicut basiū.a.⁊.b.distinguāt̃ nāqꝫ hee bases i triāgulos ⁊ hee columne in seratilia:basis quidē.a.que ponatur esse quadrangula in duos trigonos.c.⁊.d.⁊ colūna.a.in duo seratilia.c.⁊.d.basis vero.b.que sit pentagona distinguat̃ in tres trigonos.e.f.g.⁊ colūna.b.in tria seratilia que sil'r vocent̃.e .f.g. Manifestū ē igit̃ ex his que in.36.vndecimi dicta sunt q͂ ꝓportio seratilis .c.ad seratile.e.est sicut basis.c.ad basim. e.⁊ iterū seratilis.d.ad seratile.e. sicut basis d.ad basim. e. quare per.24.quinti erit columne .a.ad seratile.e.sicut basis.a.ad basim. e.eadem ratione erit columna.a.ad seratile.f.sicut basis.a :ad basim.f.at rursus columne.a.ad seratile.g.sicut basis.a.ad basim.g .igit̃ ex.24.quinti quotiens necesse fuerit assumpta facile cōcludes propositū.constat itaqꝫ ex hoc q͂



¶Omnes colūne laterate super candē basim vel super equales constitute si fuerint eque alte erunt equales.

¶Cum enī vt proximo probatum est eque alte colūne laterate sint suis basib⁹ ꝓportionales. ponantur aūt bases esse aut easdē aut equales necesse ē ex.24.quinti vt etiam colūne sint equales.constat quoqꝫ q͂.

¶Si fuerint quelibet solida paralellograma seratilia ⁊ laterate colūne eque alta ipsa quoqꝫ suis basibus proportionalia eē necessario cō probantur.

¶Omnia enim hee species sunt lateratarꝫ columnarum de quibus paulo ante vniuersaliter probatum est verum esse quod dicitur.

¶Omnis laterata columna tripla est ad suam piramidem.

¶Distinguatur basis columne in triangulos ⁊ ẜm numerum triangulorum illorum distinguatur columna in seratilia ⁊ piramis columne in piramides habentes bases triangulas que videlicet sunt bases seratilium. constat itaqꝫ vnumquodqꝫ seratile ad eā piramidem que super eandem basim cum ipso seratili consistit triplum esse.hoc enim demonstratum est in sexta huius duodecimi libri:igitur ex. 13 quinti omnia seratilia pariter accepta ad omnes piramides pariter acceptas necesse est esse triplum cumqꝫ ex omnibus seratilibus pariter acceptis columna et

et ex omnibus piramidibus pariter acceptis piramis columne perficiantur con/ stat veram esse hanc nostram propositionem.

¶ Si fuerint due quelibet columne laterate equales: earum bases earundem altitudinibus mutue erũt. Si vero bases earum ⁊ altitudines mutue fuerint: easdem columnas equales esse necesse est.

¶ Si enim columne sint equales earum piramides erunt equales eo ꝙ omnis la/ terata colũna ē tripla ad suã piramidē. si autem piramides fuerint equales sue ba ses suis altitudinibus mutue erunt quēadmodũ demonstratum est in septima hu/ ius: quia igitur columnarum suarumqꝫ piramidũ eedem sunt bases ⁊ altitudines sunt eedem. constat prima pars ꝓpositi. Sint igitur bases ⁊ altitudines ꝓposita/ rum columnarum lateratarum mutue: dico ꝙ columne erunt equales. cum eni ee/ dem sint bases eedemqꝫ altitudines colũnaꝝ suaꝝqꝫ piramidum: erunt bases ⁊ al/ titudines piramidũ ꝓpositaꝝ colũnarum mutue. si hoc vt positũ est veꝝ fuerit de columnis. erunt itaqꝫ piramides equales ꝓut in septimo huius demonstratum ē igitur ⁊ columne equales cum ipse triple sint ad suas piramides: quare patet secũ da pars eius quod propositum est.

¶ Omnium duarum columnarum lateratarum similium est propor/ tio alterius ad alteram tanq̃ꝫ lateris ad suam relatiuum latus propor/ tio triplicata.

¶ Si columne fuerint similes erunt ex diffinitione similiũ corporum bases earum ceterecꝫ superficies eas ambientes si͞les Diuidant̃ itaqꝫ bases earum in trianglos similes ⁊ numero equales quemadmodum .18. sexti proponit esse possibile: ⁊ ipse columne diuidant̃ in seratilia super hos triangulos existentia. Unde igitur proba/ re seratilia vnius suis relatiuis seratilibus alterius eē similia: qđ facile probabis ex ypothesi ⁊ sexta ⁊ quarta ⁊ quinta sexti: et diffinitione similium superficieꝝ ⁊ diffi/ nitione similium corporum hoc autē probato erit ex. 36. vndecimi proportio vnius cuiusqꝫ seratilis vnius ad suum relatiuum seratile alterius sicut sui lateris ad latus illius ꝓportio triplicata: Et quia omnium laterum est proportio vna cum cuncta seratilia vnius sint similia suis relatiuis seratilibus alterius. sequitur ex vndecima quinti vt cunctorum seratilium vnius ad sua relatiua seratilia alterius sit propor/ tio vna: quare per. 13. quinti que est proportio vnius seratilis ad suum seratile rela tiuum alterius eadem est omnium pariter acceptorum ad omnia pariter accepta ⁊ quia vtrobiqꝫ omnia seratilia pariter accepta componunt columnas ⁊ relatiua latera seratilium sunt relatiua latera columnarum: necesse est ex vndecima quinti vt proportio columnarum sit sicut suorum relatiuorum laterum proportio triplica ta quod est propositum.

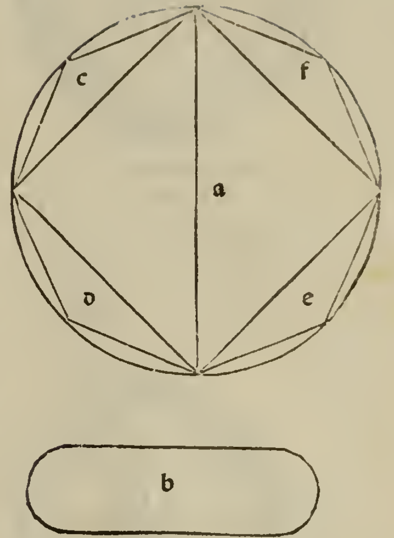
Propositio .9.



Omnis columna rotunda piramidi sue triplex esse cōpro/ batur.

¶ Supra circulum .a. intelligantur vna columna ⁊ vna piramis secũ dum candē suã altitudinē erecte: dicanturqꝫ equiuoce ipsa piramis et columna ⁊ circulus nomine vno scꝫ. a. dico itaqꝫ ꝙ colũna. a. est tri/ pla ad piramidē. a. cuius ꝓbatio ē quia neqꝫ maior neqꝫ minor pōt esse q̃ꝫ tripla Sit eni primũ si possibile est maior quam tripla quantitate corporis. b. ita ꝙ si. b.

corp⁹ dematur de colūna .a. erit resid ū ei⁹ triplū ad piramidē .a. Inscribat̄ ergo quadratū circulo .a. sup qd̄ erigantur duo seratilia eque alta colūne .a. de quibus duobus seratilibus pīter acceptis cōstat ꝙ ipsa sūt plus medietate colūne .a. quē / admodū ipsum quadratū constat esse plus medietate circuli .a. Si eni ex ipsis sera tilibus perficiantur solida palellograma quoꝝ ipsa sunt medietates: erit ipsa colū / na ps ipsoꝝ duoꝝ solidoꝝ pīter acceptoꝝ: deinde super latera quadrati inscripti p ficiā quatuor triangulos duum equaliū lateꝝ in portionibus circuli quaꝝ portioni nu latera quadrati sunt chorde diuisis arcubus illaꝝ portionū p equalia ꝛ sunt illi trianguli .c.d.e.f. super quos etiā erige seratilia ad altitudinē colūne .a. ꝛ manife / stū est ꝙ hec seratilia sunt maius medietate portionū columne super portiōes cir / culi consistentiū quēadmodū ꝛ ipsi trianguli sunt maius medietate portionū circu li. Fiat aūt hoc totiens quousqꝫ p primā .10. cogat̄ aduersarius cōfiteri portiones colūne pīter acceptas esse minus corpore .b. Erit igit̄ columna laterata octogona quā cōponunt omnia seratilia pariter accepta quaꝝ bases sunt trianguli diuiden / tes poligoniū inscriptū circulo .a. mai⁹ triplo piramidis rotūde .a. ꝛ qꝛ ipsa latera ta colūna ē tripla ad suā piramidē sicut demonstratū ē in eis que premissa sunt. se quitur ex scd̄a pte .10. quinti libri vt rotunda piramis .a. sit minor laterata pirami de laterate columne cuius basis ē inscriptū poligoniū basi rotunde piramidis .a. qd̄ est impossibile. Est eni piramis laterata ps ipsius piramidis rotunde: nō ē igit̄ piramis .a. min⁹ tertia pte sue columne. sed nec plus tertia. Si eni possibile ē: sit pi ramis .a. plus tertia pte columne .a. quātitate corporis .b. ita ꝙ detracto corpore .b de piramide .a. sit residuū ipsius piramidis tertia pars colūne .a. igit̄ quēadmodū prius ex piramide .a. intelligat̄ detrahi piramis laterata sibi eque alta cuius basis sit quadratū circulo .a. inscriptū quā lateratam piramidem constat esse plus dimi / dio piramidis rotunde. Item de residuo piramidis .a. rursus intelligant̄ detrahi piramides eque alte statute super triangulos .c.d.e.f. qui sunt in portionibus ba / sis ꝛ hoc totiēs fiat vt ex prima decimi relinquat̄ ex piramide .a. minus corpore .b erit itaqꝫ piramis laterata inscripto poligonio supstans quā cōponunt laterate pi ramides ex rotunda piramide detracte maius tertia pte rotunde colūne .a. ꝛ quia ut probatū ē in p̄cedentibus hec piramis laterata ē tertia ps sue columne laterate .a. sequit̄ denuo ex scd̄a pte .10. quinti libri columnā rotundā .a. esse minorē colūna laterata eiusdē altitudinis cuius basis ē poligoniū basi rotunde piramidis inscri / ptū: hoc aūt impossibile: nā hec colūna rotunda laterata ps ē colūne rotūde. Cum igitur columna rotunda nō possit eē minus triplo sue piramidis neqꝫ maius: erit necessaria tripla ad eam quod demonstrare volumus.

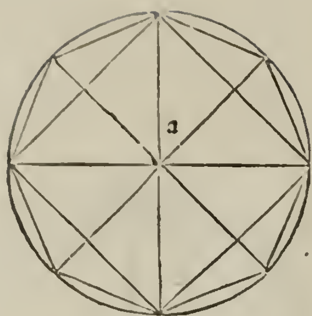


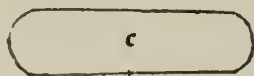
Propositio .10.

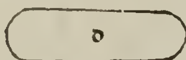


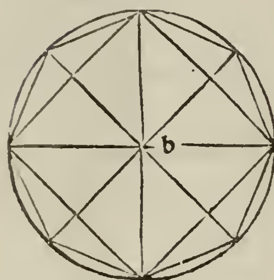
Omnium duarum rotundaꝝ piramidum similiū columnarumve rotundarum similium ē proportio alterius ad al / teram tanqꝫ diametri sue basis ad diametrū basis alteri⁹ proportio triplicata.

Sint duo circuli .a. ꝛ .b. super quos constituantur due rotūde pira mides similes dueqꝫ columne rotunde similes ꝛ dicantur circuli ꝛ piramides ꝛ co /





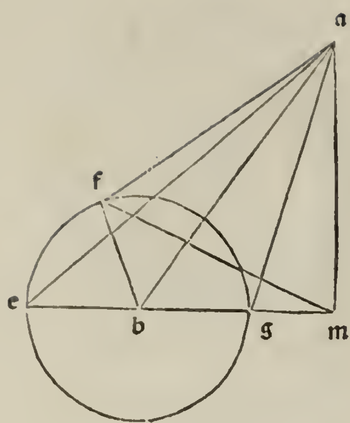




lumne & diametri circulorum bis nominibus.a.&.b.equinoce: dico itaq; q̧ ꝓportio duarum piramidum.a.&.b.duarũq; columnaꝝ.a.&.b.ē sicut duaꝝ diametroꝝ a.&.b.proportio triplicata: hoc autem si de piramidibus constiterit: de columnis autem constabit ex.15.quinti.cum omnis columna rotunda sit ex premissa tripla ad suam piramidē: de piramidibus autem constabit hoc demonstratione ducente ad impossibile. Est eni per cõmunē sciam positā in principio scđe demõstrationis huius. 12.libri: que proportio diametri.a.ad diametrũ.b.triplicata: eadem piramidis.a.ad aliqđ corpus: illud igiť corpus sit.c.de quo dico q̧ ipsum non põt esse minus neq; maius piramide.b. Sit primo minus si fuerit possibile quantitate corporis.d.ita q̧ duo corpora.c.&.d.pariter accepta sint quãtum piramis. b.itaq; quē admodũ in scđa pte premisse ex piramide.b .detrahať laterata piramis sibi eque alta cuius basis sit quadratum inscriptũ circulo.b.& ex residuo eius detrahanť piramides eiusdē altitudinis consistentes super trigonos portionũ circuli.b. fiat ita q; hoc totiens quousq; cogente prima.10.sit residuũ piramidis.b. minus corpore d.eritq; ex cõi scia laterata piramis detracta quã cõponunt partiales piramides detracte maius corpore.c. Inscribať itaq; circulo.a.poligoniũ simile illi quod est basis laterate piramidis detracte a piramide.b.& ad angulos huius poligonij inscripti circulo .a.demitte lineas a cono piramidis.a.perficiens super illud poligonium lateratā piramidē eque altã rotunde piramidi.a.hanc igiť studeas demonstrare esse silē laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b.qđ hoc mõ facies: in vtraq; piramide eriges axem ipsius que erit ex diffinitõne linea cõtinuans verticē piramidis cũ cētro basis & erit perpendicularis ad basim: dehinc a centris basium protrahas in vtroq; circulo semidiametros ad omnes angulos vtriusq; poligonij inscripti.cumq; ex diffinitione similium piramidum rotundarum sit ꝓportio axis vnius ad axem alterius sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alteri⁹.ideoq; etiã ex.15.quinti & equa ꝓportiõalitate sicut semidiametri ad semidiametrũ: sint aũt vtrobiq; omnes anguli quos axes cum semidiametris continent recti.necesse ē ex sexta ꝓpositione sexti libri & quarta eiusdē & diffinitiõe similium superficieꝝ & similiũ corpoꝝ diffinitione vt laterata piramis.a.sit similis laterate piramidi.b.quare p additã ad.8.huius ꝓportio laterate piramidis.a.ad lateratam.b.ē sicut lateris vnius ad suũ relatiuũ latus alterius ꝓportio triplicata. ideoq; & sicut diametri.a.ad diametrũ.b.triplicata.igiť quoq; sicut rotunde piramidis.a.ad corpus.c.ex.11.quinti quare permutatim proportio laterate piramidis.a.ad rotundã piramidē.a.sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.& q2 laterata piramis.b.maior ē corpore.c.erit laterate piramis.a.maior rotunda piramide a.qđ ē impossibile cũ sit ps eius: nõ est ergo corpus.c.minus rotunda piramide.b Restat itaq; ꝓbandũ q̧ nec maius.si eni aduersarius dicat ipsũ eē mai⁹ tunc arguatur ex cõuersa proportionalitate ꝓportionē diametri.b.ad diametrum.a.triplicatã esse sicut corpis.c.ad rotundã piramidē.a.sed ex cõceptione eadē est rotunde piramidis.b.ad aliqđ corpus aliud qđ sit.d.& q2 ex ypothesi corpus.c. maius ē rotunda piramide.b.sequiť ex. 14.quinti q̧ rotunda piramis.a.sit maior corpore.d. itaq; proportio rotunde piramidis.b.ad corpus qđ ē minus rotunda piramide.a videlicet ad.d.est sicut sue diametri.b.ad diametꝝ alterius ꝓportio triplicata.hoc aũt est impossibile .nã ex hoc demõstrauim⁹ sequi q̧ ps sit maior suo toto.cũ ergo

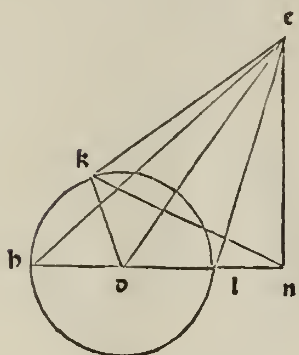
corpus.c.nõ possit min⁹ eẽ neq̃ꝫ mai⁹ rotunda piramide.b.erit necessario sibi eq̃/le.ideoq̃ꝫ ex scõa pte.7.quinti constat ꝓpositũ.Nõ lateat autem nos huius demonstrationis processum ad eas dũtaxat colũnas ꝛ piramides rotundas coartari quarum axes suis basibus perpendiculariter insistunt:tales eni diffinite fuerũt i principio vndecimi:cum tamẽ passio hic demonstrata cõmuniter conueniat omnibus columnis rotundis similibus piramidibusq̃ꝫ rotundis similibus siue eaꝝ axes super bases suas fuerint orthogonaliter erecte siue super eas fuerint inclinate: ꝛ appellent̃ differentie cã hec rotunde colũne ꝛ piramides q̃rum basib⁹ axes orthogonaliter superstant erecte:relique vero dicant̃ inclinate :ꝛ qꝛ in principio.11.non sunt diffinite colũne aut piramides rotunde nisi ille tm̃ quas erectas vocam⁹:hec quidẽ per motũ palellogrami rectanguli.illi vero per motũ trigoni rectãguli. ideo conueniens arbitramur diffinire columnas rotundas ꝛ piramides diffinitionib⁹ cõmuniter ꝛ vniuoce conuenientibus erectis ꝛ inclinatis columnis ꝛ piramidibus rotundis.Cum igit̃ extra superficiem alicuius circuli descripti signatur punct⁹ qui cũ circũferentia ipsius circuli per lineam rectam continuatur si linea ipsa signato puncto manente fixo descripto circulo quousq̃ꝫ ad locum vnde moueri inceperit.circũducat̃:corpus qd̃ a curua sup̃ficie quã motu suo describit hec linea ꝛ ab ipso circulo cui circũducit̃ cõtinet̃ voco piramidẽ rotundã.et circulũ cui linea hec circũducitur voco basim ipsius piramidis.fixum aũt punctũ extra circulũ sup̃ficiem signatũ voco conũ piramidis:lineamq̃ꝫ rectã cõtinuantẽ centrũ basis cũ cono piramidis appello axem seu sagittã piramidis.Cumq̃ꝫ hec sagitta fuerit perpendicularis ad basim dico piramidẽ esse erectam.cũ vero inclinata dico etiã piramidẽ inclinatam.cum aũt fuerint duo circuli equales descripti in superficiebus equidistantibus quos vna plana sup̃ficies p coꝝ centra transiens secuerit fuerintq̃ꝫ continuate per lineã rectã due relatiue sectiones duarum circũferentiarum ipsoꝝ circuloꝝ.Si linea hec in circũferentijs ipsoꝝ circuloꝝ equidistanter situi a quo moueri incep̃erit quousq̃ꝫ ad locũ suum redeat circũducat̃:corpus qd̃ a curua sup̃ficie quã motu suo describit hec linea ꝛ a duobus ꝓpositis circulis continet̃:voco columnã rotundam.cuius axis siue sagitta ẽ linea recta centra duoꝝ circuloꝝ cõtinuans. Et cum hec sagitta fuerit perpendicularis ad superficiem vtriusq̃ꝫ duorum circulorum:dico columnam esse erectam.Cum vero fuerit super basim inclinata dico columnam esse inclinataꝫ.Cumq̃ꝫ fuerint due rotunde piramides aut columne a quarum axibus egrediantur due superficies super bases earum orthogonaliter erecte fuerintq̃ꝫ anguli quos axes ꝛ communes sectiones harum superficierum ꝛ basiuꝫ continent ad inuicem equales: ꝛ fuerit proportio axis vnius ad axem alterius sicut semidiametri basis vnius ad semidiametrum basis alteri⁹:tunc illas duas piramides adinuicem aut illas duas columnas ad inuicem dico similes esse.His diffinitionibus positis demonstrandũ est ꝙ omnium duarum rotundarum piramidum similium columnarũve rotundarum similium siue erecte siue inclinate fuerint est proportio vnius ad alteram sicut diametri basis vnius ad diametrum basis alterius proportio triplicata quod de solis erectis demonstratum est ad hoc autem premittimus antecedens necessarium.

Si fuerint due rotunde piramides ad inuicem similes vtranq̃ꝫ quaꝝ

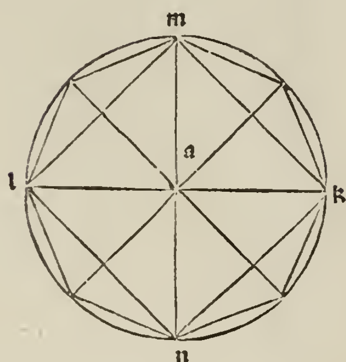


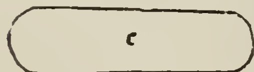
dne plane superficies super axem secent fueritq3 harum duarum superficierum altera in vtraq3 piramide super basim eius orthogonaliter erecta ac arcus basium inter illas duas superficies contenti similes: erunt anguli quos axes & due communes sectiones basium & earum superficierum que sup bases nō ponūt orthogonaliter erecte cōtinēt adinuicē eq̄les

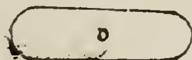
Sint due rotunde piramides.a.b.&.c.d.quarum bases sūt circuli.e.f.g.&.h.k.l.et axes due linee.a.b.&.c.d.& diametri basiū.e.g.&.h.l.centra basiū sunt duo pūcta b.&.d.coni piramidū.a.&.c.similes ad inuicē:& ab earum conis ad superficiē basiū protrahant̄ vt docet.11.vndecimi libri due ppendiculares que sunt.a.m.&.c.n. & continuentur puncta .m.&.n.cū centris basiū ptractis lineis .b.m.&.d.n. eritq3 ex.18.vndecimi supficies.a.b.m.que egredit̄ ab axe.a.b.erecta sup basim piramidis.a.b.orthogonaliter.Eodē modo supficies.c.d.n.que egredit̄.a.b.axe.c.d.erit erecta super basim piramidis .c.d.orthogonaliter.sint itaq3 duo arcus.f.g.&.k.l. similes:& intelligant̄ due superficies.a.b.f.c.d.k.egredi ab axibus & secare piramides .a.b.&.c.d. sil'es:dico igitur duos angulos.a.b.f.c.d.k.esse adinuicem equales.protrahant̄ eni due linee.f.m.&.k.n.q2 igit̄ due piramides.a.b.&.c.d.sunt similes & due supficies.a.b.m.c.d.n.stantes orthogonaliter super bases egrediunt̄ ab earum axibus:erit ex diffinitione similiū piramidū angulus.a.b.m.equalis angulo.c.d.n:& q2 ex diffinitione linee supra supficiem ppendiculariter erecte vterq3 duorum āgulorum .a.m.b.c.n.d. ē rectus erunt ex.32.primi & .4. sexti duo primi trianguli .a.b.m.&.c.d.n.laterū pportionaliū vt pportio linee.a.b.ad lineā.c.d.sicut b.m.ad.d.n. & sicut.a.m.ad.c.n.& q2 ex diffinitione siliū piramidū pportio axis a.b.ad axem.c.d.ē sicut semidiametri.b.f.ad semidiametrum.d.k .erit ex.11.quinti proportio .b.f.ad.d.k.sicut.b.m.ad.d.n.Cumq3 sint duo anguli.f.b.m.&.k.d.n. equales eo q2 duo arcus .f.g.&.k.l. sunt similes ex ypothesi:erit ex sexta & quarta sexti proportio .f.m.ad.k.n. sicut.b.m.ad.d.n:ideoq3 sicut .a.m.ad.c.n. & quia iterum ex diffinitione linee super superficiē perpendiculariter erecte vterq3 duorū angulorum.a.m.f.c.n.k.ē rectus:erit ex sexta & quarta sexti pportio.a.f. ad .c.k. sicut a.m.ad.c.n.ideoq3 per.11.quinti sicut.a.b.ad.c.d.& sicut.b.f.ad.d.k.igit̄ ex quinta sexti duo anguli.a.b.f.&.c.d.k.sunt adinuicem equales quod est propositum.

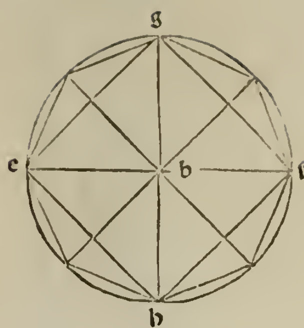


Idem pbabis leuiter de rotūdis columnis similibus:hoc itaq3 demonstrato dico q2 omnium duarum rotundarum piramidum similium quecunq3 fuerint siue erecte siue inclinate ē proportio vnius earum ad alteram sicut diametri sue basis ad diametrum alterius basis proportio triplicata.Sint enim vt prius due rotunde piramides.a.&.b.quarum bases sunt circuli.a.&.b.& horum circulorum diametri sint etiam.a.&.b.sitq3 proportio piramidis.a. ad corpus.c. sicut diametri.a. ad diametrum.b.proportio triplicata.non erit igitur corpus.c.minus neq3 maius rotunda piramide. b.Sit enim primo si possibile est minus quantitate corporis.d.ita q2 duo corpora.c.&.d.pariter accepta sint quantum rotunda piramis b. ab axe igitur piramidis .b. prodeat superficies que sit orthogonaliter erecta super circulum .b. Sitq3 communis sectio huius superficiei et circuli. b. linea e. f. transiens per centrum .b. que erit diameter circuli .b. & protrahatur inter circulum .b.alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit. g.h.Sicq3 inscribatur circulo.b .quadratum. e.g. f.h .& a rotunda piramide .b. intelligatur









detrahi laterata piramis cuius basis est quadratum circulo. b. inscriptum:que vt probatum e supra maius erit dimidio rotunde piramidis. Et ex residuo eius detrahantur piramides eiusde altitudinis consistentes super trigonos portionu circuli.b. fiatq3 hoc totiens quousq3 residuum sit rotunde piramidis. b.minus corpore.d.ex prima decimi. Eritq3 ex conceptione laterata piramis detracta quam componunt laterate partiales piramides detracte maius corpore.c.tunc ergo procedat ex axe piramidis.a.superficies alia que sit orthogonaliter erecta super circulum.a.z sit comunis sectio huius superficiei z circuli.a.linea.k.l.que ob hoc erit diameter circuli.a.protrahatur aut in circulo.a.alia diameter secans hanc orthogonaliter que sit.m.n.sicq3 inscribatur in circulo.a.quadratu.k.m.l n.z diuidendo arcus portionu circuli.a.per equalia pficiatur in circulo.a.poligoniu simile illi quod est inscriptum circulo.b.z ad singulos angulos huius poligonij demitte lineas rectas a cono piramidis.a.pficiens super illud poligonium lateratam piramidem eque alta piramidi.a.hanc aut laterata piramide pbabis esse simile laterate piramidi detracte a rotunda piramide.b.quod hoc modo facies pduces axes cogitatione vel actu vtriusq3 in vtrisq3 piramidib9.a.z.b.z a centris basium ptrahas lineas rectas ad omnes angulos inscriptorum poligoniorum. Eruntq3 ex premisso antecedente omnes anguli quos cotinet axis piramidis.a.cum singulis lineis ductis a centro circuli.a.ad angulos poligonij sibi inscripti equales suis relatiuis angulis quos continet axis piramidis.b.cu singulis lineis ductis a centro circuli.b. ad agulos poligonij sibi inscripti. Et qr ex diffinitione rotundarum piramidu similiu proportio axis piramidis.a.ad axem piramidis.b.est sicut semidiametri circuli.a.ad semidiametru circuli.b.sequitur ex sexta z quarta sexti z diffinitionib9 similium superficieru z similiu corporum q due laterate piramides.a. z.b. sint siles. Cetera argue sicut prius in decimo.constat itaq3 de omnibus rotundis piramidibus similibus q proportio earum sit sicut diametrorum suarum basium triplicata.z quia omnis columna rotunda e tripla ad sua piramide.hoc eni sufficieter e demostratu siue colune z sue piramides fuerint erecte siue inclinate: sequit ex.15.quinti vt etia quarumlibet columnarum rotundarum siliu sit proportio sicut suarum diametroru triplicata.



Propositio .11.

Omnes duas rotundas piramides siue columnas eque altas suis basibus proportionales esse necesse est.

¶Supra duos circulos.a.z.b.statuantur ut prius due rotunde piramides eque alte que dicant siliter.a.z.b.z due rotunde columne eque alte eisde litteris asscripte .a.z.b.dico itaq3 q pportio duarum piramidu .a.z .b.duarumq3 colunarum.a.z.b.e sicut duorum circuloru.a.z.b.quod de columnis manifestum erit si hoc prius de piramidibus demostrabit omnis eni rotunda columna tripla e ad suam piramidem:de piramidibus autem costabit indirecta demostratione hoc modo. Est eni ex coi scia pportio rotunde piramidis.a.ad aliqd corpus sicut circuli.a.ad circulu.b.illud corp9 sit.c.dico itaq3 q corp9 .c.no pot ee maius neq3 min9 rotuda piramide.b.sit eni pmo min9 qtitate corpis.d.igit circlo. b.inscribat qdratu z detrahat a rotunda piramide.b.piramis laterata cuius sit basis quadratu circulo.b.inscriptu z ex portionibus piramidib9 detrahant piramides

super trigonos portionum circuli consistentes fiatq; hoc totiens quousq; sit ex piramide.b.residuum minus corpore.d.eritq; laterata piramis detracta quã componunt partiales piramides detracte maior corpore.c.inscribatur ergo circulo.a. poligonium simile illi poligonio quod est basis laterate piramidis. b. ꝛ perficiatur super ipsum piramis laterata ductis lineis a vertice piramidis laterate.a .ad angulos poligonij inscripti.Eruntq; due laterate piramides.a.ꝛ.b.eque alte.hoc enĩ est propositum de rotundis :quare proportio laterate piramidis.a .ad lateratã piramidem.b.est sicut basis eius ad basim illius videlicet sicut poligonij.a.ad poligonium .b .hoc enim demonstratum est in sexta huius .at vero poligonij. a. ad poligoniũ .b.ẽ sicut circuli.a.ad circulum .b.quod manifestum ẽ ex prima ꝛ secunda huius:itaq; laterate piramidis.a.ad lateratã piramidem.b.sicut rotunde piramidis.a.ad corp⁹.c.q̃re permutatim laterate piramidis.a.ad rotundam piramidem.a.sicut laterate piramidis.b.ad corpus.c.cumq; sit laterata piramis.b.maior corpore.c.sequitur lateratam piramidem.a.esse maiorem rotunda piramide a.hoc autem impossibile:est enim pars eius:non erit ergo corpus.c.minus rotunda piramide.b.Si vero ponat aduersarius ꝙ sit maius demõstrabimus. rursum idem impossibile consequi:erit enim per conuersam proportionalitatem ꝓportio corporis.c.ad rotundam piramidẽ.a.sicut circuli.b.ad circulum.a.sit quoq; eadẽ rotunde piramidis.b.ad aliquod corpus qd̃ sit.d.cum igit̃ corpus.c.sit maius rotũda piramide.b.per ypothesim:erit ex.14.quinti rotunda piramis.a.maior corpore.d.itaq; proportio circuli.b.ad circulum.a.erit sicut rotunde piramidis.b.ad quoddã corpus minus rotunda piramide .a.sed hoc demõstratũ ẽ prius esse impossibile .sic enim sequit̃ ꝙ pars sit maior suo toto.non est igit̃ corp⁹.c. neq; min⁹ neq; maius rotunda piramide.b.sed tm̃ equale.itaq; ex scd̃a parte septime quinti conclude propositum. Ut aũt facilius incõcussiusq; demonstraret̃ qd̃ sequitur:ad ipsam est antecedens vtile premittendum quod est.

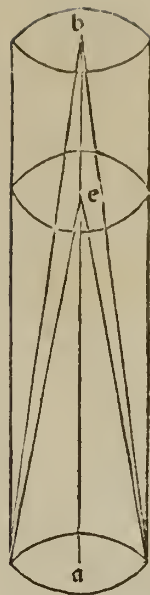
¶Si superficies quedam rotundam columnam equidistanter basi ei⁹ secuerit:erunt duo partialia corpora que ad illam secantem supficiem terminantur portionibus axis columne proportionalia.

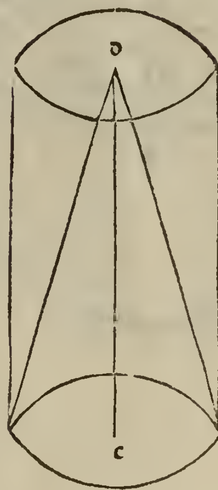
¶Simile ẽ hoc ei quod ꝓposuit.25.vndecimi libri de solidis paralellogramis nec solum verum est hoc de columnis rotundis imo simpliciter de omnibus columnis siue laterate fuerint siue rotunde. Qd̃ qui argumentationem prime sexti vel.25.vndecimi firmiter tenuerit facile demonstrare poterit:hic eni nõ aliter q̃; ibi ex diffinitione incontinue proportionalitatis que posita ẽ in prohemio quinti libri arguendum est propositum.Attendere aũt oportet ꝙ quecunq; superficies secat colũnam equidistanter basi ipsius secat etiam eam equidistanter superficiei basis eius opposite.nam quecunq; superficies vni superficiei sunt equidistantes ipse quoq; sunt equidistantes adinuicem ut ex his que dicta sunt ex decimasexta vndecimi libri didicisti :quare manifestum est ꝙ omnes rotunde columne quarum sunt bases eq̃les altitudinib⁹ suis sunt proportionales:Idem quoq; de lateratis.idem quoq; de piramidibus rotundis:ꝛ etiam de lateratis quod de piramidibus cõstabit si prius de columnis probetur.Est enim omnis columna triplex ad suam piramidem rotunda quidem ex nona huius:laterata vero ex his que supra in octaua demnostrata sunt

Propositio .12.



Si due piramides rotunde siue columne fuerint eq̄les sue bases ꝛ altitudines erūt mutue. Si vero sue bases ꝛ altitudines mutue fuerint ipsas piramides siue colūnas eq̄les eē necesse ē. ¶ Altitudinē piramidū determinant linee a conis ad bases ꝑpendiculariter descēdentes: colūnaꝝ autem a supp̄remis eaꝝ supficieb⁹ ad bases. Sint itaqȝ due rotūde piramides .a. b. ꝛ .c.d. eq̄les: dueqȝ rotūde colūne .a.b. ꝛ .c.d. eq̄les: sintqȝ cōes bases tam piramidū q̄ȝ colūnaꝝ duo circuli .a. ꝛ .c. cōes quoqȝ altitudines tam piramidū q̄ȝ colūnaꝝ determinate ꝑ lineas .a.b. ꝛ .c.d. dico ꝙ ꝓportio circuli .c. ad circulum .a. ē sicut altitudinis .a.b. ad altitudinē .c.d. ꝛ ecōuerso. hoc aūt si de colūnis ꝓbatū fuerit de piramidibus certū erit: qm̄ oīs colūna rotūda tripla ē ad suā piramidē. si itaqȝ due altitudines .a.b. ꝛ .c.d. fuerint eq̄les ex p̄missa cōstat ꝓpositū. Si aūt ineq̄les sit .a.b. maior sumaturqȝ .a.e. eq̄lis .c.d. ꝛ secet̄ colūna .a.b. a supficie .e. equidistāter basi ei⁹ .a. erit qȝ ex p̄misso antecedente colūna .a.b. ad colūnā .a.e. sicut altitudo .a.b. ad altitudinē .a.e. iōqȝ ex prima pte .7. quinti colūna .c.d. ad colūnā .a.e. sicut altitudo .a.b. ad altitudinē .a.e. quare ꝑ scōam ptē .7. quinti sicut altitudo .a.b. ad altitudinē .c.d. ex p̄missa aūt ē colūna .c.d. ad colūnā .a.e. sicut circulus .c. ad circulū .a. itaqȝ p .11. quinti ē altitudo .a.b. ad altitudinē .c.d. sicut basis .c. ad basim .a. constat igitur prima ps. Scōa cōuerso mō cōstabit eadē dispositione manēte. sit eni vt basis .c. ad basim .a. sic altitudo .a.b. ad altitudinē .c.d. dico ꝙ due colūne .a.b. ꝛ .c.d. sūt eq̄les. erit eni ex scōa pte .7. quinti altitudo .a.b. ad altitudinē .a.e. sicut basis .c. ad basiȝ .a. ꝛ qr ex p̄missa colūna .c.d. ad colūnā .a.e. ē sicut basis .c. ad basiȝ .a. ꝛ ex p̄missa antecedente colūna .a.b. ad colūnā .a.e. sicut altitudo .a.b. ad altitudinē .a.e sequit̄ ex .11. quinti vt colūna .c.d. ad colūnā .a.e. sit sicut columna .a.b. ad eandem .a.e. igitur ex prima pte .9. quinti due colūne .a.b. ꝛ .c.d. sunt equales: quare cōstat etiā secunda pars.



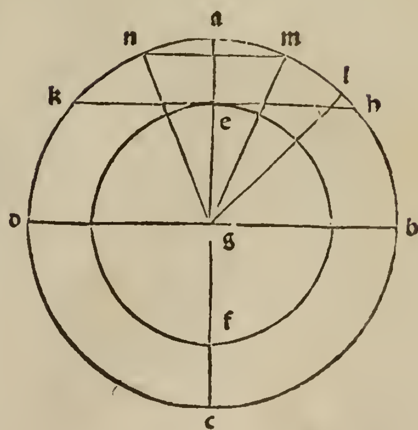


Propositio .13.

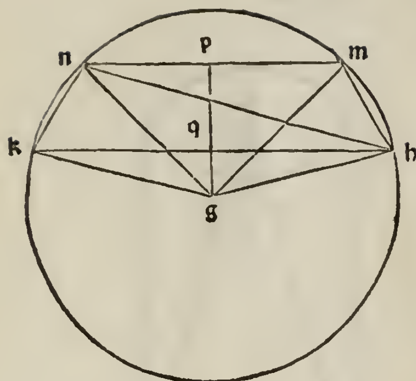


Cum ꝓpositi fuerit duo circuli ab vno cētro circūducti superficiē multiangulā equaliū lateꝝ circulū minorē minime tangentiū intra circulum maiorem describere.

¶ Sint duo circuli .a.b.c.d. ꝛ .e.f. ab vno cōi cētro qd̄ sit .g. circūducti. dico ꝙ intra maiorem qui sit .a.b.c.d. possibile ē vnū poligoniuȝ qd̄ sit equilateꝝ describi minorē circulū qui ē .e.f. nullo suoꝝ lateꝝ tangens. Quadrent̄ eni hi duo circuli duabus diametris sup centꝝ ipsoꝝ orthogonaliter seinuicē secantibus que sint .a.c. ꝛ .b.d. sitqȝ .e.f. diameter minoris ps diametri .a.e. q̄ ē diametri maioris. sicqȝ igit̄ a puncto .e. ducat̄ vtrinqȝ vsqȝ ad circūferentiā maioris linee orthogonaliter super diametꝝ .e.f. que occurrat circumferentie maioris hinc quidē i puncto .h. inde vero in puncto .k. eritqȝ ex corelario .15. tertij linea .h e .k. contingens circulum minorē: postea vero quadrantē .a.b. maioris circuli diuide per equalia in puncto .l. secūdū doctrinam .29. tertij: dehinc rursus arcum .a.l. ꝑ equalia ad punctum .m. cumqȝ hoc pluries feceris necessario tandem deuenies ad arcū qui minor erit arcu .a.b. sitqȝ hic .a.m. hoc autē idcirco necessarium est qr cuȝ fuerint due quātitates ieq̄les si a maiori eaꝝ demat̄ ei⁹ dim diū. itēqȝ a residuo dimidiū possibile ē hoc totiēs fieri quousqȝ tādē mior miore eaꝝ relinq̄t quēadmoḋ i p̄ma .10. demōstratū ē. cū igit̄ sic diuidēdo ad arcū q̄ntulumcūqȝ miorē .a.b. fuerit



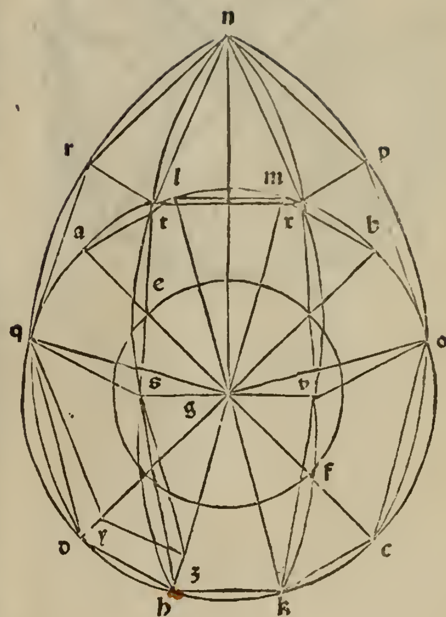
ducentū cuiusmodi est arcus hic.a.m.sumatur arcus.a.n.equalis arcui .a.m.du/ canturq3 due linee.a.m.z.n.m.quia igitur arcus.a.k.est equalis arcui. a.b.quod ex secunda parte tertie tertij z quarta primi z.28. tertij manifestum ē z quia arcus a.n.est equalis arcui.a.m.erit ex cōmuni scientia arcus.n.k.equalis arcui.m .b. ergo due linee.m.n.z.k.b.sunt equidistantes ergo linea.m.n.non poterit tange/ re circulū.e.f.q̄re multo fortius neq3 linea.a.m.potest ipsum tangere: ¶ Quoniā igitur constat circulum.a.b.c.d.diuisibilem esse per arcus equales arcui.a.m.ideo3 per.28.tertij sil' cōstat itra ipsū circulū posse chordulas eq̄les chordule.a.m.conti/ nue coaptari circulum ipsum poligonie chordantes.manifestū est itra circulū ma/ iorē posse vnū poligoniū equilaterū cuius vnū latus ē linea .a.m. inscribi z quia linea.a.m.nō contingit circulum minorē p3 ex prima pte.13. tertij et diffinitione linearum a centro circuli equaliter eq̄distantium q inscriptū poligoniū nullo late/ rū suor tangit circulū minorē qd est propositū. ¶ At quid dubitas duas lineas.m n.z k.b.eē eq̄distantes cū sint duo arcus.n.k.z.m.b.equales: hoc aūt incōcussā veritatē sortitum est q due linee circulū vnū nō aūt se inuicē secantes: si ex circum ferentia equales arcus hincinde lineis ipsis inter sint erunt equidistantes: duc qui dem a centro.g.lineā.g.p.ppendicularē ad lineā.m.n.que secet lineā.b .k.i pun/ cto.q.z protrahe lineas.g.m.g.n.g.k.g.b.z duobus arcubus.n.k.z.m.b.subten de duas chordas que etiā dicant.n.k.z.m.b.erūtq3 ex.28.tertij hec chorde eq̄les n.k.z.m.b.eo q arcus equales z per secūdā ptē tertie eiusdē tertij erit linea.n.p. equalis linee.m.p.cum igitur vterq3 duor angulorum qui sunt .a. d.p. sit rect⁹ ex diffinitione perpendicularis erit ex quarta primi angulus.n.p.g. equalis angulo p.g.m. At vero per.8.primi angulus.k.g.n.ē equalis angulo.b. g.m. itaq3 p cō/ munem scientiā que ē si equalibus equalia addas tota erunt equalia.erit angulus k.g.q.equalis angulo.q.g.b.ideoq3 per quartā primi linea.k.q erit equalis linee q.b.quare p primā partē tertie tertij linea.g.q.erit perpendicularis ad lineā.k.b. igitur ex prima pte.28.primi due linee.n.m.z.k.b.sunt equidistantes z hoc est qd dubitare conquestus es. ¶ Hoc eni idem aliter demōstrare est possibile ducat eni linea.n.b.eritq3 ex vltima sexti angulus.b.m.n.equalis angulo.n. b.k. eo q ar/ cus.b.m.est equalis arcui.n.k.ideo ex.27.primi linea.m.n.erit equidistans linee b.k. Conuersam quoq3 si libuerit conuerso modo probabis.si enim.linea.m.n.est equidistans linee.b.k.erit arcus.n.k.equalis arcui .m.b.erunt eni ex prima par/ te.29.primi duo anguli.b.m.n.z.n.b.k.equales.ideoq3 ex vltima sexti duo arcus n.k.z.m.b.erunt etiam equales:

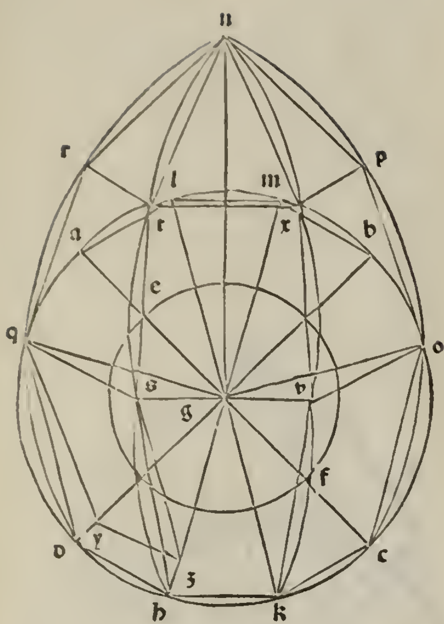


Propositio .14.

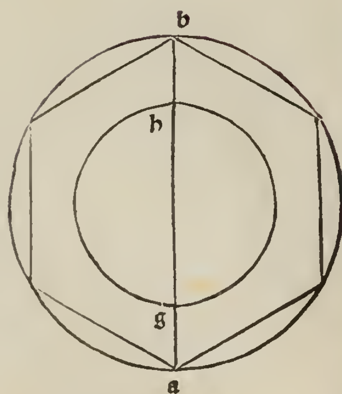
Duabus speris vnum centrum habentibus propositis in/ tra maiorem earum solidum multarum basium superfici/ em minoris spere minime tangentiū figuraliter cōstituere Quo constituto si in minori spera siue in qualibet alia spe ra simile corpus intelligibiliter constituatur erit propor/ tio corporis multarum basium intra maiorē speram constituti ad cor pus multarum basium intra minorem speram vel aliam constitutam sicut diametri maioris spere ad diametrum minoris vel alterius spere proportio triplicata.

¶ Sint proposite due spere.a.b.c.d.z.e.f.vnum atq; idem centrum quod sit.g. habentes z sit maior earum spera.a.b.c.d.minor vero spera.e.f. volumus autem intra maiorem earum vnum corpus multarum basium constituere: de quib⁹ non intendimus ꝙ ipse bases sint equales aut similes sed ꝙ nulla earum tangat superficiem minoris spere. Cum igitur hoc voluerimus facere secabimus simul vtranq; propositarum sperarum vna plana superficie per cōmune centrum earum transeunte: eruntq; ex diffinitione spere z diffinitione circuli cōmunes sectiones huius secantis superficiei z superficierum sperarum propositaꝝ linee continentes circulos. sint itaq; duo circuli.a.b.c.d.z.e.f.quorum centrum est centrum spere de quo propositum est ꝙ ipsum sit.g. Quadrabimus igit̄ hos duos circulos duabus diametris se supra cōe centrū eorū orthogonaliter secantibus que sint.a.c.z.d.b.postea maiori circulo ſm precepta premisse inscribemus vnum poligonium equilaterum nullo suorum laterum tangens minorem circulum . Et sufficiat exempli causa inscripsisse duodecagonum equilaterum ita ꝙ in quadrante ipsius maioris circuli qui est .c.d .sint tria latera huius duodecagoni que sint chorde.d.h.h.k. z.k.c. que cum sint equales erunt quoq; ex prima pte.27.tertij arcus earum equales: deinc a duobus punctis. h.z.k. que sunt extremitates medie chorde producemus duas diametros que sunt.h.m.z. k.l.z super centrum.g .erigemus lineam.g.n. perpendicularem ad superficiem circuli.a.b.c.d.quā producemus quousq; obuiet superficiei spere maioris super punctum.n.deinde intelligam quatuor superficies secantes speras propositas: quarum vnaqueq; secet eas super lineam.g.n.sed prima earum supra lineam.g.n.z diametrum.d.b.secūda super lineam.g.n.z diametrum.h.m.tertia vero super lineam.g.n.z diametrum.k.l.quarta autem super lineam.g.n.z diametrum.c.a.eruntq; ex diffinitionibus spere z circuli cōmunes sectiones harum superficierum z superficiei spere maioris linee continentes circulos z erūt portiones inscripte vt inter punctū.n.z quatuor puncta que sūt.d.h.k. c.quadrantes horum circulorum qui quadrantes sunt.d.n.h.n.z.k.n.z. c.n. hoc autem ideo euenit ꝙ omnes anguli quos continet linea .g.n.cum vnaquaq; diametrorum protractarum in superficie circuli.a.b.c.d.sunt recti ex diffinitione linee perpendicularis ad superficiem: recti vero anguli in centro quarte circumferentie subtendantur.quod ex vltima sexti euidenter apparet. Ex diffinitione autē circulorum equalium manifestum est ꝙ vnusquisq; hoꝝ q̄tuor circuloꝝ ē equalis circulo.a.b.c.d. Nam diameter omnium ipsoꝝ ē diameter spere maioris. igit̄.p.15. quinti q̄drantes eorū sunt equales: quare quinq; arc⁹ qui sunt.d.n.h.n.k.n.c.n.z d.c.sunt equales: i vnoquoq; ergo q̄tuor q̄drantiū circuloꝝ erectoꝝ coaptent̄ ypothemisales chorde quaꝝ q̄lib; sit eq̄lis chorde circuli ꝓstrati q̄ sūt latera poligonij sibi inscripti z ē vna eaꝝ chorda.d.h.sintq; i p̄mo quidē.d.q.q.r.z.r.n.in secūdo vero.h.s.s.t.z.t.n.in tertio autē.k.u.u.x.z.x.n.z in quarto sint.c.o. o.p.z .p.n. z protrahant̄ coraustaa cōiūgētes capita ypothemisaliū chordaꝝ q̄ sint.q.s.s.u.u.o z.r.t.t.x.x.p. vides igitur quarte parti supioris hemisperij maioris spere que quidem quarta pars ē.d .n.c.īscriptum ēe corpus.9.basium quarū tres que coeunt in puncto.n.sunt triangule: cetere autē sunt quadrangule. suntq; harum quadrangularum superficierum ypothemisalia latera equalia. sed non equidistantia. Corausti autē inter quosq; duos circulos intercepti sunt equidistantes adinuicē z chorde circuli prostrati sed non sunt adinuicem equales. hoc aūt scies si perpendiculares a





corauſtoꝝ extremitatibꝰ ad ſuperficiē circuli iacētis demiſeris. de quibus ꝯſtat ꝙ ipſe cadent ſuper diametros circuloꝝ quos corauſti ꝯtinuāt qđ ex demōſtratis in 13.11. facile deprebendes. Uerbi gratia. Sint a duobus terminis corauſti. q. f. de/ miſſe due perpendiculares. q. y. ꝛ. f. z. cadentes in diametris. d. b. ꝛ. b. m. ꝛ ꝓtrabā tur linee. q. g. ꝛ. y. z. eruntqꝫ ex quarta ſexti duo trianguli. q. y. d. ꝛ. f. z. b. ſilẽs qua/ re proportio duarum perpendicularium. q. y. ꝛ. f. z. erit ſicut duaꝝ cordaꝝ. q. d. ꝛ. f b. cumqꝫ ſint corde equales erunt etiā ꝛ ꝑpendiculares equales. At ipſe ſunt equidi ſtantes ex ſexta. 11. ergo ex. 33. primi corauſtꝰ. q. f. eſt equalis ꝛ equidiſtans linee. y z. ꝛ quia ex ſcđa pte ſcđe ſexti linea. y. z. ē equidiſtans corde. d. b. ꝛ iō minor. e. a. ſe quitur ex. 9. vndecimi ut corauſtus. q. f. ſit etiā equidiſtās corde. d. b. ꝛ mior ea ex conceptione. Cum itaqꝫ corde que ſunt latera poligonij inſcripti in circulo iacenti ꝛ ipſe ſunt oēs equales corde. d. b. nō tangāt ſperā minorē: neceſſe eſt ut nulluꝫ la/ tus barum baſium corporis inſcripti ſiue quadrangule ſint ſiue trigone tāgat ean dem minorem ſperā cū oīa hec latera ſint ipſis cordis equalia aut minora. Sim/ pliciter autē dico ꝙ nulla etiā barū baſiū de quibus omnibus manifeſtum eſt ex ſe cunda pte ſcđe. 11. ꝙ ipſe ſunt tote in ſuperficie vna poteſt aliquo ſui puncto con/ tingere minorem ſperam eo ꝙ omnis linea recta ducta ſuper quēlibet punctum cuiuſqꝫ earum equidiſtanter corauſto minor eſt neceſſario corda proſtrati circuli. Si igitur connexitates aliarum quartaruꝫ maioris ſpere tam ſuperioris hemiſpe/ rij q̄ꝫ inferioris ad eius ſimilitudinem quadrilateris trilaterisqꝫ ſuperficiebus ſub/ texantur: eritqꝫ maiori ſpere corpus. 72. baſium ſuperficiem minoris ſpere mini/ me tangentium quemadmodū ꝓpoſitū fuerit inſcriptū Dico iſup ꝙ ſi in alia qua libet ſpera ſimile corpus ſtatuat̄ erit ꝓportio vnius ad alteꝝ ſicut diametri vnius ſpere ad diametrū alterius triplicata erunt enim ex. 72. baſis vtriuſqꝫ corpis baſes totidem laterataꝝ piramidū quaꝝ omnium vertices erunt in centris ipſaꝝ ſperaꝝ has autē piramides perficies. ſi a ſingulis angulis inſcriptoꝝ corpoꝝ que ſūt ex/ tremitates cordaruꝫ ꝛ corauſtoꝝ lineas ad centra ſperaꝝ produxeris. ſtude itaqꝫ ex diffinitione ſiliūm corpoꝝ ꝓbare cūctas piramides vniꝰ eē ſilẽs ſuis relatiuis piramidibus alterius. Quo ꝓbato erit ex. 8. huius ꝓportio vniuſcuiuſqꝫ earum vniꝰ ad ſuā relatiuā alterius ſicut ꝓportio ſemidiametroꝝ ſperaꝝ ipſarum tripli/ cata. ſunt eni ſemidiametri ſperaꝝ latera cunctaꝝ piramidum. At qꝛ ſemidiame/ trorum ꝛ diametrorum eſt ex. 15. quinti vna ꝓportio ex. 13. eiuſdem facile conclu/ des propoſitum.



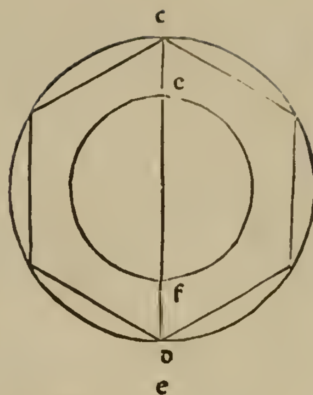
Propoſitio .15.

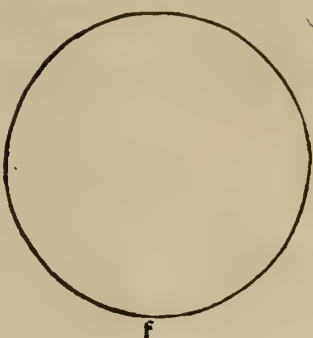


OMnium duarum ſperarum eſt proportio alterius ad al/ teram tanquā ſue diametri ad diametꝝ alterius propor/ tio triplicata.

¶ Sint due ſpere. a. b. ꝛ. c. d. quarum diametri ſint. a. b. ꝛ. c. d. dico ꝙ proportio earum eſt ſicut ſuarum diametroruꝫ ꝓportio triplicata Cuius demonſtratio eſt qm̄ neqꝫ ad minorē ſperā q̄ꝫ ſit ſpera. c. d. neqꝫ ad maiorē eſt proportio ſpere. a. b. ſicut diametri. a. b. ad diametꝝ. c. d. triplicata. Eſto quidē ꝓportio ſpere. a. b. ad ſperam. e. f. ſicut diametri. a. b. ſpere. a. b. ad diametrū. c. d. triplicata: demonſtrabo itaqꝫ ꝙ ſpera. e. f. non poteſt eſſe minor neqꝫ maior q̄m ſpera. c. d. ſi enim affirmet aduerſarius eam eſſe minorem imaginabor eam inclu/ di a ſpera. c. d. ꝛ circūduci ab eodem centro ꝛ inſcribam ſpere. a. b. qđ etiā nomine

sue spere dicat.a.b.cōstat itaq3 ex scda pte pmisse z.11.quinti q pportio spere.a.b. ad sperā .e.f.ē sicut corpis multaꝝ basiū qđ ē.a.b.ad corp9 multaꝝ basiū:qđ ē. c.d. vtraq3 eni ē sicut diameter. a.b.ad diametrū.c.d.triplicata:hec aūt ex ypothe.illa vero ex scda pte pmisse:quare pmutatim pportio spere .a.b.ad corpus multarum basium.a.b.ē sicut spera.e.f.ad corpus multaꝝ basium.c.d. cū igit spera.a. b.sit maior corpore multaꝝ basiū.a.b.erit etiā spera.e.f.maior corpore multaꝝ basium c.d.hoc aūt est impossibile.nā ipsa est pars ei9:nō ē ergo spera.e.f.est minor spera.c.d.Si aūt dicat aduersarius eā esse maiorē cōfutabimus ipsū hoc modo: erit eni per cōuersā proportionalitatē spera. c.f. ad sperā.a.b. sicut diametir.c.d.ad diametrum.a.b.triplicata.sit itaq3 eadem spere.c.d.ad speram.g.h.eritq3 ex. 14: quinti spera.g.h.minor spera.a.b.eo q spera.c.d.posita est minor spera .e.f.q̄re pportio spere.c.d.ad aliquā sperā minorē spera.a.b.est sicut diametri .c. d.ad diametrum .a.b.triplicata .At hoc est impossibile:nam ex hoc sequit q ps sit maior suo toto ut demonstratū est prius.itaq3 spera.e.f.nō est maior neq3 minor q̄3 spera.c.d.igitur ex.7.quinti conclude propositā conclusionē que imponit finem libro duodecimo. Explicit liber Duodecimus Incipit liber Tercinsdecimus.

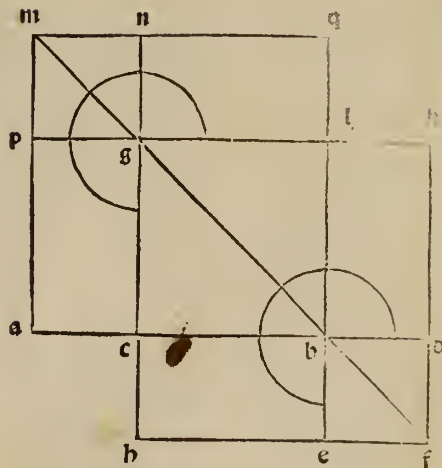




Propositio .1.

Cum diuisa fuerit linea scdm proportionem habentem mediū duoq3 extrema:si maiori portioni linea in longum addatur equalis dimidio ipsius linee proportionaliter diuise:quadratū linee ex eis duabus composite quadrati medietatis eiusdē linee diuise quintuplum esse necesse est.

¶Sit linea.a.b.diuisa i puncto.c.put docet.29.sexti.z sit maior portio eius linea .b. c.cui.b.c.directe adiungat linea .b.d. que sit equalis medietati toti9 a.b.dico q quadratū linee.c.d. erit quintuplum ad quadratū linee.b.d.Quadrabo eni lineā.b.d.z sit eius quadratū.d.e.z circūponā huic quadrato gnomonē scdm quantitatē linee.b.c.ptracta diametro.f.b.g. sitq3 circūpositus gnomo.e.g.d.eritq3 ex.22.sexti superficies inde cōposita que sit.b.k tanq3 quadratū linee.c.d.dico igitur quadratū.b.k.quintuplū esse ad q̄dratū.d.e sit igit.e.l.quadratū circūpositi gnomonis sibi que circūponatur alius gnomo ad quātitatē linee.a.c.ptracta diametro.f.b.vsq3 ad.m.sitq3 hic gnomo.c.m.l.z protrahant linee.c.n.z.p.l.equidistanter lateribus oppositis secantes se super diametrū.f.m.in puncto.g.Manifestū est aūt ex.22.sexti q compositū ex hoc secundo gnomone z quadrato.c.l.z ipsū quadratū sit.a.q.est quadratū linee.a.b. quod ex quarta secundi necesse est esse quadruplū ad quadruplū.d.e.eo q linea. b. d.ē medietas linee.a.b.cūq3 sit ex pma parte.16.sexti supficies.a.n.ideoq3 p.43.pmi superficies .m.l.equalis q̄drato.c.l.puenit eni.a.n.ideoq3 z.m.l. ex.b.a.in. a.c.z.c.l. puenit ex.c.b.in se z cum ex prima sexti sit.a.l.dupla ad.l.d. ideoq3 equalis. l.d. z.c.c. pariter acceptis ex.43. primi erit ex hac cōmuni scientia:si equalib9 equalia addas tota fient equalia:quadratum .a.q. eq̄le gnomoni .e.g.d.hic ergo gnomo quadruplus est ad quadratum.d.e. queadmodū erat quadratū.a.q. itaq3 totum quadratum.b.k.cum ipsum constet ex simplo z quadruplo erit ex cōmuni scientia



quintuplũ ad idẽ qđ ẽ propositũ. Idẽ aliter ex quarta sc̃di cõstat ꝙ quadratũ linee a.b.ẽ quadruplũ ad quadratũ linee.b.d. At per sc̃dam eiusdẽ qđ fit ex.a.b.in.b.c. ⁊ in.a.c.ẽ equale quadrato .a.b.qđ aũt ex.a.b.in.b.c.equũ ẽ ei qđ ex.b.d.bis i.b. c.qđ ex prima sc̃di manifestũ est.cũ.a.b.sit dupla ad.b.d. At vero qđ ex.a.b.in.a. c.ẽ ex prima pte. 16.sexti equale quadrato.b.c.itaqꝫ p cõem sciam qđ fit ex.b.d.bis in.b.c.⁊ qđ ex.b.c.in se ẽ equale quadrato.a.b.⁊ ideo ẽ quadruplũ ad quadratum b.d.quare supaddito quadrato.b.d.erit totũ aggregatũ quintuplũ videlicet illud qđ fit ex.b.d.bis in .b.c.cum q̃drato .b.c. ⁊ q̃drato.b.d. atquia ex quarta secun/ di hoc totũ est equale quadrato.c.d.constat verum esse quod diximus.

Propositio .2.



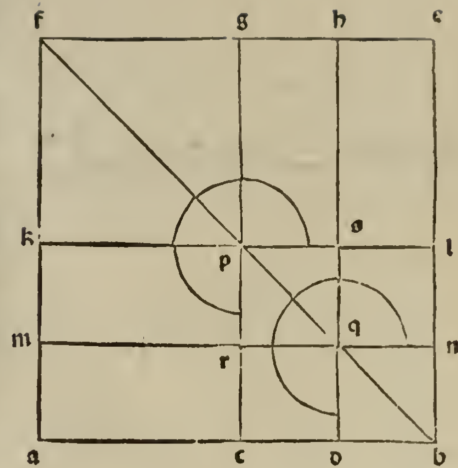
Si cuilibet linee bipartite cuius quadratum quadrati al/ terutrius suaꝝ portionũ sit quintuplũ in longũ sibi linea addatur donec eidẽ portioni reliq̃ portio cũ addita linea fiat duplex:eadẽ duplex linea sc̃dm ꝓportionẽ habentẽ medium duoqꝫ extrema diuisa erit maiorqꝫ portio eius erit linea media. Hec ẽ cõuersa premisse duplici quoqꝫ modo sicut illa demõ/ strabitur via retrograda eadẽ prorsus manente dispõne. verbi grã. sit quadratũ b.k.quintuplũ ad quadratũ.d.c.⁊ linea.a.b.dupla ad lineã.b.d.dico ꝙ linea.a. b.diuisa ẽ in puncto.c.ſm ꝓportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema ⁊ maior por/ tio eius ẽ linea media vt ẽ.c.b.cõstat aũt ex.4.sc̃di ꝙ quadratũ.a.q. quadruplum ẽ ad quadratũ.d.c.itaqꝫ gnomo.g.d.c.equalis ẽ quadrato.a .q.quocirca duo sup plementa.l.d.⁊.c.e.piter accepta sunt quantũ gnomo.c.m.l.atqꝫ eadẽ supplemẽ/ ta pariter accepta sunt ex prima sexti quantũ.a.l.ideoqꝫ quantũ.c.q.sequit̃ ꝙ.c.q sit equalis gnomoni .c.m.l.dempta igit̃ ab vtroqꝫ supficie.l.n.erit quadratum.c.l equale superficiei.a.n.cum igit̃ fiat supficies.a.n.ex.a.b.in.a.c. sit autem quadra tum.c.l.quadratũ linee.c.b.erit ex sc̃da pte. 16.sexti proportio.a.b.ad.b.c.sicut.b c.ad.c.a.ex diffinitione ergo linee ſm proportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema diuise positã in principio sexti libri cõclude ꝓpositũ. Itẽ aliter cum quadratũ.c.d sit ex ypothesi quintuplũ ad quadratũ.b.d.quadratũ vero.a .b.sit ex quarta sc̃di quadruplũ ad idem.at quadratũ.c.d.sit ex eadem equale quadrato .c.b. ⁊ quadra to .b.d.⁊ ei qđ fit ex.b.d.bis in.c.b.sequitur ut illud qđ fit ex.b.d.bis in.c.b. cum quadrato.c.b.sit equale quadrato.a.b.sed ex.b.d.bis in.c.b.tm̃ ẽ quantũ qđ ex.a b.in.b.c.eo ꝙ.a.b.dupla est ad.b.d.ergo quod fit ex.a.b.in.b.c.cuꝫ quadrato.b c.est equale quadrato.a.b.⁊ q2 ex sc̃da sc̃di qđ fit ex.a.b.in.b.c.⁊ in.a.d.est equale quadrato.a.b.sequitur ex cõmuni scientia ut quadratum linee.b.c.sit equale ei qđ fit ex.a.b.in.a.c.igitur ex secunda parte. 16.sexti ⁊ diffinitione constat ꝓpositum.

Propositio .3.



Cum diuisa fuerint linea sc̃dm ꝓportionẽ habentẽ mediũ ⁊ duo extrema si minori portioni tanq̃ dimidium maio/ ris directe iungatur:erit vt quadratum linee inde compo site quintuplum sit quadrati qđ ex ipsa maioris medietate portionis describit. Sit linea.a.b.diuisa in puncto.c. secun/ dum proportionẽ habentẽ medium ⁊ duo extrema .sitqꝫ eius maior portio linea.c b.que diuidatur per equalia in.d.dico ꝙ quadratum linee .a.d.est quintuplum ad quadratũ linee.c.d.describatur enim quadratũ.a.b.quod sit .a.e. in quo ꝓtrahãt̃

diametri.b.f.ꝛ linee.g.c.ꝛ.p.h.itemq̄ʒ.k.l.ꝛ.m.n.equidistanter lateribus oppo/ sitis secantes se inuicē sup diametꝝ in duobus punctis.p.ꝛ.q.ꝛ extra diametrū in duob⁹ alijs locis .r.ꝛ.s.manifestū igiť ē ex.22. sexti vel ex corelario quarte scōi: ꝙ omnes superficies existentes in quadrato.a.e.quas diameter diuidit per medium sunt quadrate: quatuoꝛ autem superficies que sunt.a.r.m.p.p.b.ꝛ.s.e.constat ex 43.pꝛimi ꝛ pꝛima sexti esse adinuicē equales.nā due postreme.p.b.ꝛ. s.e.sunt ad/ inuicē equales ex pꝛima sexti qm̄ igiť ex pn̄ti ypothesi ꝛ diffinitiōe linee ꝓm ꝙ ꝓ/ poniť diuise ꝛ pꝛima pte.16.sexti quadratū.c.l.ē equale supficiei.a.g.ideoqʒ ꝛ gno moni.r.f.s.ꝓpter id qd̄ supficies.a.r.ē equalis superficiei.p.b.ꝛ qm̄ ex quarta se/ cundi quadratū.c.l.est quadruplū ad quadratū.r.s.qd̄ ē tanq̄ʒ quadratū linee.c.d sequitur ex cōmuni sciētia ꝙ quadratū.m.b.sit quintuplū quadrati .r.s. constat eni ex gnomone quadruplo ꝛ .r.s.simplo.hoc aūt est pꝛopositū. Idēʒ aliter cū sit linea.b.c.diuisa per equalia in puncto.d.ꝛ addita est ei linea.a.c.erit ex.6.secūdi quod sit ex.a.b.in.a.c. cum quadrato.c.d.interiacentis equale q̄drato.a.d.at qꝛ quod fit ex.a.b.in.a.c.equale ē quadrato.c.b.ex pꝛima pte.16.sexti:hoc autem est quadruplum ad quadratum .c.d.manifeste pʒ veritas eius qd̄ diciť. Potes quoqʒ si libet etiam duplici modo ex cōsequēte huius suū antecedens cōcludere pꝛocessu retrogradu.sit eni eadē dispositione manente quadratū.m.b.quintuplū ad qua / dratū.r.s.eritqʒ gnomo.r.f.s.equale quadrato.c.l. Utrūqʒ eni est quadruplū ad quadratū.r.s.at qꝛ supficies.a.g.ē equalis gnomoni pꝛedicto necesse ē vt supficies eadē sit equalis quadrato pꝛedicto:quare ex scōa pte.16.sexti. ꝛ diffinitione linea a.b.ē diuisa in puncto.c.ꝓm ꝓpoꝛtionē habentē medium ꝛ duo extrema:ꝛ maioꝛ poꝛtio eius ē linea.c.d. Idē aliter cū sit ex ypothesi quadratū linee.a.d .quintuplū ad quadratū linee.c.d.ꝛ ex .6.scōi idē ipsū quadratum sit equale ei quod fit ex.a.b in.a.c.cum quadrato.c.d.sequiť vt id qd̄ fit ex.a.b.i.a.c.cū quadrato .c.d.sit quin tuplum ad idē quadratū.c.d.ideoqʒ eo dempto erit residuū videlicet qd̄ fit ex.a.b in.a.c.quadruplū ad ipsum ꝛ qꝛ etiā ex quarta scōi quadratum linee.c.b.ē quadru plum ad idē necesse ē vt qd̄ fit ex.a.b.in.a.c.sit equale quadrato .c.b.quare iterum ex secunda pte.16.sexti ꝛ diffinitione linea.a.b.ē diuisa ꝓm pꝛopoꝛtionē habētem medi m ꝛ duo extrema in puncto.c.ꝛ maioꝛ eius poꝛtio est linea.c.b.

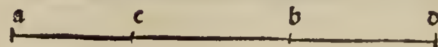


Pꝛopositio 4.



Si scōm pꝛopoꝛtionē habentē mediū ꝛ duo extrema que/ libet linea fuerit diuisa eiqʒ i longū directe tanq̄ʒ maioꝛ sectio adijciať:erit totā lineā inde cōpositā ꝓm ꝓpoꝛtio/ nem habentē mediū ꝛ duo extrema diuisaʒ esse ꝛ erit eius maioꝛ poꝛtio linea pꝛima.

¶Sit linea.a.b.diuisa qua supponiť ꝓpoꝛtione in puncto.c.ꝛ sit eius maioꝛ poꝛ tio.c.b.totiqʒ.a.b.adijciať directe linea.b.d.que sit equalis.c.b.dico ꝙ tota.a.d. eadem pꝛopoꝛtione diuisa est in puncto.b.ꝛ maioꝛ eius poꝛtio ē linea .a.b .que ē linea pꝛima. Est eni ex diffinitione .a.b.ad.b.c.sicut.b.c.ad.c.a.at qꝛ ex septima quinti .a.b.ad.b.d.sicut ad.b.c.igitur ex vndecima eiusdē.a.b.ad.b.d. sicut. b.c. ad.c.a. quare per cōuersam pꝛopoꝛtionalitatem.b.d.ad.b.a. sicut.a .c.ad.c .b.et coniunctim.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.c. Cumqʒ sit ex septima quinti.a. b.ad.b.c sicut ad.b.d.erit ex vndecima eiusdē.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.d.itaqʒ ex diffin tione linea .a.d.diuisa est in puncto .b.secundū pꝛopoꝛtionem habentē medium





⁊ duo extrema ⁊ maior portio eius est linea.a.b.quod est propositum. Eodē quoque modo si ex maiori portione cuiuslibet linee secundū predictā ꝓportionē diuise tanq̄ minor portio detrahatur:erit ipsa maior portio scdm eandē proportionem diuisa.eritq; maior portio eius linea detracta.verbi gratia.Sit linea.a.b.sicut ꝓponitur in puncto.c.diuisa sitq; maior portio.a.c.a qua detrahat̄.c.d.equalis.c.b.dico q̄.a.c.ē diuisa:ſm proportionē eandem i puncto.d.⁊ q̄ maior portio ei9 ē linea.d.c.cum eni sit ex diffinitione.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad.c.b.Et ex septima quinti.a.c.ad.c.b.sicut ad.c.d.erit ex vndecima eiusdē.b.a.ad.a.c.sicut.a.c.ad c d.ideoq; per.19.quinti:sicut.c.b.residuū ad.d.a.residuū.sed ex septima eiusdem c.b.ad.d.a.sicut.c.d.ad.d.a.itaq;.a.c.ad.c.d sicut.c.d.ad.d.a.ex diffinitiōe ergo cōstat qd̄ diximꝰ:nec igit̄ ea quā auctor ꝓponit additio nec ea quā ex opposito proponimus detractio quātūcunq; vtralibet in prolixum tendat a proprietate diuisionis linee primitiue discordat.

Propositio .5.



Si secūdū proportionē habentē medium ⁊ duo extrema quelibet linea fuerit diuisa qd̄ ex tota linea quodq; ex minori portione producit̄ ambo q̄drata pariter accepta triplū sunt eius qd̄ ex maiore portione quadratū describit̄.



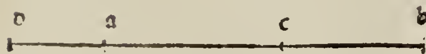
¶ Sit linea.a.b.diuisa per sepe dictā portionē in puncto.c.sitq; maior portio eius linea.c.b.dico q̄ quadrata duarum linearum.a.b.⁊.c.a.pariter accepta triplum sunt ad quadratum linee.c.b.hec enim duo quadrata pariter accepta sunt ex septima secundi quantum quadratum.c.b.⁊ duplum eius quod fit ex a.b.in.a.c.itemq; quia quod fit ex.a.b.in.a.c.est equale quadrato.c.b.ex diffinitione ⁊ prima parte.16.sexti:manifestum est propositum.

Propositio .6.



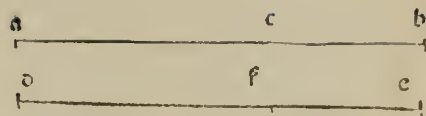
Omnis rationalis linee secundū proportionem habentē mediū ⁊ duo extrema diuise vtranq; portionem residuū esse necesse est.

¶ Sit linea.a.b.ſm solutā proportionem diuisam in puncto.c.rationalis.dico q̄ vtraq; portio eius residuū.Sit eni maior ei9 portio.a.c.cui directe adijciatur.a.d.equalis dimidio totius.a.b.eritq; etiā.d.a.rationalis ex.6.decimi libri ⁊ diffinitione.constat autē ex prima huius q̄ quadratū linee.d.c.quintuplū ē ad quadratū linee.d.a.igit̄ linea.d.c.est cōicans linee.d.a.in potentia ex diffinitione.sed non in longitudine ex vltima pte.7.decimi quare p 68.decimi linea.a.c.est residuum cum due linee.c.d.⁊.d.a.sint ambe rōnales potentialiter tm̄ cōicantes.⁊ quia iterum si ad lineam rationalem.a.b.adiungatur superficies equalis quadrato linee.a.c.que est residuum erit latus eius secundum linea.c.b.ex prima pte.16.sexti necesse est ex.92.decimi vt linea.c.b.sit residuū primum:quare constat propositum.Amplius autē si linee sic diuise vt proponit̄ maior portio fuerit rōnalis:erit minor residuum:verbi grā.sit vt prius.a.b.diuisa i.c ſm dictam proportionem ⁊ maior portio eius que est.a.c.sit rōnalis que diuidat̄ per equalia in.d.eritq; ex tertia huius quadratū.d.b.quintuplum ad quadratum d.c.at q2.d.c.ē rōnalis cū ipsa sit dimidiū.a.c.sequit̄ vt due linee.d.b.⁊.d.c.sunt rōnales potentialiter tm̄ cōicantes quare ut prius linea.c.b.est residuum.at vero si linea rōnalis in potentia tm̄ ſm proportionem habentem mediū ⁊ duo extrema

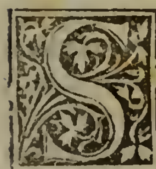




diuidať adhuc necesse est vt vtraq; portio eius sit residuū. sit eni .a.b. rōnalis i potentia tm̄ diuisa sicut ꝑponitur in puncto .c. ⁊ sumať aliqua rōnalis in longitudie que sit .d.e. q̄ etiā diuidať in .f. fm̄ p̄dictā proportionē. manifestū est igiť ex secūda 14. libri que sine adminiculo alicuius coꝝ que sequūtur inconcussa demōstratione roborať q ꝑportio .a.b. ad .d.e. est sicut .a.c. ad .d.f. ⁊ sicut .c.b. ad. f.e. Cum ergo a.b. cōicet cum .d.e. in potentia sequiť ex prima pte. 10. decimi q .a.c. communicet cū .d.f. ⁊ .c.b. cū .f.e. in potentia. Et q: vtraq; portio linee .d.e. ē residuum ut patet ex predictis sequiť ex. 98. decimi vt vtraq; portio linee .a.b. sit etiā residuū sed non eiusdem speciei vt ibidē demonstratū est. Quare cōstat q oēs linee rōnalis in longitudine vel in potentia tm̄ scdm̄ ꝑportionē habentē mediū ⁊ duo extrema diuise vtraq; portio ē residuū. Et nota q prima ps pn̄tis demonstrationis qua demonstrať q maior portio linee diuise fm̄ ꝑportionē habentē mediū ⁊ duo extrema sit residuū si tota linea sit rōnalis ꝑcedit ex sufficientib⁹ siue tota linea ponať rōnalis in longitudine siue in potentia tm̄. Scd̄a vero ps qua demonstrať hoc de mino ri portione q ipsa quoq; sit residuū si tota ē rōnalis nō ꝑcedit ex sufficientib⁹ nisi tota sit rōnalis in longitudine. Tertia aut pars qua ꝑbatur q minor portio ē residuum sufficienter procedit siue maior portio sit rationalis inlongitudine siue in potentia tantum. Ad concludendum igitur de maiori portione linee predicto modo diuise q ipsa sit residuū sufficit ponere totam lineam diuisam esse rationalem in potentia tm̄. sed ad cōcludendū quoq; hoc de minori portione mediante maiore sufficit ponere portionē maiorē. silr rōnalē in potentia tm̄. sed ad cōcludendū; hoc de minori portione mediante necesse est ponere totā lineā esse rōnalem i longitudine aut vtcūq; ē scd̄a. 14. libri quēadmodū dictum est.

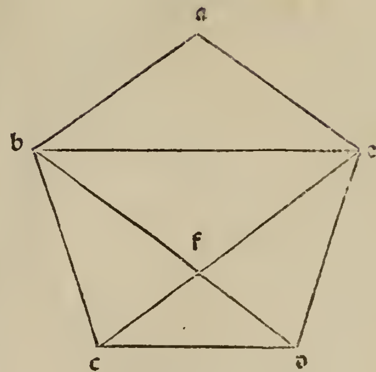


Propositio .7.



Si quis pentagonus tres equos angulos habens fuerit equilaterus equiangulus quoq; idē pentagon⁹ eē ꝑbať.

¶ Sit pentagonus .a.b.c.d.e. equilater⁹. sintq; quilibet tres ei⁹ anguli siue cōtinue siue incōtinue: sumanť adinuicē equales ⁊ sint pri⁹ incontinue sumpti. sintq; anguli .a.c.d. illi tres qui ponunť adinuicē equales dico totū pentagonū eē equiangulū. His angulis subtendanť chorde .b.e. b.d. ⁊ .c.e. ⁊ totus pentagonus diuidať in trigonū ⁊ quadrilateꝝ cuius duc diagonales sint chorde duoꝝ proximoꝝ equaliū anguloꝝ secantes se intrā quadrilaterū ipsū in puncto .f. eritq; p quartā primi basis .b.c. equalis basi .b.d. ⁊ angulus .a.e.b. equalis angulo .c.d.b. Cumq; p quintā primi angulus .b.c.d. sit equalis angulo b.d.c. eo q duo latera .b.c. ⁊ .b.d. sint equalia. erit ex cōi scia totalis angulus .c. equalis totali angulo .d. similiter probabis totalē angulum .b. esse equalē angulo totali .c. est eni per quartā primi basis .b.e. equalis basi .c.e. ⁊ angulus .a.b.e. equalis angulo .d.c.e. per quintā aūt eiusdē sc; primi est angulus .e.b.c. equalis angulo .e.c.b. igiť ex cōi scia totalis angul⁹ .b. ē equalis totali angulo .c. Sint itaq; tres anguli .b. c. d. cōtinue sūpti equales ⁊ sic quoq; erit pentagonus equiangulus: erit enim ex .4. primi basis .b.d. equalis basi .c.e. ⁊ angulus .c.d.b. angulo .d.c.e. ⁊ angulus .b.d.c. angulo .e.c.d. quare p sextā primi duc linee .c.f. ⁊ .f.d. erūt equales cū duo anguli trianguli .f.c.d. qui sunt ad basim .c.d. sunt equales: igiť ex hac cōi scia erit linea .f.b. equalis linee .f.c. erat eni tota .b.d. equalis toti .c.e. ideoq; per quintā primi erit angulus .f.b.c. equalis angulo. f.e.b. p eandē autē ē angulus .a.b.e.

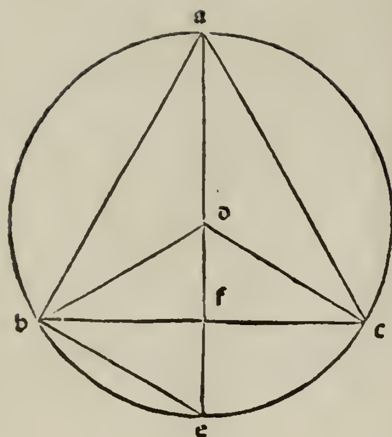


equalis angulo .a.c.b. itaq; per cōem sciam angulus .b. totalis est equalis angulo c. totali tres cui partiales anguli cōponentes vnū sunt equales tribus prtialib⁹ cō/ponentibus alium vnusquisq; suo relatiuo. Manifestū ē igitur q̄ tres anguli .e.b c. nō cōtinue sumpti in proposito pentagono sunt equales. cū aūt sic demōstratū est totum pentagonū esse equiangulum vtrolibet ergo modo constat propositum.

Propositio .8.



Omnis trianguli equilateri qđ a latere suo quadratū de/scribitur triplum est quadrato dimidij diametri circuli a quo triangulus ipse circūscribitur. Sit triangulus .a.b.c. equilaterus cui circūscribatur circulus .a.b.c. supra centrū .d. quēad modum docet quinta quarti libri ꝛ protrahatur in eo diameter .a.d.e dico ergo q̄ quadratū linee .a.b. triplū est ad quadratū semidiametri .a.d. ducant̄ eni due linee .b.d. ꝛ .d.c. ꝛ arcui .b.e. subtendat̄ chorda .b.e. eritq; ex octaua primi angulus .b.a.d. equalis angulo .c.a.d. quare per vltimā sexti arcus .b.e. est equalis arcui .e.c. Et q2 ex .27. tertij tres arcus .a.b.b.c.ꝛ.c.a. sunt adinuicē equales eo q̄ eoꝝ chorde que sunt latera trigoni sūt equales ex ypothesi: erit arcus .b.e. sexta ps circūferentie. ideoq; chorda .b.e. erit latus exagoni equilateri ipsi circulo inscripti. quare per corel. 15. q̄rti linea .b.e. ē eq̄lis semidiametro .a.d. Manifestū ē autē ex prima parte .30. tertij q̄ angulus .a.b.e. est rectus. ideoq; quadratum linee .a.e. ē equal: quadratis duaꝝ lineaꝝ .a.b.ꝛ.b.e. piter acceptis ex penultima pmi. At ve/ro quadratū .a.e. quadruplū ad quadratum .b.e. ex quarta scdi cum linea .a.e. sit dupla .b.e. relinquitur ergo quadratū .a.b. triplū esse ad quadratum .b.e. ꝛ ideo ad quadratum .a.d. qđ est propositum. Nō lateat aūt nos q̄ linea .b.c. que ē latus tri goni diuidat semidiametꝝ .d.e. per equalia. Esto quidē punctus diuisionis .f. con/stat igit̄ ex quarta primi q̄ .b.f. est equalis f.c. ideoq; per primam partem tertie tertij omnes anguli qui sunt ad .f. sunt recti. quare ex penultima primi quadratū .b.d. ē equale quadratis duarum linearum .d.f.ꝛ.f.b. quadratum vero .b.e. equale quadratis duarum linearum que sunt .b.f.ꝛ. f.e. Et q2 .b.d. est equalis .b.e. erunt ex comuni sciencia duo quadrata duarum linearum .b.f.ꝛ.f.d. piter accepta equa lia duobus quadratis duaꝝ lineaꝝ .b.f.ꝛ.f.e. pariter acceptis: dempto igit̄ utrinq; quadrato .b.f. erit ex cōi scia quadratum .f.d. residuum equale quadrato .f.e. re/siduo quare ꝛ linea .f.d. linee f.e. ex hac cōi scientia quaꝝ quadrata sūt equalia eas lineas eē equales. Ex hoc itaq; manifestū ē q̄ perpendicularis ducta a centro circu li ad latus trigoni equilateri sibi inscripti equalis ē dimidio linee ducte a cētro eiusdē circuli ad ipsius circūferentiam.

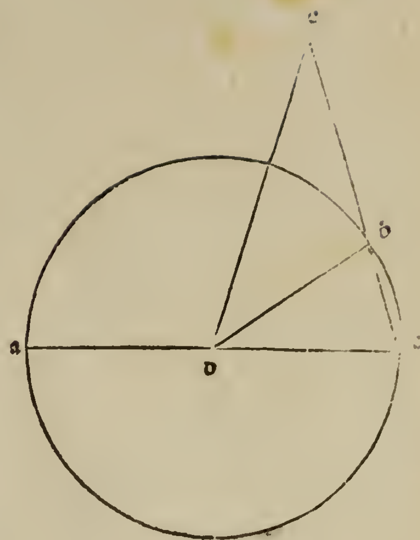


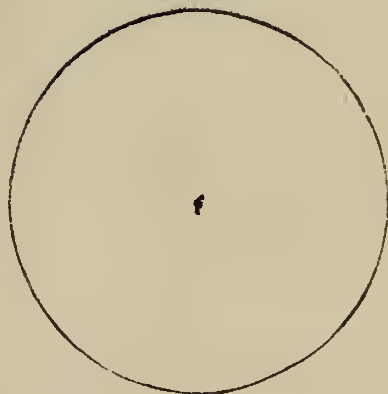
Propositio .9.



Si latus exagoni equilateri latusq; decagoni equilateri quos ambos vnus idēq; circulus circūscribit sibi inuicē in lōgū directūq; cōiūgant̄ tota linea ex eis cōposita fm pportionē habētē mediū ꝛ duo extrema diuisa erit ma/iorq; eius portio latus exagoni. Sit circulus .a.b.c. cuius centrum .d. ꝛ diameter .a.d.c. sitq; arcus .c.b. quinta ps arcus semicirculi .a.b.c. cui subtendat̄ chorda .c.b. quā pstat esse latus decagoni equilateri pposito circulo inscripti adiungat̄q; linee .c.b. incōtinuū ꝛ directū linea .b.e. que ponatur eē eq̄/lis lateri exagoni equilateri pdicto circulo inscripti dico totā lineā .c.e. diuisam eē in puncto .b. fm pportionē habentē mediū ꝛ duo extrema ꝛ maiorē ei⁹ portionē

dico esse lineā.b.c.que est latus exagoni: ducant̄ eni in centꝝ due linee.e.d.⁊.b.d. eritq; angulus.e.equalis angulo .b.d.c.ex.5.primi ꝓpter hoc ꝙ linea.c.b.ē eq̄lis linee.b.d.ex corel'.15. quarti angulus quoq;.d.b.c.est equalis angulo.c.ex.5.pri mi:quare ex:32.primi angul⁹.a.d.b.erit duplus ad angulū.d.b.c.⁊ q: p eādē an/ gulus.d.b.c.ē duplus ad angulū.c.sequit̄ vt angulus.a.d.b.sit quadrupl⁹ ad an/ gulū.c.Est eni ex cōi scia q̄druplū quicquid fuerit duplū dupli.cūq; sit ēt idē angu lus.a.d.b.quadruplus ad angulū.b.d.c.ex vltima sexti eo ꝙ arcus.a.b. ē quadru plus ad arcū.b.c.necesse ē ex cōi scia ut angulus.e.sit equalis angulo.b.d.c.si igit̄ intelligant̄ duo trianguli.d.e.c.totalis.⁊.b.d.c.ptialis cū angulus.e.totalis sit eq̄ lis angulo.b.d.c.partialis ⁊ angulus. c.sit cōis vtriusq; necesse ē ex.32.primi:vt ipsi sint equianguli:quare per quartā sexti ꝓportio duoꝝ lateꝝ.e.c.⁊.c.d.cōtinen tiū angulū .c.i totali triāgulo ē sicut duoꝝ lateꝝ. d.c.⁊ .c.b.ꝯtinētiū eūdē angulū i ptiali triangulo quia ḡ ꝓportio.e.c.ad.c.d.ē sicut ad.c.b.ex scda pte.7.quinti.⁊ d.c.ad. c.b.ē sicut. c.b .ad eādē ex p̄ma pte eiusdem.sequit̄ ex.11.quinti ut sit pro portio.e.c.ad.c.b.sicut.c.b.ad.b.c.igitur a dione cōclude ꝓpositū lineā. e.c.esse diuisā ƀm proportionē habētē mediū ⁊ duo extrema ⁊ maiorē portionē eius eē la/ tus exagoni ꝙ oportuit nos demonstrare.Cōuersam quoq; demonstrare ꝓcurit qd̄ facile fiet via retrograda:eā eni assumit Ptolemeus capitulo .9.prime dictiōis almagesti ad demonstrandū quantitatē chordaꝝ arcuū circuli. Dico itaq; ꝙ si li/ nea quelibet ƀm proportionē habentē mediū ⁊ duo extrema diuidat̄ cuius circuli maior portio fuerit latus exagoni:eiusdē minor erit latus decagoni.At vero cuius minor erit lat⁹ decagoni eiusdē maior erit latus exagoni.Sit eni priori dispositiōe manente linea.e.c.diuisa in puncto.b.ƀm predictā proportionē ⁊ maior ei⁹ portio sit.e.b.dico ꝙ cuiuscūq; circuli linea.e.b.est lat⁹ exagoni eiusdē ē linea .b.c. latus decagoni:⁊ cuiuscunq; circuli linea.b.c.est latus decagoni eiusdē est linea.e.b.lat⁹ exagoni.Intelligo aūt hoc de exagonis ⁊ decagonis equilateris.si eni sit.e. b.la/ tus exagoni circulo.a.b.c. inscripti:erit p corel'.15. quarti.c.b.equalis.d.c.⁊ quia ꝓportio.e.c ad.e.b.est sicut.e.b.ad.b.c.ex ypothesi erit ex.7.quinti. e.c. ad.d.c. sicut.d.c.ad.c.b.igit̄ ex.6.sexti duo trianguli.e.d.c.⁊.d.c.b.sunt equianguli:angu lus ergo.e.est equalis angulo.b.d.c.ipsos eni latera ꝓportionalia respiciunt.cūq; sit angul⁹.a.d.b.q̄druplus ad āgulū.e.ex.32.p̄mi bis assūpta.⁊ quita eiusdē bis: sequit̄ vt etiā idē angulus.a.d.b.sit quadruplus ad angulū.b. d.c. ideoq; ex vltia sexti arcus.a.b.quadruplus est ad arcū.b.c.linea igit̄.b.c.ē latus decagoni.a.b.c. inscripti.Qd̄ si linea.b.c.fuerit latus decagoni circuli.a.b.c.erit.e.b. latus exago/ ni eiusdē.sit eni.e.b.latus exagoni circuli.f.eritq; ex predictis.b.c.latus decagoni eiusdē. intelligant̄ igitur inscripti eē decagoni equilateri duobus circulis.a.b.c.⁊.f quoꝝ omnia latera erūt equalia linee .b. c.⁊ quia ois figura equilatera circulo in/ scripta ē equiangula vt probatū est in.15.quarti libri sequit̄ vtrosq; decagonos esse equiangulos.Cūq; omnes anguli vni⁹ piter accepti sint equales omnibus angu lis alterius pariter acceptis sicut euidenter apparet ex demonstratis in.32.primi: necesse ē ex hac cōi scia quoꝝlibet eq̄liū decimas aut quotaslibet ptes eiusdē deno tationis eē equales ut vnus hoꝝ decagonorū sit equiangulus alij.:ideoq; silis ex dione silium supficieꝝ:⁊ q: si due figure siles duobus circulis inscribant̄:erit ꝓpor tio duoꝝ relatiuoꝝ lateꝝ illaꝝ figuraꝝ sicut duaꝝ diametroꝝ illorū circulorum vt apparet ex corel'.18.sexti libri ⁊ prima .12.cū latera decagonoꝝ silium inscriptorū



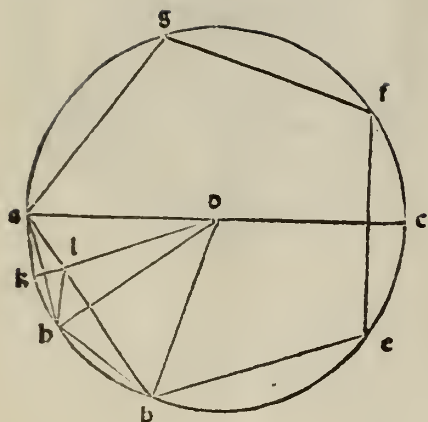


duobus circulis .a.b.c. ⁊.f. sint equalia sequitur ut diametri eorum sint equales.
ideoq; et semidiametri etiam equales.sunt autem semidiametri ⁊ latus exagoni e/
qualia ex correlario.decima ⁊ quinta sexti.erit ergo linea.e.b.latus exagoni circu/
li.a.b.c.inscripti sicut ipsa est latus exagoni circuli.f.sibi equalis:hoc autem ē qd
demonstrare voluimus.Ex hac aūt nona huiꝰ.13.libri noueris exortā eē decimam
quarti libri que duū equaliū laterū ꝓponit trigonū describendū cuius vterq; duo/
rū angulorū quos basis obtinet ad tertiū duplus existat:talis eni ē vterq; triangu
lorū.e.d.c.⁊.d.c.b.⁊ simpliciter oīs cuius duo latera sunt equalia maiori portioni
alicuius linee diuise ſm proportionē habentē mediū duoq; extrema ⁊ tertiū quod
est basis est equale minori portioni linee eiusdē vel cuius duo latera sūt equalia la
teri exagoni equilateri alicui circulo inscripti:basis vero ē equalis lateri decagoni
equilateri eidē circulo inscripti qd ē ꝓpositū

Propositio .10.



Omne latus pentagoni equilateri tanto potentius ē late/re exagoni equilateri quantū potest latus decagoni equi/lateri si sint in eodē circulo ambo inscripti.



¶Sit circulus.a.b.c.cuius centrū.d.⁊ diameter.a.d.c.inscribaturq; ei pentagonus equilaterus qui sit.a.b.e.f.g.⁊ a centro.d.ꝓtrahatur perpēdicularis ad latus.a.b.que producatur vsq; quo obuiet circūferentie in puncto.h.sitq;.d.h.⁊ protrahant̄ due chorde.a.h.⁊.h.b.que erunt equales adinuicē ex sc̄da pte.3.tertij ⁊ quarta primi.ideoq; etiā duo arcus.a.h.⁊.h.b. eq̄les adinuicem ex.27.tertij.Est igitur vtraq; duarū chordarū.a.h.⁊.h.b.latus decagoni equi/lateri ꝓposito circulo inscripti.dico itaq; ꝙ quadratū linee.a.b.que est latus pentagoni ē equale duobus quadratis duarū linearū.b.d.⁊.a.h.pariter acceptis quarum prima est eq̄lis lateri exagoni ex correl.15. quarti:⁊ secunda ē latus decagoni ꝓ/trahatur eni a centro.d.ꝑpendicularis ad lineā.a.h.que est latus decagoni que ꝓducat̄ vsq; ad circūferētiā:sitq;.d.k:q̄ secet lineā.a. b.q̄ ē latus pētagoni i pūcto l.⁊ ꝓtrahat̄ linea.h .l.constat aūt ex sc̄da pte tertie tertij ⁊.4.pimi ⁊.27.tertij ꝙ linea d.k.q̄ est ꝑpendicularis ad chordā.a.h.simul diuidit p equalia chordā ⁊ arcū ideoq; arcus.a.k.est equalis arcui.k.h.quare ex vltima sexti angulus.a.d.l.ē equalis angulo.l.d.h. ideoq; ex quarta primi basis.a.l.basi.l.h. igit̄ ex quinta primi angulꝰ l.a.h.equalis est angulo.l.h.a.cūq; etiā sit ex eadē angulus.h.a.b.equalis angu/lo.h.b.a.sequitur vt angulus.l.h.a.sit equalis angulo.h.b.a.ergo ex.32.p̄mi duo trianguli.h.a.b.⁊.a.h.l.sunt equianguli.est eni angulus.h.maioris equalis angulo.b. minoris ⁊ āgulus.a.cōmunis est vtriq;: itaq; p quartā sexti ꝓportio.b.a.ad a.h.ē sicut .a.h.ad.l.a.quare ex prima pte.16.sexti qd prouenit ex.b.a. in.a .l.est equale quadrato linee.a.h.que ē latus decagoni.cū sit autē semicirculus.a.e.c.eq̄lis semicirculo.a.f.c.⁊ arcus.a.e.arcui.a.f.erit arcus.e.c.residuus equalis arcui.f c.residuo:quare arcus .e.c.est medietas arcus.e.f.ideoq; equalis arcui .a.h.⁊ duplus ad arcū.h.k.⁊ qr arcus.c.b.ē duplus ad arcum .b.h. erit ex.13:quinti totus arcus.c.e.b.duplus ad totū arcū.b.h.k.ideoq; ex vltima sexti angulus.c.d. b.est duplus ad angulū.b.d.l .cumq; etiā angulus.c.d.b.duplus sit ad angulū. b.a.d. ex.32.⁊ quinta primi.sunt eni duo latera.d.a.⁊.d.b.equalia erit angulus.b.d.l. equalis angulo.b.a.d.itaq; per.32.primi erit triangulus.b.d.l.equiangulus tri/angulo.b.a.d.Est enim angulus.d.minoris equalis āgulo.a .maioris.⁊ angulꝰ.b ē cōis vtriq;:ergo per quartā sexti ꝓportio.a.b.ad.b .d.ē sicut.b.d.ad.l.b.quare

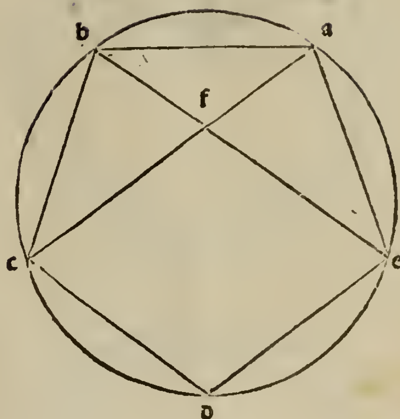
per primam partem.16.sexti quod prouenit ex.a.b.in.b.l.est equale quadrato.d.b.at vero probatum est prius ꝙ illud qd prouenit ex.a.b.in.l.a.ē equale quadrato.a.b.itaq3 quod prouenit ex.a.b.in.a.l.⁊ in.l.b.est equale duobus quadratis duarum linearum.a.b.⁊.b.d.⁊ quia ex scda secundi qd prouenit ex.a.b.in.l.a.⁊ in.l.b.est equale quadrato linee.a.b.est autem linea.a.b.latus pentagoni equilateri ꝑposito circulo inscripti:linea vero.a.b.ē latus decagoni equilateri.⁊ linea.b.d.est ex correlario.15.quarti equalis lateris exagoni equilateri ꝑposito circulo inscriptorum inconcussa demonstratione astruitur hoc quod dicitur.

Propositio .11.



Si duobus ꝓpinquis āgulis pētagoni equilateri ītra circulū descripti a terminis suorum laterum due recte linee subtendantur vtraq3 alteram scdm proportionē habentē mediū duoq3 extrema secabit maiorq3 ipsius portio lateri ipsius pētagoni equalis erit.

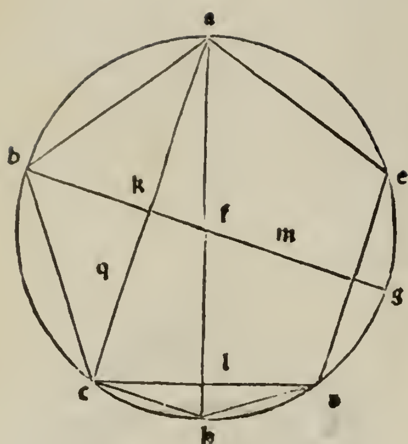
¶Sit pentagonus equilaterus.a.b.c.d.e.inscriptus circulo eisdem litteris signato ⁊ duobus eius ꝓpinquis angulis qui sunt.a.⁊.b.subtendant̄ due recte linee.a.c.⁊.b.e.secantes se inuicē in puncto.f.dico itaq3 vtranq3 harum esse diuisā i puncto.f.scdm ꝓportionē habentē mediū duoq3 extrema:⁊ ꝙ maior portio vtriusq3 ē equalis lateri pentagoni.Manifestū est eni ex.27.tertij ꝙ quinq3 arcus circuli pentagonū propositū circūscribentis quorum latera ipsius pentagoni sunt chorde:sunt ad inuicem equales.ideoq3 ex vltima sexti quatuor anguli.a.e.b.a.b.e.b.a.c.⁊.b.c.a sunt adinuicē equales.Nam arcus.a.b.a.e.⁊.b.c.sunt adinuicem equales.cumq3 sit arcus.c.d.e.duplus ad arcū.b.c.erit quoq3 ex vltima sexti angulus.c.a.e.duplus ad angulū.c.a.b.at vero ex.32.primi angulus a.f.e.duplus ē ad angulū.f.a.b.igitur angulus.a.f.e.ē equalis angulo.f.a.e.quare per sextam primi linea.a.e.ē equalis linee.f.e.sunt aūt duo trianguli.a.b.e.⁊.a.f.b.equianguli per ea q̄ dicta sunt ⁊ p.32.primi:est eni angulus.e.maioris equalis angulo.a.minoris ⁊ angulus.b.cōis vtriq3:igit̄ p quartā sexti ꝓportio.e.b.ad.b.a.sicut.b.a.ad.f.b.cūq3 sit.e.f.equalis.a.b.eo ꝙ ipsa ut probatum est equalis.a.e.sequitur ex.7.quinti:vt sit proportio.b.e.ad.e.f.sicut.e.f.ad.f.b.quare per diffinitionē linea.e.b.ē diuisa scdm ꝓportionē habentē mediū duoq3 extrema ⁊ eius maior portio est equalis lateri ipsius pentagoni.si aūt hoc ē verum de linea.e.b.erit quoq3 ex.7.quinti ⁊ quīta eiusdē ⁊ diffinitione idē verum de linea.a.c.nam tota.b.e.est equalis toti.a.c.ex quarta primi ⁊ portiōes portionib9 ex sexta primi ⁊ cōi scia:portiōes eni.a.f.⁊.b.f.sunt equales ex sexta primi.ideoq3.f.e.⁊.f.c.residue erunt adinuicē equales ex cōceptione vel potes si libet ⁊ facilius de linea.a.c.demonstrare propositum negotiando circa ipsum vt prius circa lineam.e.b.



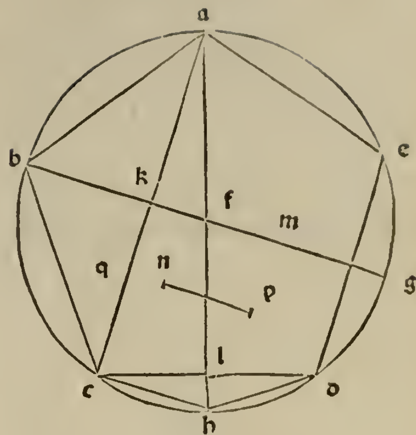
Propositio 12.

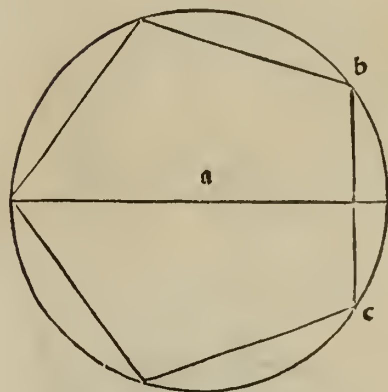


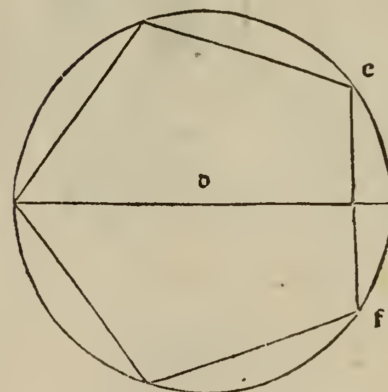
Si circuli pentagonū equilaterum circūscribentis diametros fuerit rationalis eius latus pentagoni erit linea irrationalis ea scilicet que dicitur minor.¶Sit pentagonus equilaterus.a.b.c.d.e.iscriptus circulo eisdē litteris ascripto cuius centrum.f.⁊ due diametri.b.g.⁊.a.h.sitq3 vtraq3 harum diametrorum linea rōnalis longitudine: dico tunc ꝙ latus pētagoni inscripti erit linea irrōnalis illa videlz q̄ dicit̄ minor:ꝓtrahat̄ eni linea.a.c.q̄ secet diametrum.b.g.in puncto.k eritq3 ex vltima sexti



ꝛ quarta p̃mi linea.a.c.diuiſa a diametro .b.g.orthogonalr̃ ꝛ p eq̃lia i pũcto.k.qꝛ
cũ ſemicirculus.b.a.g.ſit eq̃lis ſemicirculo.b.c.g.ꝛ arcꝰ.b.c.arcui.b.c.ſicut ꝯſtat
ex.27.tertij erit arcus.a.g.reſiduꝰ equalis arcui.c.g.reſiduo:idcoq̃ ex vltima ſexti
angulus.a.b.g.eq̃lis etiã angulo.c.b.g.cũ itaq̃ duo latera.a.b.ꝛ.b.k.trianguli.a
b.k.ſint eq̃lia duobus laterib⁹.c.b.ꝛ.b.k.trianguli.c.b.k.ꝛ angulus.b .vnius an/
gulo.b.alterius:erit ex quarta p̃mi baſis.a.k.eq̃lis baſi.k.c. ꝛ oẽs anguli qui ſunt
ad.k.ſunt recti ex prima pte tertie tertij:diameter aũt.a.b.ſecet latus pẽtagoni.c.
d.in puncto.l.Eritq̃ ſiliter linea.c.d. diuiſa a diametro.a .b. orthogonalr̃ ꝛ per
equalia in puncto.l.cũ eni ſint duo arcus.a.d.b.ꝛ.a.c.b.eq̃les ꝛ arcus.a.c.ſit eq̃/
lis arcui.a.d.erunt duo reſidui ſemicirculoꝝ qui ſũt.c.b.ꝛ.d.b. eq̃les quib⁹ ſi ſub/
tendant̃ due chorde que ſunt .c.b.ꝛ.d.b.ipſe quoq̃ ex.28.tertij erunt equales ꝛ qꝛ
arcus.a.c.ẽ equalis arcui.a.d.erit ex vltima ſexti angulus.c.b.l.eq̃lis angulo.d.b
l.ideoq̃ per quartã primi baſis .c.l.eſt equalis baſi.d.l .ꝛ omnes anguli qui ſunt
ad.l.recti ex prima pte tertie tertij.itaq̃ duo trianguli .a.c.l.ꝛ.a.f.k.ſũt eq̃angu/
li ex.32.p̃mi.Eſt eni angulus .l.maioris eq̃lis angulo.k. minoris eo ꝙ vterq̃ eſt
rectus ꝛ angulus .a.ẽ cõis vtriq̃:quare ex quarta ſexti ꝓportio.l.c.ad.c.a. ẽ ſicut
k.f.ad.f.a. Sumat̃ igit̃ ex diametro.b.g.linea.f.m.equalis quarte parti ſemidia/
metri eritq̃ per equam proportionalitatẽ proportio.c.l.ad quartã partẽ linee. a.c
que ſit.c.q.ſicut.k.f.ad quartam partẽ linee.f.a.que eſt.f.m. ꝛ qꝛ p.15.quinti ꝓ/
portio.c.d.ad.c.k.eſt ſicut.c.l.ad.c.q.ſic eni eſt duplum ad duplum ſicut ſimpluꝫ
ad ſimplum:erit p.11.quinti.d.c.ad.c.k.ſicut.k.f.ad.f.m.ꝛ cõiuncti linee cõſtan/
tis ex.d.c.ꝛ.c.k.ad.c.k.ſicut.k.m.ad.m.f.ꝛ idõ per primam partem.21.ſexti pro/
portio quadrati linee cõpoſite ex.d.c.ꝛ.c.k.ad quadratũ linee. c.k. ſicut quadrati
linee.k.m.ad quadratũ linee.m.f.cõſtat autẽ ex p̃miſſa ꝙ ſi linea. a. c.diuidatur
ſm proportionẽ habentẽ medium duoq̃ extrema maior portio ei⁹ erit eq̃lis linee
d.c.igit̃ linea conſtans ex.d.c.ꝛ.c.k. cõponit̃ ex maiori portione diuiſe ſm pro/
portionẽ habentẽ mediũ duoq̃ extrema ꝛ ex medietate toti⁹ linee ſic diuiſe:ẽ eni
c.k.medietas.a.c.itaq̃ p primã iſtius. 13.libri quadratũ linee compoſite ex. d.c.
ꝛ.c.k.quintuplum quoq̃ ẽ ad quadratũ linee.c.k.ideoq̃ quadratum linee. k. m.
quintuplũ quoq̃ ẽ ad quadratũ linee.m.f.cum ſit hoꝝ quadratoꝝ ꝛ illorum vna
ꝓportio ẽ aũt linea.b.m.quintupla ad lineã.m.f.erat eni.m.f.quarta ps ſemidia
metri propoſiti circuli:ergo quadratũ linee.k.m.ad quadratũ linee.m.f.eſt ſicut li
nee.b.m.ad lineam.m.f.et quia ex ſecunda pte.18.ſexti quadratũ linee. k.m.ad
quadratum linee.m.f.eſt ſicut linee.k.m.ad lineam.m.f.duplicata:erit ex vndeci
ma quinti linea.b.m.ad lineam.m.f.ſicut linea.k.m.ad lineam. m.f. duplicata:
igitur linea.k.m.eſt medio loco proportionalis inter duas lineas.b .m.ꝛ. m .f.qđ
ſic conſtat.Sit enim linea.n.p.medio loco ꝓportionalis inter eas ſũpta ſm do/
ctrinã none ſexti eritq̃ ex diffinitione ꝓportionis duplicate que poſita ẽ i p̃ncipio
quinti ꝓportio.b.m.ad.m.f.ſicut.b.m.ad.n.p.duplicata:ꝛ qꝛ.b.m.ad.n.p.ſicut
n.p.ad.m.f.erit etiã ex.11.quinti ꝓportio.b.m.ad.m.f.ſicut n.p.ad.m.f. dupli/
cata igit̃ ex prima pte.9.quinti due linee.k.m.ꝛ.n.p.ſunt eq̃les:idõq̃ ex prima pte
7.quinti ꝛ ex ſcđa pte eiuſdẽ linea.k.m. ẽ medio loco ꝓportionalis inter. b.m.et
m.f.quare ex correl.15.ſexti proportio quadrati linee .b .m.ad quadratum linee
m.k.ẽ ſicut ẽ linee.b.m.ad lineam.m.f.ꝛ quia linea.b.m.ẽ quintupla ad lineam
m.f.erit quadratum linee.b.m.quintuplũ ad quadratũ linee.m.k.linea aũt.b.m.





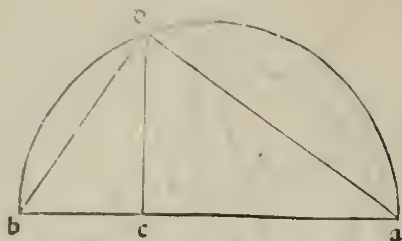


est rõnalis in longitudine: ergo per vltimã ptẽ.7.decimi linea .m.k. est rõnalis in potentia tm̃ ⁊ q2 linea.b.m.ẽ potentior linea.m.k.in quadrato lineę sibi incõmensurabilis in longitudine vt in cõtinuo ꝓbabit̃ erit linea.b.k.residuũ quartũ ex diffinitione residui quarti. Qđ aũt probandũ assumpsimus sic patet.sit numerus.r. quintuplus ad numeꝝ.s.sintq3.t.⁊.s.quantũ.r.ac si esset.r.quinq3.s.vnũ.t.quatuor:⁊ sit linea .b.m.potentior linea.m.k.in quadrato lineę.x.cũ igit̃ sit quadratum lineę.b.m.ad quadratũ lineę.m.k.sicut numer⁹.r.ad numeꝝ.s.erit p euersã ꝓportionalitatẽ quadratũ lineę.b.m.ad quadratũ lineę.x.sicut numer⁹.r.ad numeꝝ.t. quare per vltimã ptẽ.7.decimi linea.x.ẽ incõmensurabilis lineę.b.m.in longitudine.nõ est ergo dubiũ quin.b.k.sit residuũ quartũ. Manifestũ vero ẽ ex.34.tertij: ꝙ illud qđ fit ex.b.k.in.k.g.ẽ equale ei qđ fit.a k.in.k.c.ideoq3 etiã ipsũ idem est equale quadrato.k.c.eo ꝙ.a.k.ẽ equalis.k.c. ergo quadrato. b.k. addito vtriq3 erit ex penultima primi qđ fit ex.b.k in se ⁊ in.k.g.equale quadrato .b.c. et q2 ex prima secundi quod fit ex .b.k.in se ⁊ i.k.g.est equale ei qđ fit ex.b.k.in..g.b.erit linea.b.c.latus tetragonicũ supficiei contenti a duabus lineis.g.b.⁊.k.b .⁊ quia linea.g.b.ẽ rõnalis:linea vero.b.k.ẽ residuũ quartũ.⁊ q2 linea potens in superficiẽ linea rõnali residuoq3 quarto cõtenta est linea minor vt constat ex.89.decimi libri necesse est lineã.b.c.que est latus pentagoni equilateri ꝓposito circulo inscripti eẽ lineã minorem qđ erat ex principio demonstrandũ. Hoc ergo mõ sequit̃ ꝙ lat⁹ pentagoni equilateri circulo inscripti sit linea minor.si diameter circuli cui inscribatur fuerit rõnalis in longitudine. At vero si diameter circuli fuerit rõnalis in potentia tm̃.adhuc necesse est vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor. esto eni linea.a.rõnalis in potentia tm̃ supra quã describatur circulus eiq3 descripto iscribat̃ pentagonus equilaterus cuius vnũ latus sit. b.c. dicanturq3 pentagonus et circulus.a.dico ꝙ linea.b.c.ẽ linea minor. Sumatur eni aliqua linea rõnalis i longitudine que sit.d.⁊ super eã lineetur circulus cui inscribat̃ pentagonus equilater⁹ ⁊ sit vnũ latus ipsius linea.e.f dicanturq3 pentagonus ⁊ circulus.d.constat igitur ex hac.12.ꝙ.e.f.ẽ linea minor cũ diameter.d.sit rõnalis in longitudine. Qm̃ vero ꝓportio pentagoni.a.ad pentagonũ.d.ẽ sicut quadrati lineę.b.c.ad quadratum lineę.e.f.vtraq3 eni ẽ ex scđa pte.18.sexti:sicut lineę.b.c.ad lineã.e.f. duplicata pentagoni aũt.a.ad pentagonũ .d.ẽ sicut q̃drati.b.c.ad quadratũ lineę.e.f.diametri a.ad quadratũ diametri.d.ex prima. 12.erit ex.11.quinti quadratum lineę.c.b.ad quadratũ lineę.e.f.sicut quadratũ diametri.a.ad quadratũ diametri.d. cũq3 quadrata duaꝝ diametroꝝ.a.⁊.d.sint cõicantia:q2 ambo sũt rõnalia ex ypothesi erũt quoq3 ex prima pte.10.decimi quadrata duaꝝ lineaꝝ.b.c.⁊.e.f. cõicantia :ergo linea.b.c.cõicat i potẽtia cũ linea.e.f.⁊ q2 linea.e.f. ẽ minor: sequit̃ ex.100.decimi: ꝙ etiã.b.c.sit linea minor qđ ẽ ꝓpositũ.siue ergo diameter alicuius circuli sit rationalis in longitudine siue i potẽtia tm̃ necesse ẽ vt latus pentagoni equilateri sibi inscripti sit linea minor.

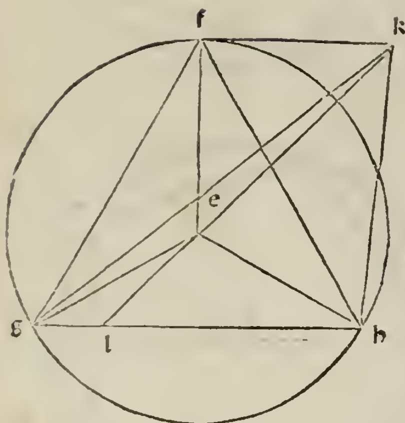
Propositio .13.



Iramidẽ q̃tuor basiũ triãgulariũ ⁊ eq̃lateraꝝ ab assignata spera circũscriptibilẽ fabricare h⁹ ergo spere diametros ad lat⁹ ipsi⁹ piramidis sexq̃alterã ꝓportionẽ potentialiter habere ꝓbat̃. ¶Sit linea.a.b.diameter assignate spere que diuidatur in puncto.c.ita ꝙ.a.c.sit dupla ad.b.c.⁊ lineet̃ super eam semicirculus.a.d.b.⁊ producatur linea.c.d.orthogonaliter sup lineã.a.b.⁊ ꝓducat̃ linea



b.d.ꝛ.d.a.postea fiat circulus.f.g.h.super centrũ.e.cuius semidiameter sit equa/
lis linee.c.d.cui ex scđa quarti libri inscribat᷑ triangulus equilaterus qui sit. f.g.h.
ad cui⁹ angulos ꝓtrahant᷑ a centro linee.e.f.e.g.e.h.deinde sup centꝝ.e.erigatur
ſm ꝙ docet.12.decimi vel vndecimi linea.e.k.q̃ ponat᷑ equalis.a.c.ꝑpendicularis
ad superficiẽ circuli.f.g.h.ꝛ demittant᷑ a puncto.k.ypothemise.k.f.k.g.k.h.eritq₃
cõpleta piramis quatuoꝛ basiũ triangulariũ ꝛ equilateraꝝ quã dico esse ab assigna
ta spera circũscriptibile₃ ꝛ dico quadratum diametri ꝓposite spere sexquialteꝝ esse
ad quadratum lateris fabꝛicate piramidis .cõstat eni ex pꝛima pte coꝛrelarij .8.se/
xti ꝙ linea.c.d.ẽ medio loco ꝓpoꝛtionalis inter.a.c.ꝛ.c.b.quare ex coꝛreł.17.ei⁹/
dem quadratum linee.a.c.ad quadratũ linee.c.d.ẽ sicut.a.c.ad.c.b.ergo cõiunctĩ
quadratũ.a.c.ꝛ quadratũ.c.d.ad q̃dratũ.c.d.sicut.a.b.ad.b.c.ideoq₃ ex penult.
pꝛimi quadratũ.a.d.ad quadratũ.d.c.sicut.a.b.ad.b.c.cũ ergo linea.a. b.sit tri/
pla ad.b.c.erat eni.a.c.dupla ad eã erit quoq₃ quadratũ.a.d.triplũ ad quadratũ
d.c.ẽ autẽ ex .8. huius quadratũ .f.g.triplũ ad quadratũ. e.f.quare cũ ex ypothesi
d.c.sit equalis .e.f.erit ex cõi scia.a.d.equalis.f.g.ꝛ qꝛ ex diffinitione linee perpẽ
dicularis ad superficiẽ linea.e.k.continẽt cũ singulis lineis.e. f.e.g. e.h. angulos
rectos quaꝝ quelibet ẽ equalis linee .c.d.ꝛ qꝛ ipsa eadẽ ẽ equalis linee.a.c .ꝛ angu
lus.c. ẽ rectus :erit per quartã pꝛimi vnaqueq₃ triũ lineaꝝ.k.f.k.g.k.h.equalis li/
nee .a.d.Manifestum est igit᷑ fabꝛicatam piramidẽ esse quatuoꝛ basiũ triangula/
riũ eq̃lateraꝝ.Ipsã aũt eẽ circũscriptibilẽ ab assignata spera sic habeto:linee.e.k.
intelligatur adijci ſm rectitudinẽ linea.e.l.equalis linee.c.b.vt tota k.l.sit equalis
a.b.que ẽ diameter assignate spere:hanc aute lineã inquã.e.l.imagineris esse sub
circulo.f.g.h.perpendicularem quoq₃ ad.ipsius supficiem ex pte inferioꝛi sicut est
e.k.ex parte supioꝛi eritq₃ vnaqueq₃ triũ lineaꝝ.e.f.e.g.e.h.ꝛ simplr̃ q̃libet semidi
ametri circuli.f.g.h.medio loco ꝓpoꝛtionalis inter.k.e.ꝛ.e.l.quẽadmodũ ẽ. d.c.
inter.a.c.ꝛ.c.b. nam hee sũt equales illis vnaquaq₃ sue relatiue.Si igit᷑ sup linea₃
l.k.describat᷑ semicircul⁹ circũducaturq₃ quousq₃ ad locũ vnde moueri ceperat re/
deat erit ex diffinitione speraꝝ equaliũ spera descripta motu huius semicirculi eq̃
lis spere assignate.sunt eni spere equales quaꝝ sunt equales diametri quẽadmo/
dum de circulis in pꝛincipio tertij dictũ ẽ:semicirculũ hunc vero necesse est transi/
re per tria puncta.f.g.h.que sunt anguli solide piramidis fabꝛicate. siĩr autẽ dico
ꝙ semicirculus hic qui sup lineã.k.l.fuerit descript⁹ si circũducat᷑ quousq₃ ad locu₃
redeat vnde moueri cepat continget circulũ.f.g.h.super omnia puncta circũferen
tie ipsius.Qđ ex hac vetusta veritate pꝛobatur:si linea recta super linea₃ rectã per
pendiculariter steterit que inter partes eius cui superstat uel circumstat medio lo/
co pꝛopoꝛtionalis ponatur.fueritq₃ super eam lineam cui perpendicularis supstat
semicirculus descript⁹ circũferentia ipsius ꝑ extremitatem linee medio loco ꝓpoꝛ/
tionalis posite ꝑpendiculariter necessario trãsibit.cum igitur cuncte semidiametri
circuli.f.g.h.sint ꝑpẽdiclr̃ares ad lineã.k.l.ꝛ medio loco ꝓpoꝛtiõales iter ptes ipi⁹
que sunt.k.e.ꝛ.e.l.sequit᷑ ut semicirculus descript⁹ sup.k.l.si circũducat᷑ transeat ꝑ
omniã puncta circũferentie.f.g.h.ꝛ per omnes solidos angulos piramidis fabꝛi/
cate.itaq₃ a diffinitione eius quod est figuram inscribi figure piramis fabꝛicata
est inscriptibilis illi spere quã semicirculus super lineam.k.l.lineat⁹ mutuo suo de/
cribit:ꝛ quia hec spera descripta est assignate spere equalis ꝑ diffinitionẽ equaliũ
speraꝝ sequit᷑ ex cõi scientia vt hec piramis fabꝛicata sit ab assignata spera circũ/

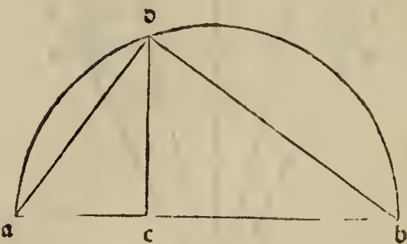


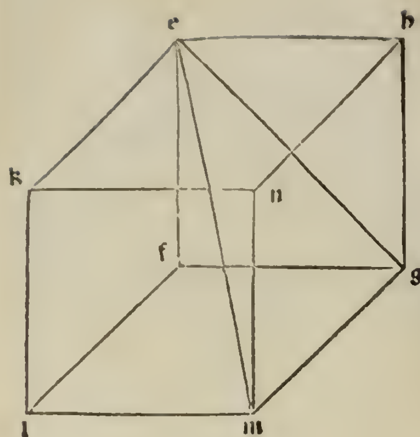
scriptibilis qđ est ꝓpositū. Correlariū aūt pȝ sic. Cum enī.a.b. sit tripla ad.b.c.p euersam proportionalitatē erit.a.b. sexquialtera ad.a.c. ideoqȝ ex scđa pte correlarij.8. sexti ꝛ correlario.17. eiusdē quadratū linee.a.b. erit etiā sexquialteꝝ ad quadratū linee.a.d. ꝛ qr linea.a.d. ē equalis lateri fabricate piramidis. at vero.a.b. est diameter spere: constat veꝝ eē qđ per correlariū dicit̄. Ne aūt quēqȝ de vetusta veritate proposita hesitare cōtingat eā volum⁹ hoc mō demōstratione firmare. Sit igit̄ sup lineā.a.b. linea.c.d. ꝑpendicularis q̄ ponat̄ medio loco ꝓportionalis inter ptes linee.a.b. que sunt.a.c.ꝛ.c.b. ita ꝙ proportio.a.c. ad.c.d. sicut.c.d. ad.c.b. Et super lineā.a.b. describat̄ semicirculus.a.e.b. dico ꝙ huius semicirculi circūferentia transibit per punctū.d. qui ē extremitas ꝑpendicularis. Si autē aut secabit lineā.c.d. aut suptransibit eā totā ipsā trāsiens ꝛ includens ꝛ non contingens. secet ergo primo eā in puncto.e.ꝛ ducant̄ linee.e.b.ꝛ.e.a: eritqȝ ex prima pte.30. tertij totalis angulus.a.e.b. rectus. itaqȝ ex prima pte corel̄.8. sexti ꝓportio est.a.c. ad.c.e. sicut.c.e. ad.c.b. at vero ex secunda pte.8. quinti ꝓportio.a.c. ad.c.e. ē maior q̄ȝ.a.c. ad.c.d. eo ꝙ.c.e. ē minor.q̄ȝ.c.d. cū igit̄ sit.c.e. ad.c.b. sicut.a.c. ad.c.e ꝛ.c.d. ad.c.b. sicut.a.c. ad.c.d. erit per.12. quinti.c.e. ad.c.b. maior q̄ȝ.c.d. ad.c.b. ideoqȝ per primā ptē.10. quinti.c.e. ē maior q̄ȝ.d.c. ps videlicet q̄ȝ suū totuȝ qđ est impossibile. Nō ergo secabit circūferentia semicirculi lineā.c.d. ¶ Sup transeat igit̄ ꝛ ꝓducat̄.c.d. vsqȝ ad circūferentiā: sitqȝ tota.c.e.ꝛ protrahant̄ linee.e.b.ꝛ.e a. sequet̄qȝ ut pri⁹ lineā.c.d. esse maiorē q̄ȝ sit linea.c.e. qđ est etiā impossibile: constat ergo ꝓpositū. Silr̄ aūt dicimus ꝙ si fuerit aliquis angul⁹ rectus cui basis subtendat̄ sup quā semicirculus lineet̄: ipsius circūferentiā p angulū rectū transire necesse ē. conuersā vero huius ꝓponit prima ps.30. tertij. qđ aūt dicimus sic constat ¶ Sit eni angul⁹.a.b.c. rectus cui subtendat̄ basis.a.c.ꝛ sup eā lineet̄ semicircul⁹ dico ꝙ ipsius circūferentia transibit p punctū.b. in quo coeunt linee continentes angulū rectū cuius demonstratio ē ꝙ neqȝ transibit supra neqȝ infra. sin autē trāseat: pmo īfra sitqȝ.a.e.c.ꝛ ab angulo.b. producat̄ linea.b.d. perpēdicularis ad basim.a.c. que secet circūferentiā semicirculi in puncto.e.ꝛ protrahant̄ linee.e.a.ꝛ.e c. eritqȝ angulus.a.e.c. rectus ex prima pte.30. tertij. at ipse ē maior angulo.a.b.c per.21. primi hoc autē ē impossibile ex tertia petitione cū vterqȝ sit rectus. hic quidē ex ypothesi: ille vero ex prima parte.30. tertij. Nō. ergo trāsibit circūferentia semicirculi infra angulū.b. transeat itaqȝ supra ꝛ sit.a.f.c. ꝓducatur autē ꝑpendicularis.d.b. quousqȝ obuiet circūferentie semicirculi.a.f.c. i puncto.f.ꝛ producant̄ linee.f.a.f.c. eritqȝ ex prima parte.30. tertij angulus.a.f.c. rectus. cūqȝ etiā eēt ex ypothesi angulus.a.b.c. rectus sequit̄ impossibile per.21. primi sicut in principio. relinquit̄ ergo qđ diximus. hoc aūt necessariū est ad cognitionē coꝝ que sequūtur.

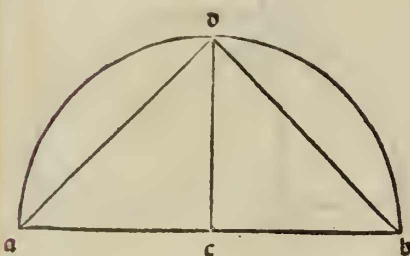
Propositio .14.

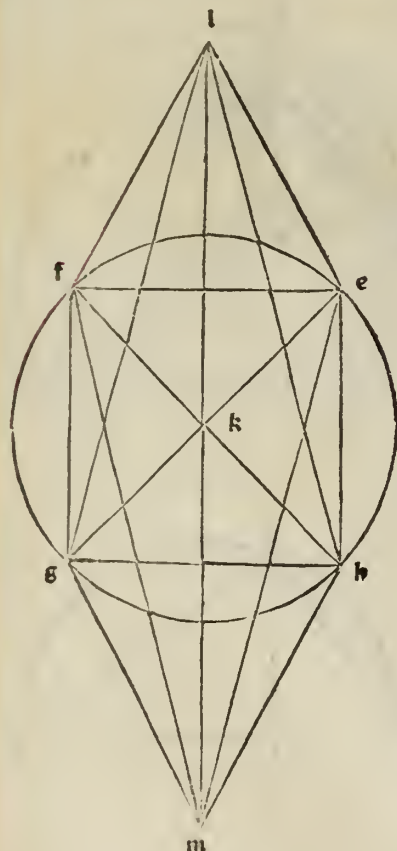
A assignata spera circūscriptibilem cubum constituere eiusdem autem spere diametrum lateri ipsi⁹ cubi potentialiter triplicem esse manifestum erit.

¶ Assignate spere diametrum sit.a.b. super quā lineetur semicirculus.a.d.b. diuidaturqȝ diameter i puncto.c. prorsus secundum conditionem premisse videlicet ut linea.a.c. sit dupla ad lineam.c.b.ꝛ producatur c.d. perpendicularis ad.a.b.ꝛ protrahantur.d.b.ꝛ.d.a. postea fiat vnū q̄dratum cuius oia latera sint equalia linee.b.d. sitqȝ.e.f.g.b. sup cui⁹ q̄tuor anglos erigant̄









vt docet.12. vndecimi quatuor lineę ꝑpendiculares ad supficiē ipsi⁹ q̄drati q̄ꝝ q̄libꝫ ponatur etiā equalis lineę.b.d.sintq̄ꝫ.e.k.f.l.g.m.h.n.eruntq̄ꝫ hee quatuor ꝑpendiculares singule singulis equidistantes ex sexta vndecimi: ⁊ anguli quos cōtinent cū lateribus quadrati recti ex diffinitione lineę ꝑpēdicularis ad supficiē: deinde cōiungant̄ extremitates istaꝝ ꝑpendiculariū ꝓtractis lineis.k.l.l.m.m.n.n.k.eritq̄ꝫ cōplet⁹ cub⁹ sex supficieb⁹ q̄dratis cōtentus.cōstat eni ex.34.p̄mi ꝙ q̄tuor superficies ipsum ambientes ⁊ ipse sunt quaꝝ opposita latera sunt quatuor perpendiculares sint omnes quadrate: de basi autē hoc positū est.at vero de supprema ei⁹ supficie que ē.k.l.m.n.ꝙ ipsa quoq̄ꝫ sit quadrata. cōstat ex.34.primi ⁊.10.vndecimi.ideoq̄ꝫ ex quarta vndecimi manifestū ē singula latera eiusdē cubi duab⁹ ipsius oppositis superficiebus orthogonaliter insistere. Ut autē cubū hunc ab assignata spera circūscriptibilem eē demonstremus: in vna suaꝝ supficieꝝ ꝓtrahat̄ diagonalis. verbi gratia in basi eius sitq̄ꝫ.e.g.⁊.a.b.huius diagonalis altera extremitate ꝓtrahatur diameter cubi.e.m.eritq̄ꝫ ex penultima primi quadratū. e.g. duplū ad quadratū .f.g.ideoq̄ꝫ ⁊ ad quadratū.g.m.eo ꝙ.g.m.ē equalis.f.g. sūt eni omnia latera cubi adinuicē equalia.⁊ q: rursus ex penultima primi quadratū.e.m.ē equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.e.g.⁊.g.m. ꝓpter hoc ꝙ angulus.e.g.m.ē rectus ex diffinitione lineę perpendicularis ad superficiē: erit quadratū.e.m. triplum ad quadratū.m.g. constat eni ex duplo ⁊ simplo.cumq̄ꝫ ex secūda pte corel'.8. sexti ⁊ ex corel'.17.eiusdē q̄dratū quoq̄ꝫ.a.b.sit triplū ad quadratū.b.d.eo ꝙ linea.a.b. tripla ē ad lineā .b.c.sit autē.b.d.equalis.g.sequitur ex cōi scia ut.e.m.q̄ ē diameter cubi sit equalis.a.b.que ē diameter spere.itaq̄ꝫ si sup.e.m.lineę̄ semicirculus circumducat̄q̄ꝫ quousq̄ꝫ ad locū vnde fuit initiū motus redeat spera descripta: erit ex diffinitione speraꝝ equaliū equalis spere assignate.at vero q: hic semicirculus trāsitū faciet p punctū.g.eo ꝙ angulus.e.g.m.ē rect⁹ eadēq̄ꝫ rōne p ceteros singl'os rectos angulos cubi qd̄ ex antecedente ante hāc.14. imediate p̄misso manifestū ē constat cōstitutū cubū ab assignata spera eo ꝙ a sua equali circūscriptibilē esse qd̄ demonstrare oportebat.corelarij vero demōstratio in isti⁹ demōstratiōis ꝓcessu prepatuit.

Propositio .15.



Corpus octo basiū triāgulariū ⁊ equilateraꝝ a spera ꝓposita circūscriptibile cōponere: eritq̄ꝫ palā eiusdeꝫ spere diameterꝝ lateri ipsius corpis duplicem esse potentialiter.

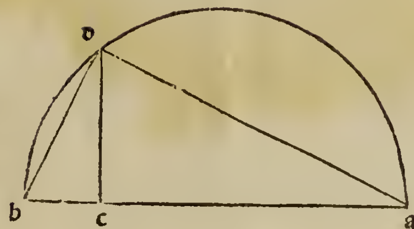
¶ Diameter spere ꝓposite sit.a.b.que diuidat̄ p equalia i puncto.c. ⁊ sup eā lineę̄ semicirculus.a.d.b.⁊ ꝓducat̄.c.d.ꝑpendicularis.ad.a.b.⁊ iungat̄ punct⁹.d.cū.a.⁊ cū.b.describat̄q̄ꝫ vnū quadratū cuius singula latera sint equalia lineę.b.d.sitq̄ꝫ quadratū.hoc.e.f.g.h.in quo ꝓtrahant̄ diametri due. e.g.⁊. f.h. secantes se inuicē in puncto.k.ꝯstat igit̄ ex.4.primi ꝙ vtraq̄ꝫ istaꝝ diametroꝝ sit equalis lineę.a.b .que ē diameter spere cū angulus .d.sit rectus ex p̄ma pte.30.tertij ⁊ singuli quoq̄ꝫ anguli.e.f.g.h.recti ex dione q̄drati: ꝯstat rursus ꝙ eedem due diametri.e.g.⁊.f.h.diuidūt se inuicē p equalia in puncto k.hoc autē ex.5.primi ⁊ 32.⁊ sexta eiusdē facile ē elicere.erigat̄ itaq̄ꝫ sup punctū.k.linea.k.l.ꝑpendicularis ad supficiē q̄drati q̄ ponat̄ eq̄lis medietate diametri.e.g.l'.f.h.⁊ demittāt̄ ypothemise l.e.l.f.l.g.l.h. erūtq̄ꝫ ex his q̄ posita sunt ⁊ penul p̄mi quotiēs oportuerit repetita singule haꝝ ypothenisaꝝ eq̄les sibi inuicē et equales laterib⁹ q̄drati. habes ergo piramidē quatuor equilateraꝝ triangulariumq̄ꝫ basiū sup quadratū ꝯstitutā.

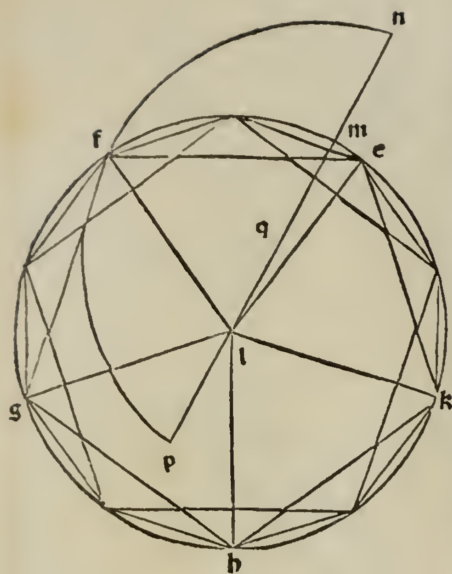
hinc itaq; sub ipso quadrato similē piramidē hoc mō appone lineā.l. k.producas pforando quadratum vsq; ad.m.ita q.k.m.exñs sub quadrato sit equalis .l.k. existenti supra: & iunge punctū.m.cū singulis angulis q̄drati pducendo.4.alias ypothemisas que sunt.m.e.m.f.m.g.m.h.de quibus quoq; manifestū ē ex penul. primi:quēadmodū de alijs que sunt in supiori pte q ipse sint equales ad inuicē et lateribus quadrati. Cōpleuim⁹ igitur corpus.4.basiū triangulariū & equilaterarū hoc aūt ab assignata spera circūscriptile eē sic habeto. cōstat eni q linea. l. m.est equalis diametro assignate spere:nā vtraq; eaꝝ ē equalis diametro quadrati.igit̄ si sup.l.m.lineet̄ semicircul⁹ qui circūuoluat̄ quousq; ad locū suū redeat:spera quā motu suo describet erit equalis assignate spere vt ex diffinitione speraꝝ equalium colligit̄.hic vero semicirculus transibit p quatuor angulos quadrati & simplr̄ p oīa puncta circūferentie circuli circūscribentis quadratū:eo q semidiameter quadrati vt linea.f.k.& portiones linee.l.m.que sunt.l.k.&.k.m.sunt adinuicē equales. q̄re ex diffinitione eius qđ ē figurā vnā alij figure inscribi fabricatū corpus inscriptibi le ē spere motu huius semicirculi descripte.itaq; & spere assignate ex cōcept.cū ipse sint adinuicē equales ex diffinitione.Corrl̄.vero manifeste cōstat:sunt eni due li/ nee .d.b.&.d.a.equales ex.4.primi:ideoq; quadratum.a.b.duplū est ad quadra/ tum.b.d.ex penul.primi:latus aūt fabricati corporis ē equale linee.b.d. veruȝ est ergo corrlarium.

Propositio .16.



Corpus viginti basiū triangulariū atq; equilateraꝝ a da/ ta spera diametrū rōnalē habēte circūscriptibile fabrica/ re.eritq; palā lat⁹ eiusdē corporis eē lineā irrationalem eam sc; que dicitur minor. ¶Sit hic quoq; diameter assignate spere.a.b.q̄ ponat̄ eē rōnalis siue in longitudine siue in potentia tm̄ & diuidat̄ in puncto.c.ita q.a.c.sit quadrupla ad.c.b. & lineet̄ super eā semicircu/ lus.a.d.b.& pducat̄.c.d.ppendicularis ad.a. b.& ptrahat̄ linea.d.b. deinde bm̄ quantitatē linee.d.b.lineet̄ circulus.e.f.g.h.k.supra centrū.l.cui inscribat̄ penta/ gonus equilaterus eisdē litteris annotatus:ad cuius angulos a cētro .l. ducant̄ li/ nee.l.e.l.f.l.g.l.h.l.k.rursus in eodem circulo inscribat̄ decagon⁹ equilater⁹:diui/ dant̄ eni cuncti arcus quoꝝ chorde sunt latera pētagoni p equalia & a punctis me/ dijs ad extremitates cunctoꝝ lateꝝ inscripti pentagoni linee recte dirigant̄. iteq; super singulos angulos pentagoni erigatur cathec⁹ bm̄ q docet.12.vndecimi quo rum quilibet sit etiā equalis linee.b.d.& cōtinuent̄ extremitates hoꝝ quinq; cathe coꝝ quinq; corraustis.erūtq; ex.6.vndecimi quinq; cathecí erecti adinuicē equidi/ stantes:cūq; ipsi sint eq̄les erūt quoq; ex.33.primi quinq; corrausti coꝝ extremita tes iūgentes eq̄les laterib⁹ pentagoni.demitte igitur a summitatibus singulis sin/ guloꝝ cathecoꝝ binas & binas ypothemisas ad duos circūstantes angulos īscripti decagoni & haꝝ decē ypothemisaꝝ a quinq; extremitatibus cathecoꝝ ad.5. pūcta que sunt singuli anguli medij inscripti decagoni descendentiū extremitates ꝯtinua aliū pentagonum rursus ipsi circulo inscribendo qui quoq; erit equilaterus ex.23. tertij:cū hoc itaq; feceris videbis te pfecisse decē triangulos quoꝝ latera sunt decē ypothemise & quinq; corrausti &.5.latera h⁹ scđi pentagoni inscripti.hos ergo decē triangulos eq̄lateros eē sic collige.cū eni tā semidiameter descripti circuli q̄; q̄libet erectorum cathecorum sit equalis linee.b.d.ex ypothesi:erit ex corrlario.15.quarti quilibet cathecorum equalis lateri exagoni equilateri circulo cuius semidiameter:





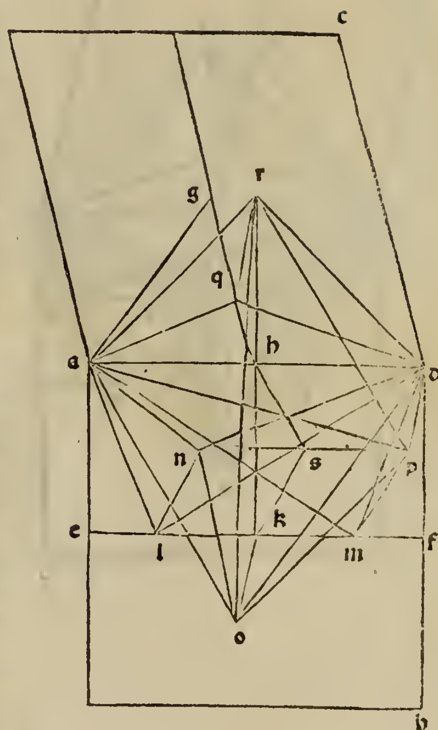
est equalis linee.b.d.inscripti.quia vero ex penul'. primi vnaq̄q3: 10.ypothemisaꝝ tanto est potentior cathecco quātū pōt latus decagoni. at vero ex.10.huius latus quoq3 penthagoni ē tanto potentius eodē quātū pōt idē latus decagoni.erit ex cō muni scientia vnaq̄q3 haꝝ ypothemisaꝝ equalis lateri pentagoni. De corauſtis aūt iam patuit ꝙ ipsi sint equales lateribus pentagoni.itaq3 cuncta latera horum decē trianguloꝝ aut sunt latera pentagoni equilateri scđa vice circulo inscripti aut illis equalia sunt igiť equilateri trianguli.Ampli⁹ aūt sup̱ centꝝ circuli qđ ē punctū l.erige aliū cathecū equalē priorib⁹ qui sit.l.m.eiusq3 sup̱iorē extremitatē que ē pū ctus.m.iūge cū singulis extremitatib⁹ prioꝝ p̱ quinq3 corauſtos eritq3 ex sexta vn decimi hic centralis cathecus singulis cathecoꝝ angularīū equidistans:iđq3 ex.33 primi hi quinq3 corauſti erunt semidiametro circuli equales ⁊ ex correl'. 15.quarti quilibet eoꝝ tāquā latus exagoni.centrali ergo cathecco ex vtraq3 p̱te adijciatur li/ nea vna equalis lateri decagoni:supra quidē adijciať ei.m.n.deorsum aūt sub cir/ culo adijciať sibi a centro circuli.l.p.postea demittanť a puncto.n.5. ypothemise ad.5.superiores angulos decē trianguloꝝ qui sunt in circuitu.⁊ a puncto.p.alie.5 ad alios quinq3 inferiores eruntq3 hee decē ypothemise equales adinnicē laterib⁹ inscripti pentagoni ex penul'.primi ⁊.10.huius quēadmodū de alijs decē pri⁹ de/ monstratū est.habes ergo corpus.20.basium triangularium atq3 equilateraꝝ cui⁹ cuncta latera sunt equalia lateribus pentagoni.eius vero diameter est linea. n.p: hoꝝ aūt.20.trianguloꝝ decē cōsistunt in circuitu supra circulū.quinq3 aūt cōsur/ gunt sursum ad punctum.n.cōcurrentes.at quinq3 reliqui deorsum emergunt sup̱ punctū .p.coeuntes.hoc autē ycocedrū corpus a data spera circūscriptibile eē sic erit manifestum:cū linea.l.m.sit equalis lateri exagoni ⁊.m.n.lateri decagoni equi lateroꝝ quos circulus.e.f.g.circūscribit tota l.n.erit ex nona presentis libri diuisa ƀm ꝓportionem .h.m.⁊.d.extra in puncto.m. ⁊ maior portio eius erit linea.l.m. Diuidatur itaq3 .l.m.per eq̄lia in.q. eritq3 ex cōmuni scia.p.q.eq̄lis.q.n.nā. p.l. posita ē equalis lateri decagoni quēadmodū.m.n.quare.q.n.ē medietas.n.p.quē admodū ē.q.m.medietas.m.l.cū ergo quadratū.n.q.sit ex.3.hui⁹ quintuplu3 ad quadratum.q.m.erit quoq3 ex.15.quinti quadratū.p.n.quintuplū ad quadratum l.m.est eni ex quarta scđi quadratum.p.m.quadruplū ad quadratū.q.n.quadra/ tū quoq3.l.m.quadruplū ad quadratū.q.m.ex eadē:quadruplū autē ad quadru/ plū ē vt simplum ad simplū teste. 15.quinti.at vero quadratū.a.b.quintuplum est ad q̄dratū.b.d.ex scđa p̱te correl'.8. sexti:⁊ ex correl'.17. eiusdē:ē etiā.a.b.quincu/ pla ad.b.c.eo ꝙ.a .c.fuit ad eandē quadrupla:qr ergo .l. m.ē ex ypothesi equalis b.d.erit ex cōi scia.a.b.equalis.n.p.itaq3 si sup̱ lineam.n.p.semicirculus describa tur qui tandiu ꝙ locū primum repetat circūuolvať spera ipsi⁹ motu descripta erit a diffinitione sperarum equaliū equalis spere ꝓposite.⁊ qm̄ linea.l.m.ē medio lo co ꝓportionalis inter.l.n.⁊.n.m.ideoq3 inter.l.n.⁊.p.l.erit quoq3 quelibet semi/ diameter circuli medio loco ꝓportionalis inter.l.n.⁊.l.p.⁊ cū.l.m. sit equalis se/ midiametro circuli.itaq3 semicirculus sup̱.p.n.descriptus transibit p̱ oīa pūcta cir cūferentie circuli.e.f.g.ideoq3 ⁊ per singulos angulos solidi fabricati in illa circū/ ferentia cōsistentes:⁊ qr eadē rōne singuli corauſti cōtinuantes extremitates an/ gularium catheccoꝝ:cū extremitate centralis sunt medio loco ꝓportionales inter p.m.⁊.m.n.eo ꝙ quilibet coꝝ ē equalis.l.m.sequiť ut idē semicirculus trāseat etiā per reliquos angulos figure ycocedre statute .ē igitur corpus hoc iscriptibile spere

cuius diameter.p.n.ideoq3 z spere cuius diameter.a.b.Latus aūt huius solide fi/
gure dico esse lineā minorē.cōstat eni φ linea. b.d .ē rōnalis in potentia cū eius
quadratū sit subquincuplū ad quadratū linee.a.b.que posita ē rōnalis siue in lon
gitudine siue in potentia tm̄:itaq3 semidiameter atq3 semidiametri circuli.c. f.g.ē
etiā rōnalis in potentia.nam eius semidiameter ē equalis.b.d. igit̄ ex.12.hui⁹lat⁹
pētagoni equilateri huic circulo iscripti ē linea minor.at vero sicut i huius demon
strationis processu patuit latus huius figure est quantū latus pentagoni:ergo la/
tus huius figure.20.alchaidaꝝ ē linea minor queādmodum proponitur.

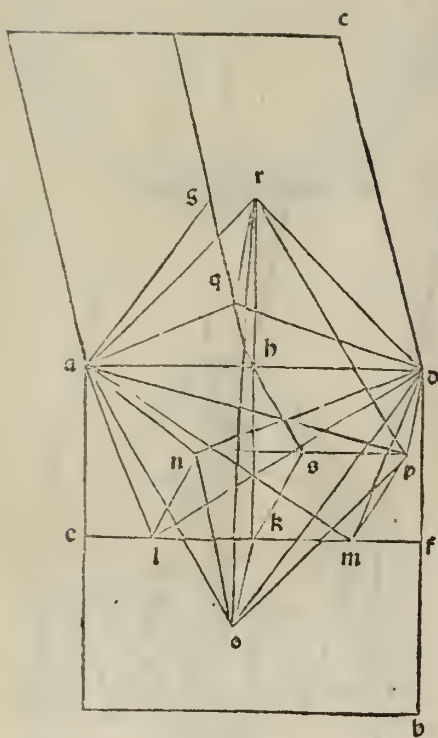
Propositio .17.



Corpus duodecim basium pentagonoꝝ equilateraꝝ atq3 equiāgulariū ab assignata spera circūscriptibile cōstitue re.eritq3 palā lat⁹ eiusdē corporis irrationale esse.id qd residuū dicit̄.¶ Fiat cubus fm φ docet.14.huius circūscriptibile ab assignata spera:sitq3 huius cubi due superficies.a.b.z.a.c.ima/
ginemur aūt nunc φ.a.b.sit suprema superficies cubi z.a.c. sit vna ex laterib⁹.sit
q3 linea.a.d.cōmunis istis duabus superficiebus.diuidant̄ itaq3 in superficie.a.b
duo opposita latera p equalia videlicet.d.b.z latus ei oppositū:z puncta diuisio/
nis cōtinuent̄ p lineā .e.f.latus quoq3.a.d.z illud qd sibi opponit̄ in supficie.a.c:
diuidant̄ per equalia z puncta diuisionis ɔtinuent̄ linea recta cuius medietas sit
g.h.sitq3 punctus.h.medius punct⁹ linee.a.d.similiter linea. e.f. diuidat̄ p equa/
lia in .k.z protrahat̄.h.k.quālibet igit̄ triū lineaꝝ.c.k.k.f.z.g.h.diuide fm pro/
portionē.ha.me.z.du.ext.in trib⁹ pūctis.l.m.q.sintq3 maiores portiones eaꝝ.l.
k.k.m.z.g.q.quas manifestū ē eē eq̄les cū tote linee diuise sint equales vidcl3 que
libet eaꝝ medietati lateris cubi.deinde a duobus punctis.l.z.m.erige perpendicu
lares vt docet.12.vndecimi ad supficiē.a.b.quaꝝ vtrāq3 ponas equalē linee .k.l.
sintq3.l.n.z.m.p.similiter a puncto.q.erige perpendiculariter.q.r.ad superficie3
a.c. quā ponas eq̄lē.g.q.ɔtrahe itaq3 lineas.a.l.a.n.a.m.a.p.d.m.d.p.d.l.d.n
a.r.a.q.d.r.d.q.Manifestū est igitur ex quinta huius φ due linee.k.c.z.c. l.po/
tentialiter sunt triplū ad lineā.k.l.ideoq3 etiā ad lineā.l.n.cū.k.l.z.l. n.sint eq̄les
At vero.k.c.ē equalis.e.a.igit̄ due linee.a.c.z.e.l.sunt potentia triplū ad lineā.l.
n.quare ex penult.primi.a.l.ē potentia tripla ad.l n.ideoq3 per candē.a. n.ē po/
tentia quadrupla ad.l.n.Cūq3 ois linea sit potentia quadrupla ad medietatē sui
sequit̄ ex cōi scia φ.a.n.sit dupla in longitudine ad.l.n. z q2.l.m.dupla est ad.l.k
At.k.l.z.l.n.sunt equales:erit.a.n.equalis.l.m.sunt eni eaꝝ dimidia equalia .Et
q2 ex.33.primi.l.m.ē equalis.n.p.erit.a.n.equalis.n.p.eodē modo ɔbabis tres
lineas.p.d.d.r.z.r.a.esse equales sibi inuicē z duabus predictis .habem⁹ itaq3 ex
his quinq3 lineis pentagonū equilateꝝ qui ē.a.n.p.d.r.sed fortasse dices ipsū nō
esse pentagonū q2 nō nec forsan ē totus in supficie vna.qd esset necessariū ad hoc
vt esset pentagonus .Qd ergo sit tot⁹ in supficie vna sic habeto:prodeat equide3 a
puncto.k.linea.k.s.perpendicularis ad supficiē.a.b.que sit equalis. l.k. eritq3 ob
hoc equalis vtriq3 duaꝝ.l.n.z.m.p.cūq3 ipsa sit equidistās vtriq3 eaꝝ ex sexta vn
decimi:ideoq3 cū ambab⁹ in eadē supficie ex dione lineaꝝ equidistantiū necesse ē
vt punct⁹.s.sit in linea.n.p.z φ diuidat eā p equalia:ɔtrahant̄ igit̄ due linee.r.h.
z.h.s.sunt itaq3 duo trianguli.k.s.h.z.q.r.h.sup vnū angulū videlicet.k.h.q.cō/
stituti z ē proportio.k.h.ad.q.r.sicut.k.s.ad.q.h.nā vt.g.h.ad.q.r.sic.k.h.ad.q



r.ex.7.quinti:⁊ vt .r.q.ad.q.b.sic.k.f.ad.q.b.ex eadē.sed.g.b.ad.q.r. vt.q.r.ad q.b.eo ꝙ.q.r.est equalis.g.q.ergo p.30.sexti linea.r.b.f.ē linea vna. Quare ex se cūda vndecimi tot⁹ pentagonus de quo disputam⁹ ē in sup̄ficie vna. Ipſū quoqꝫ dico esse equiangulū.cū eni.c.k.sit diuisa ſm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema ⁊.k.m.sit equalis maiori portioni eius:erit quoqꝫ ex.4.pūtis tota.c.m. diuisa ſm ꝓportionē habentē mediū duoqꝫ extrema:maior quoqꝫ portio eius linea c.k.iōqꝫ per.5.due linee.c.m.⁊.m.k.iōqꝫ due.c.m.⁊.m.p.nā.m.p.ē equalis. m. k.sūt potētia triplū ad lineā.c.k.iōqꝫ ⁊ ad lineā.a.e.nā.a.c.ē eq̄lis.c.k.itaqꝫ tres linee.a.e.c.m.⁊.m:p.sunt potentia quadruplū ad lineā.a. e. Constat autē per penultimā primi bis assumptā ꝙ linea.a. p.ē potentia equalis tribus lineis.a.e.⁊.c. m.⁊.m.p.itaqꝫ.a.p. ē potentia quadrupla ad lineā.a.e.latus vero cubi cū sit duplū ad lineā.a.c.est potentia quoqꝫ quadruplū ad ipſā ex .4.scōi:igit̄ ex cōi scientia.a.p.est lateri cubi equalis. Cūqꝫ.a.d.sit vnū ex lateribus cubi erit. a.p. equalis.a.d.ideoqꝫ ex.8. primi angulus.a.r.d.ē equalis angulo.a.n.p. Eodē modo ꝓbabis angulū.d.n.p.esse equalē angulo.d.r.a.qꝛ ꝓbabis lineā.d.n.esse potentialiter quadruplū ad medietatē lateris cubi.cū igit̄ ex his pentagonus sit equilater⁹ ⁊ habeat tres angulos equales ipse erit equiangulus ex septima pūtis libri. Si itaqꝫ hac via rōneqꝫ cōsili ⁊ sup̄ vnūqdqꝫ reliquoꝝ lateꝝ cubi pentagonū equilaterū ⁊ equiangulū fabricemus pficiet̄ solidū . 12.sup̄ficiebus pentagonis equilateris et equiangulis contentū.cub⁹ eni habet.12. latera. Reliquū aūt ē demonstrare solidū hoc esse a data spera circūscriptibile: ꝓtrahant̄ igit̄ a linea.f.k. due sup̄ficies secantes cubū quaꝝ vna secet ipſū super lineā.h.k.⁊ alia sup lineā.c.f.eritqꝫ ex.40.vndecimi vt cōis sectio haꝝ duaꝝ sup̄ficieꝝ secet diametꝝ cubi ⁊ secetur viceuersa ab ipsa diametro per equalia.sit ergo cōis sectio eaꝝ vsqꝫ ad diametrū cubi linea.k.o ita ꝙ.o.sit centrū cubi ⁊ ducant̄ linee.o.a.o.n.o.p.o.d.o.r. constat aūt ꝙ vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.o.a.⁊.o.d.est semidiameter cubi.ideoqꝫ equales.d.e.linea.autē.o.k cōstat ex.40.vndecimi ꝙ ipsa ē equalis.e.k.videlicet medietati lateris cubi. Et qꝛ k.f.est equalis.k.m.erit.o.f.diuisa in puncto.k.ſm proportionē habentē mediū duoqꝫ extrema ⁊ maior portio ei⁹erit linea.o.k.q̄ ē eq̄lis.e.k.itaqꝫ p.5.h⁹erūt due linee.o.f.⁊.f.k.iōqꝫ.o.f.⁊.f.p.eo ꝙ .f.p. ad quos hec demr̄atio ñ extēdit̄.ē eq̄lis k.f.triplū i potētia ad lineā.o.k .⁊ iō ad medietatē lateris cubi q̄re p penul'.pmi. linea.o.p.ē potētia tripla ad medietatē lateris cubi. Ex concl'.aūt.14.h⁹ cōstat ꝙ semidiameter spere tripla est in potentia ad medietatē lateris cubi quem circūscribit eadem spera.itaqꝫ.o.p:est quanta semidiameter spere circumscribentis cubuꝫ propositum. Eadem ratione cuncte linee ducte a puncto.o. ad angulos singulos pentagonorum omnium superlatera cubi descriptorum ad singulos angulos inqꝫ qui proprij sunt pentagonis nō aūt cōes eis ⁊ sup̄ficiebus cubi scꝫ proprij q̄les sunt in pentagono statuto tres anguli.n.p.r.de illis aūt lineis que veniunt a puncto.o.ad angulos singulos pentagonoꝝ qui sunt cōes pentagonis ⁊ sup̄ficiebus cubi quales sunt in pentagono pūti duo anguli.a.⁊.d.cōstat ꝙ ipse sūt equales semidiametro spere circūscribentis cubū:ipse eni sunt diametri cubi ex.40.vndecimi.at vero semidiameter cubi ē tanq̄ semidiameter spere ipſū circūscribentis queadmodū ex rōcinatione.14.apparet igit̄ oēs linee ducte a puncto.o.ad singulos angulos duodecedri sunt equales adinuicē ⁊ semidiametro spere semicirculus itaqꝫ super totā diametrū spere vel cubi lineatus.si circūducat̄ trāsibit per omnes



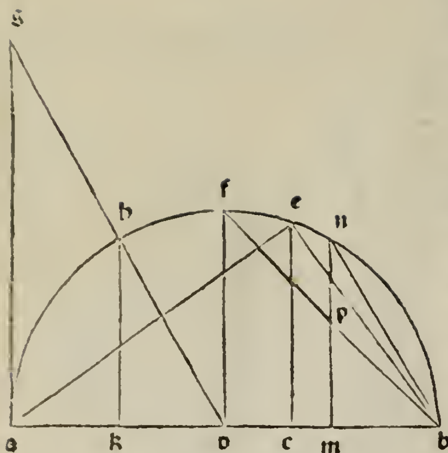
ãgulos ei⁹ quare p diffinitionẽ ipsũ est ab assignata spera circũscriptibile. dico itẽꝝ ꝙ latus huius figure ẽ linea irrõnalis ista videlicet que residuũ dicitur si diameter spere ipsũ circũscribentis fuerit rõnalis in longitudine vel in potentia. cũ eni dia/ meter spere sit ex.14.huius tripla in potentia ad latus cubi erit latus cubi rationa le in potentia si diameter spere fuerit rõnalis in longitudine vel in potentia. Con stat autem ex.11.ꝙ linea. r.p.diuidit lineam.a .d.que est latus cubi ẽm propor/ tionẽ habentẽ mediũ duoq3 extrema ꝛ ꝙ portio ei⁹ maior equalis est lateri penta/ goni ꝛ qꝛ maior portio ei⁹ ẽ residuũ ex sexta huius manifestũ est latus figure duo cedron esse residuũ qd̃ demõstrare volumus. Fabricata sũt igitur p.13.ꝛ quatuor eam sequentes quinq3 corpora equalatera atq3 equiangula quoꝝ vnũqdq3 ẽ circũ/ scriptibile ab assignata spera. Sunt aũt hec solida :primũ quidẽ q̃tuor basiũ triã/ gularium:ꝛ dicitur tetracedron. Secũdũ est sex basiũ quadrataꝝ ꝛ dicitur cubus si ue exacedron. Tertiũ octo basiũ triangulariũ:ꝛ dicit̃ octocedron. Quartũ autem ẽ solidũ ycocedron ꝛ est viginti basium triangulariũ. Quintũ vero ex.12.basib⁹ pen tagonis cõsistit:diciturq3 duodecedron .hec autẽ quinq3 solida regularia dicuntur qm̃ ipsa eq̃ãgula sũt atq3 eq̃latera ꝛ a spera atq3 ab inuicẽ circũscriptibilia. plura vero his quiq3 eq̃latera q̃ sint ꝛ eq̃ãgula esse ẽ impossibile. Ad cõstitutionẽ cuiusli bet anguli solidi necesse est ad minus tres supficiales angulos cõcurrere. Ex duo/ bus eni solis superficialibus nequit solidus angulus cõpleri:qꝛ ergo tres anguli cu iuslibet exagoni equilateri ꝛ equianguli sunt equales q̃tuor angulis rectis. At vero eptagoni ꝛ cuiuslibet pluriũ lateꝝ figure equilatere atq3 equiangule tres anguli sũt maiores quatuor angulis rectis queadmodũ ex.32.primi euidenter elicit̃: omnis autẽ angulus solidus quatuor rectis angulis minor ẽ teste.21.vndecimi impossibi le est tres angulos exagoni atq3 eptagoni:ꝛ simpliciter omnis plurilatere figure equilatere tamẽ atq3 equiangule solidũ angulum constituere. iõ nulla solida figura equilatera atq3 equiangula põt ex supf.ciebus exagonalibus aut pluriũ lateꝝ con/ stitui. Si eni tres anguli exagoni equilateri atq3 equianguli quemq3 solidũ angu/ lum excedũt quatuor ꝛ plures multo fortius eundẽ excedũt:tres aũt angulos pen tagoni equilateri atq3 equianguli minores esse quatuor rectis angulis. manifestũ ẽ ꝛ quatuor eẽ maiores:quare ex tribus angulis pentagoni equilateri atq3 equian guli possibile est solidũ angulũ constitui. ex quatuor autẽ aut ex pluribus impossi/ bile. ideoq3 vnũ duntaxat solidum ex pentagonis equilateris atq3 equiangulis cõ stitutũ est illud videlicet qd̃ duodecedron dicit̃ in quo anguli pentagonoꝝ terni et terni solidos angulos pficiunt. Eadem quoq3 est rõ in quadrilateris figuris equi/ lateris ꝛ equiangulis que in pentagonis:oĩs enim quadrilatera figura si equilate/ ra equiangulaq3 fuerit ipsa erit q̃drata a diffinitione. Nã omnes ei⁹ anguli erunt recti per.32.primi. Ex tribus igit̃ angulis talis superficialis figure possibile est soli dum angulum cõstitui:ex quatuor aũt aut ex plurib⁹ impossibile est: ꝓpter qd̃ ex talib⁹ figuris superficialib⁹que cũ drilatere ipse sũt eq̃latere atq3 equiangule vnicũ solidũ qd̃ cubũ dicimus:fabricatũ ẽ trianguloꝝ aũt equilateroꝝ sex anguli sũt eq̃/ les quatuor rectis ex. 32. primi:pauciores ergo minores ꝛ plures maiores:igit̃ ex sex angulis taliũ trigonoꝝ aut ex pluribus impossibile ẽ angulum solidum fieri:ex quinq3 et ex quatuor ꝛ ex tribus possibile. Cum itaq3 tres anguli trigoni equilate/ ri efficiunt angulum solidu3:perficitur ex triangulis eq̃lateris corpus quatuor ba/ sium triangularium atq3 equilaterum. Cum vero quatuor consurgunt corpus octo

basium quod octocedron. diximus. At vero si quinqȝ triangulorum equilaterorum anguli solidum angulum cōtineant fiet corpus ycocedron viginti basi. in triangularū ⁊ equilaterarꝫ. Quare ergo tot ⁊ talia sunt solida regularia ⁊ quare plura bis non sint dictum est.

Propositio .18.

Latera quinqȝ corporum premissorum ab eadeȝ spera circumscriptibilium cuius spere sola diametros nobis ꝓposita fuerit per ipsam propositam diametrum inuenire.

¶ Sit .a.b. diameter alicuius spere nobis proposita. ex qua iubemur latera quinqȝ premissorꝫ corporꝫ elicere. Diuidam⁹ igit̄ banc diametrum in .c. ita ꝙ .a.c. sit dupla ad .c.b. ⁊ per equalia in .d. ⁊ lineemus sup eam semicirculum .a.f.b. ad cuius circūferentiā protrahant̄ due linee perpendiculares ad lineā .a.b. que sint .c.e. ⁊ .d.f. ⁊ iungam⁹ .e. cū .a. ⁊ cū .b. ⁊ .f. cū .b. Manifestū ergo ē ex demonstratione .13. ꝙ .a.e. ē latus figure quatuor basium triangularū ⁊ equilaterarꝫ ⁊ ex demōstratione .14. ꝙ .e.b. ē lat⁹ cubi: ⁊ ex demōstratione .15. ꝙ .f.b. est latus figure octo basium triangularū ⁊ equilaterarꝫ: prodeat itaqȝ a puncto .a. linea .a.g. perpendicularis ad .a.b. ⁊ equalis eidē .a.b. ⁊ iungat̄ .g. cum .d. sitqȝ .h. punctus in quo .g.d. secat circūferentiā semicirculi ⁊ ducat̄ .h.k. perpendicularis ad .a.b. ⁊ quia .g.a. est dupla ad .a.d. erit ex quarta sexti .h.k. dupla ad .k.d. Sunt enim duo triāguli .g.a.d. ⁊ .h.k.d. eqanguli ex .32. primi eo ꝙ angul⁹ .a. maioris ē equalis angulo .k. minoris: nāqȝ vterqȝ rectus ⁊ angulus .d. ē cōis vtriqȝ: igitur ex quarta scōi .h.k. est potentia quadrupla ad .k.d. ergo ex penul̄. primi .h.d. est potentia quincupla ad .k.d. cūqȝ .d.b. sit equalis .h.d. est eni .d. centrū semicirculi erit quoqȝ .d.b. potentia quincupla ad .k.d. At vero cū tota .a.b. sit dupla ad totā .b.d quēadmodū .a.c. detracta ex prima .a.b. ē dupla ad .c.b. detractā ex secunda .b.d. eritqȝ ex .19. quinti .b.c. residua prime: dupla ad .c.d. residuā secunde: ideoqȝ tota b.d. est tripla ad .d.c. igitur q̄dratū .b.d. est noncuplū ad quadratū .d.c. ⁊ qꝛ ipsū erat quincuplū tm̄ ad quadratum .k.d. erit ex scōa pte decime quinti .quadratū .d.c. minus q̄drato .k.d. ideoqȝ .d.c. minor .k.d. sit ḡ .d.m. equalis .k.d. ⁊ ꝓdeat .m.n vsqȝ ad circūferentiā que sit perpendicularis ad .a.b. ⁊ iungat̄ .n. cū .b. Cū igit̄ .d.k ⁊ .d.m. sīt eq̄les erūt ex diffinitione ei⁹ qđ ē aliqs lineas a centro eq̄distare due linee .h.k. ⁊ .m.n. eq̄liter distantes a centro. ideoqȝ eq̄les adinuicē ex scōa parte .13. tertij ⁊ ex scōa pte tertie eiusdem. itaqȝ .m.n. ē equalis .m.k. nam .h.k. erat equalis ei. At qꝛ .a.b. dupla est ad .b.d. ⁊ .k.m. dupla est ad .d.k. ⁊ quadratum .b.d. quincuplū ad quadratū .d.k. erit ex .15. quinti quadratū .a.b. silr̄ quincuplū ad q̄dratū k.m. ē eni quadratū dupli ad quadratū dupli sicut quadratū simpli ad q̄dratum simpli. Ex demōstratione eni .16. manifestū ē ꝙ diameter spere ē potētialiter quincupla tā ad lat⁹ exagoni circuli figure .20. basiū ḡ .k.m. ē eq̄lis lateri exagoni circuli figure .20. basiū nā diameter spere q̄ ē .a.b. ē potētialiter quīcupla tā ad lat⁹ exagoni circuli illi⁹ figure q̄ȝ .ad .k.m. Rurs⁹ qȝ ex demōstratione eiusdē manifestū ē ꝙ diameter spere cōstat ex latere exagoni ⁊ duplici lateri decagoni circuli figure .20. basiū cū ergo .k.m. sit tanq̄ȝ lat⁹ exagoni. at vero .a.k. sit eq̄lis .m.b. nā ipsa sūt residua eq̄lia deptis eq̄lib⁹ erit .m.b. tāq̄ȝ lat⁹ decagoni: qꝛ igit̄ .m.n. ē tāq̄ȝ lat⁹ exagoni. nā ipsa est equalis .k.m. erit ex penul̄. primi ⁊ .10. hui⁹ .n.b. tanq̄ȝ lat⁹ pētagoni figure circuli .20. basiū ⁊ qꝛ ex demōstratione .16. apparet ꝙ lat⁹ pentagoni circuli figure .20. basiū ē lat⁹ eiusdē figure .20. basiū: constat lineā .n.b. ē e lat⁹ isti⁹ figure

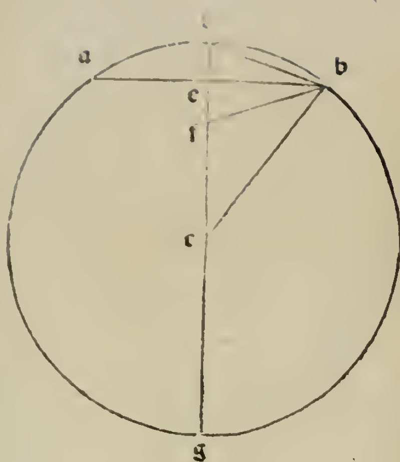


Diuidat̃ itaq3.c.b.que ē lat⁹ cubi ab assignata spera circũscriptibilis ẽm ꝓportio nē habentē mediũ duoq3 extrema i puncto.p.sitq3 maior portio eius.p.b.constat igit̃ ex demõstratione p̃missę ꝙ.p.b. ē lat⁹ figure.12.basium. Inuenta ergo sũt latera.5. premissoꝝ corpoꝝ ex diametro spere nobis ꝓposita.ē eni latus. a.c. piramidis.4. basiũ.c.b.latus cubi.f.b.latus octocedri. at vero. n.b. latus ycocedri:linea aũt.p.b.latus duodecedri. Que autē hoꝝ lateꝝ sint maiora alijs sic habetur. constat eni ꝙ.a.c.ē maior.f.b.nã arcus.a.c.est maior arcu. f.b.itēq3.f.b.ē maior c.b.⁊.c.b.maior q̃3.n.b.at vero.n.b.dico etiã esse maiorē q̃3.p.b.cum eni sit.a.c. dupla ad.c.b.erit ex quarta scdi quadratũ.a.c.quadruplũ ad quadratũ.c.b. ꝯstat autē ex scda pte correlarij.8.sexti ⁊ ex correlario.17.eiusdē ꝙ quadratũ.a.b.triplũ ē ad quadratum.b.e.sed p.21.sexti quadratũ.a.b.ad quadratũ.b.e.ē sicut quadratum.b.e.ad quadratũ.c.b.ex eo ꝙ ꝓportio.a.b.ad.b.e.ē sicut.b.e.ad. b.c. ex secunda pte correlarij.8.sexti.itaq3 p.11.quinti quadratũ.b.c.triplũ est ad quadratum.c.b.⁊ q: quadratũ.a.c.quadruplũ est ad idē quadratũ vt ostensum ē: erit ex prima pte.10.quinti quadratum.a.c.minus quadrato.b.c.ideoq3 linea.a.c.maior ē linea.b.e.ióq3.a.m.multo maior.b.c.manifestũ vero ex.9.huius ꝙ si linea.a.m diuisa fuerit ẽm ꝓportionē habentē mediũ duoq3 extrema erit maior portio eius linea.k.m.que ē equalis.m.n.At vero cũ.b.e.diuidit̃ ẽm eandē proportionem videlicet habentē medium duoq3 extrema maior eius portio ē linea. p.b. cum itaq3 tota.a.m.sit maior tota.b.c.erit.m.n.que est equalis maiori portioni.a.m.maior q̃3.p.b.q̃ est maior portio b.c.hoc autē manifestũ est ex scda.14.libri que sine auxilio alicuius caꝝ q̃ sequũtur firma demõstratione solidat̃:ergo p.19.p̃mi a fortiori n.b.maior ē q̃3.p.b. Quare p3 latera hoꝝ.5.corpoꝝ p̃missoꝝ fere eo ordine quo corpora seinuicē sequunt̃ se inuicē excedere.in cubo eni dũtaxat ⁊ octocedro habet hic instantias.nã lat:s octocedri excedit latus cubi q̃3uis cubus antecedat octocedrũ. Cubũ aũt premittunt idcirco octocedro :quia eadē diuisione diametri assignate spere latus piramidis.4. bases triangulas habentis ⁊ latus cubi inuenit̃.est igit̃.a.c.latus piramidis maius lateribus ceteroꝝ corpoꝝ:post ipsũ aũt ē.f.b .lat⁹ octocedri maius sequentiũ corpoꝝ lateribus Tertio ordine sequit̃ i magnitudie.c. b.latus cubi.Quarto vero loco est.n.b.latus ycocedron.Minimũ autem est omnium.p.b.latus duodecedron vel duodecedri. ¶Explicit liber Terciusdecimus

Incipit liber Decimusquartus. Propositio .1.



OMnis perpendicularis a centro circuli ducta ad latus pentagoni intra circulũ ipsũ descripti dimidio lateris decagoni atq3 dimidio lateris exagoni intra circulũ eundē descriptoꝝ ambobus dimidijs in longũ directũq3 coiunctis equalis eē ꝓbat̃. patet igit̃ ꝙ ꝑpendicularis ducta a cētro circuli ad latus pentagoni ē equalis ꝑpēdiculari ducte a centro ad latus trianguli dimidioq3 lateris decagoni intra eũdē circulũ descripti ⁊ in recie coiunctis. ¶Sit linea.a.b.latus pentagoni equilateri inscripti circulo cui⁹ centꝝ.c.⁊ ducat̃ a centro.c.ꝑpendicularis ad lineã a.b. que p scdam ptem tertie tertij diuidet ipsã p equalia ⁊ arcũ eius etiã p equalia



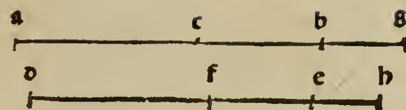
ex quarta primi ꝛ.27.tertij sitq3 hec ppendicularis linea.c.d.secans.a.b. in pũcto e.ꝛ arcũ ei⁹ in puncto.d.est igiť vt dixim⁹ linea.a.e.eq̃lis linee.e.b.ꝛ arc⁹.a.d.ar cui.d.b.ptrahaťq3 linea.d.b.de qua cõstat ꝙ ipsa est lat⁹ decagoni equilateri ꝓ/posito circulo inscripti cũ ipsa subtẽdať medietati quinti totius circũferentie: dico itaq3 ꝙ linea.e.c.ẽ equalis medietati linee.c.d.ꝛ medietati linee. d.b. in longum directumq3 cõiunctis Cõpleatur quidem diameter.d.c.sitq3.d.c.g.ꝛ sit.e.f.equa/lis.e.d.ꝛ ptrahať.b.f. eritq3 ex.4.primi.b.f.eq̃lis.b.d.iõq3 per.5.primi angul⁹ b.d.f.erit equalis angulo.b.f.d.cõstat aũt ex vltima sexti ꝙ angulus.g.c.b. qua/druplus ẽ ad angulũ.b.c.d.eo ꝙ arcus.g.b.quadrupl⁹ ẽ ad arcũ.b.d.at vero an/gulus.g.c.b.p.32.primi dupl⁹ ẽ ad angulũ.b.d.c.nã ipse ẽ extrinsecus duob⁹ qui sunt.b.d.c.ꝛ.d.b.c.at ipsi sunt eq̃les ex.5. primi:igitur angulus.b.d.c.duplus est ad ãgulũ .b.c.d:q̃re ãgulus quoq3.b.f.d.duplus ẽ ad ãgulũ .b.c f.sed angul⁹.b.f d.ẽ equalis duob⁹ intrinsecis q̃ sunt.b.c.f.ꝛ.c.b.f.p.32.pmi.itaq3 duo ãguli.b.c.f ꝛ.c.b.f.sũt eq̃les:iõq3 p .6.primi .c f.ẽ eq̃lis.b.f. iõq3 etiã.c.f.ẽ eq̃lis.b.d.nã.b.d ꝛ b.f. sũt eq̃les adinuicẽ:q̃re dimidiũ.c.d.cũ dimidio.b.d.est quantũ dimidiũ.c.d cũ dimidio.c.f.at vero dimidiũ.c.d.cũ dimidio.c.f.ẽ quãtum dimidiũ.c. f.bis cũ dimidio.f.d.dimidiũ aũt..c.f.bis ẽ quãtum.c.f.ꝛ dimidiu3.f.d.ẽ q̃tũ.e.f.itaq3.e c.est quantũ dimidiũ .c.d.cũ dimidio.c.b.ꝛ.d.b.qd ẽ ꝓpositũ.Correľ.aũt sic con stat manifestũ ẽ eni ex.8. tredecimi libri ꝙ ppẽdicularis ducta a cẽtro circuli ad la/tus trianguli sibi inscripti ẽ equalis dimidio linee ducte a centro ad circũferentiam hoc quidẽ ibi demõstratum ẽ ꝛ quasi correľ.cõclusũ.cum igiť ex hac prime isti⁹.14 libri pateat ꝙ ppendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis dimidio linee ducte a centro ad circũferentiã ꝛ dimidio lateris decagoni: sequitur ꝙ perpendicularis ducta a centro circuli ad latus pentagoni sit equalis ppendicu lari ducte a centro ad latus trianguli:dimidioq3 lateris decagoni intra eundẽ cir/culum descripti:ꝛ hoc est qd ex correľ.ꝓponiť.Nunc ergo explicandũ est quod ait. Ariste⁹.in libro ititulato Exposito scie.5.corpoꝝ nec nõ ꝛ Appoloni⁹ in dono secũ do:in ꝓportionalitate figure. 12.basiũ ad figurã.20.basiũ dicẽs:ꝙ ꝓportio supfi cieꝝ figure habentis.12.bases ad superficies figure habentis.20. bases.ẽ tãq3 ꝓ/portio corporis.12.basium ad corpus.20.basiũ:linea ꝛ eni ducta a centro circuli pentagoni figure .12.basium duodecedri ad circũferentiã eius ẽ quasi linea ꝓdicẽs a centro circuli trianguli figure.20.basium ycocedri ad circũferentiã eius.hec sunt ipsi⁹magni appollonij verba Intelligẽda aũt sũt de figura.12.ꝛ figura.20.basiu3 ab vna eadẽq3 spera circũscriptibilium.Est eni ꝓportio corpis duodecedri ad cor pus ycocedron cum ambo vna eadẽq3 spera circũscribit sicut ꝓportio omnium su pficieꝝ duodecedri piter acceptaꝝ ad oẽs supficies ycocedri pariter acceptas quẽ/admodũ Appolloni⁹ pmissoꝝ verboꝝ pma pte cõmemorat:qd ꝛ decima huius.14 libri solida demõstratione stabilitur.ꝛ ẽ circulus circũscribens pentagonũ duodece dri equalis circulo circumscribenti trigonum ycocedri cum duodecedron ꝛ ycoce/dron eadem spera circumscribit quẽadmodum ipse appollonius secunda pte pre/missorum verborum cõmemorat:quod etiam in quinta huius libri demonstratio ne firmatur:premittenda sunt igitur antecedentia ad tantorum virorum eloquia inconcussa veritate corroboranda.

Propositio .2.



Quicquid accidit vni linee diuise secūdū pportionē habē tem medium ꝛ duo extrema omni linee sil'iter diuise pro/ batur accidere ꝛc.

¶Sit vtraqꝫ duaꝝ lineaꝝ.a.b.ꝛ.d.e.diuisa ꝑm pportionē habentē mediū duoqꝫ extrema.hec quidem i.c.illa vero in.f.sintqꝫ maiores portiones:huius quidē.a.c.illi⁹ aūt.d.f.dico itaqꝫ ꝙ ambaꝝ ad sui maiores por/ tiones est vna pportio.itemqꝫ ambaꝝ ad sui minores portiones est pportio vna ad quoqꝫ maioꝝ portionū ad minores vna.ꝛ econtrario ꝛ permutatim ꝛ cōiuncti ꝛ disiunctim ꝛ euersim.Nihil eni aliud est quicquid vni caꝝ accidit. idē quoqꝫ alij accidere.cōstat eni ex diffinitione linee ꝑm pportionē habentē mediū duoqꝫ extre ma diuise ꝛ ex prima pte.16.sexti:ꝙ illud quod fit ex.a. b.in. b.c. est equale qua/ drato.a.c.eodēqꝫ modo quod fit ex.d.e.in.e.f.est equale quadrato.d.f.ideoqꝫ p/ portio eius qđ fit ex.a.b.in.b.c.ad quadratū.a.c.ē sicut eius qđ fit ex.d.e. in.e.f. ad quadratū.d.f.vtraqꝫ eni ē pportio equalitatis:igit̄ quadruplū ei⁹ qđ fit ex.a. b.in.b.c.ad quadratū.a.c.sicut quadruplū eius quod fit ex.d.e.in.e.f.ad quadra tum.d.f.qđ ex.15.quinti:ꝛ permutata ꝛ equa pportionalitate manifestū est quare coniunctim quadruplū eius quod fit ex.a.b.in.b.c.cum quadrato.a.c.ad quadra tum. a.c. sicut quadruplū eius qđ fit ex.d.e.in.e.f.cū quadrato.d.f.ad quadratū. d.f.Adiungat̄ autem ꝑm rectitudinē ad lineā.a.b.vna linea que sit equalis. b.c.q̄ dicatur.b.g.ꝛ ad.d.e.adiungatur equalis.e.f.que dicat̄.e.h.Manifestū est igitur ex octaua secundi libri ꝙ quadruplum eius quod fit ex.a.b.in.b.g.cum quadrato a.c.est equale quadrato linee.a.g.at vero similiter quadruplum eius quod fit ex.d e.in.e.h. cum quadrato.d.f.est equale quadrato.d.h.At vero ex cōmuni scientia quadruplū eius quod fit ex.a.b.in.b.c.equum est quadruplo eius quod fit.ex.a.b in.b.g.eo ꝙ.b.c.ꝛ.b.g.sunt equales.similiter quoqꝫ quadruplū eius quod fit ex.d e.in.e.f.equum est quadruplo eius qđ fit ex.d.e.i.e.h.eo ꝙ.e.f.ꝛ.e.h.sūt etiā eq̄/ les:igitur ex prima parte septime quinti ꝛ ex vndecima quinti eiusdē quadratum a.g.ad quadratum .a.c.sicut quadratum .d.h.ad quadratum .d.f.Quare ex scđa pte.21.sexti proportio linee .a.g.ad lineā.a.c.ē sicut linee.d. h ad lineā.d.f.ꝛ con iunctim.a.g. ꝛ.a.c.ad.a.c.sicut.d.h.ꝛ.d.f.ad.d.f.at vero.a.g.cum.a.c.sunt tan/ q̄ꝫ duplum .a.b.ꝛ.d.h.cum.d.f.tanquam duplum.d.e.quare dupla.a.b. ad.a.c. sicut duplum.d.e.ad.d.f.ꝛ permutatim duplum.a.b.ad dupluꝫ.d.e.sicut. a.c.ad d.f.sed duplum .a.b.ad duplum .d.e.sicut.a.b.ad .d.e .ex.15. quinti: igitur.a.b. ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.itaqꝫ permutatim ꝛ euersim ꝛ conuersim ꝛ disiunctim et coniunctim:qđ oportebat ostendere.

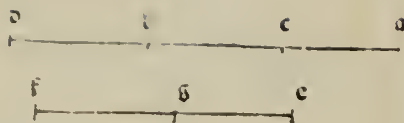


Propositio .3.



Diuiso latere exagoni ꝑm proportionē habentē medium duoqꝫ extrema maior eius portio erit latus decagoni cir cumscripti a circulo ipsum exagonum circumscribente.

¶Sit linea .a.b.latus exagoni alicui⁹ circuli ꝛ diuisa secūdū pporti onem habentem mediū duoqꝫ extrema i puncto.c.sitqꝫ maior por/ tio eius.b.c. dico ꝙ cuiuscunqꝫ circuli.a.b.est latus exagoni eiusdem.b.c. erit la/ tus decagoni.Adiungatur enim ad lineam .a.b.linea.b.d. que sit latus decagoni illius circuli cuius .a.b.est latus exagoni:eritqꝫ ex nona.13.linea.a.d.diuisa secun dum proportionem habentem medium duoqꝫ extrema ꝛ maior portio eius erit

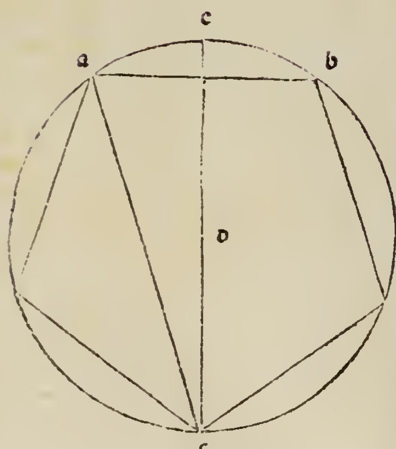


linea.a.b.cum igitur vtraq3 duarum linearu3.a.b.τ.a.d.sit diuisa ẛm pportionē habentem medium duoq3 extrema: igitͬ erit per premissā ambaꝝ ipsaꝝ ad sui maiores portiones vna pportio.itaq3.d.a.ad.a.b.que est eius maior portio sicut.a.b.ad.b.c. que est etiā eius maior portio sed.d.a.ad.a.b.sicut.a.b.ad.b.d.ex diffinitione linee diuise ẛm proportionem habentem medium duoq3 extrema τ maior portio eius: igitur ex vndecima quinti.a.b.ad.b.d. sicut.a.b.ad.b.c.quare per secundā ptem.9.quinti.b.d.τ.b.c.sunt equales.cum ergo.b.d. sit latus decagoni erit quoq3 ex cōi scia.b.c.latus decagoni. Uel aliter ad lineā.a.b. adiungatͬ.b.d. equalis.b.c.eritq3 ex.4.tredecimi tota.a.d.diuisa ẛm pportionē habentē mediu3 duoq3 extrema τ maior portio ei⁹ linea.a.b.itaq3 per cōuersā.9.tredecimi quā cōtinue post ipsā demōstrauimus cuius circuli linea.a.b.est latus exagoni eiusde3 linea.b.d.ideoq3 linea.b.c.sibi equalis ē latus decagoni. Possumus iteꝝ ide3 alia via si libet demonstrare. Sit eni.e.f.equalis.a.b.que etiā diuidatͬ i.g.ẛm pportionē habē tē mediū duoq3 extrema τ sit maior portio ei⁹ linea.f.g.ꝯstat igitͬ ex p̄missa ꝙ quēadmodū.a.b.ē eq̄lis.e.f.sic.a.c.ē eq̄lis.e.g.τ.c.b.eq̄lis.g.f.cūq3 fuerit.b d.adiūcta ad.a.b.lat⁹ decagoni illi⁹ circuli cui⁹.a.b.ē lat⁹ exagoni erit sicut prius dictū ē ex.9.tredecimi tota.a.d.diuisa ẛm pportionē habentē mediū duoq3 extrema τ maior ei⁹ portio erit linea.a.b.itaq3 p p̄missā.a:b ad.b.d.sicut.f.g.ad g.e. q̄re p p̄mā partē.15.sexti qđ fit ex.a.b.in.g.e.equū est ei quod fit ex.b.d.in.f.g.cūq3.a.b.sit equalis.e.f.τ erit qđ fit ex.e.f.in.g.e.equū ē ei qđ fit ex.b.d.in.f.g. Sed quod fit ex.e.f.in.g.e.equū est quadrato.f.g.ex diffinitione linee diuise ẛm pportionē habentem medium duoq3 extrema τ ex prima pte.16.sexti: igitͬ qđ fit ex.b.d.in.f.g.est equale quadrato.f.g.ideoq3 ex prima sexti linea.b.d.ē equalis.f.g.τ qr f.g.ē equalis.c.b.erit quoq3.c.b.equalis.b.d.τ latus decagoni qđ oportebat ostēdere.

Propositio .4.



Quadratū lateris pentagoni intra circulum descripti quadratum que linee que illius pentagoni angulo subtendit ambo hec quadrata pariter accepta quadrati medietatis diametri eiusdem circuli quincuplum esse pronuncio.



¶ Sit in circulo.a.b.c.cuius centrū.d.inscriptus vnus pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit.a.b.τ protrahatͬ diameter.c.d.e. diuidens lineam a.b.τ eius arcū per equalia. Est igitur arcus.a.c.medietas quinte ptis circūferentie illius circuli quare arcus.a.c.ē due quinte totius circūferentie: protrahantͬ itaq3 due linee. a.c.τ.a.e. eritq3. a.c.latus decagoni equilateri eo ꝙ eius arcus est medietas quinte ptis circumferentie.linea vero.a.e.erit que subtenditͬ vni ex angulis pentagoni predicti: eo ꝙ arcus.a.e.est due quinte partis circumferentie circuli: dico itaq3 ꝙ quadrata duarum linearum.a.b.τ.a.e.pariter accepta quincuplum sunt ad quadratum linee.d.e.est enim ex quarta secundi quadratum linee.c.e.quadruplum ad quadratum linee.d.e. Cum autem angulus. c.a.e. sit rectus ex prima parte.30.tertij.eruntq3 ex penultima primi quadrata duaꝝ linearum.c.a.τ a.e.quadruplum ad quadratum.d.e.igitur quadrata trium linearum.c.a.τ.a.e.τ d.e.quincuplum sunt ad quadratum linee.d.e.τ quia ex decima tredecimi libri q̄dratum.a.b.est equale quadratis duarum linearum.a.c.τ. d.e. sequitur vt qua/

drata duarum linearum.a.b.&c.a.sint quincuplum ad quadratum.d.c. quod est propositum.

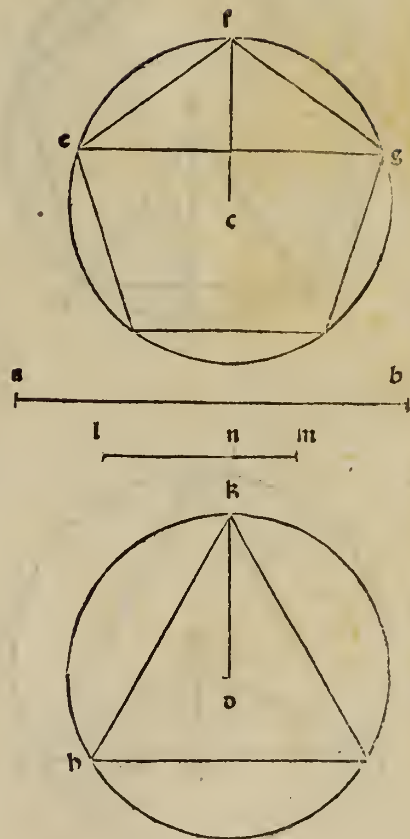
¶ Manifestum est ergo q quadratum lateris cubi atq3 quadratum lateris figure duodecim basium cum cubum & figurā duodecim basiū eadem spera circūscribit ambo quadrata pariter accepta quincuplum sunt quadrati medietatis diametri circuli qui circumscribit pentagonum eiusdem figure duodecim basium.

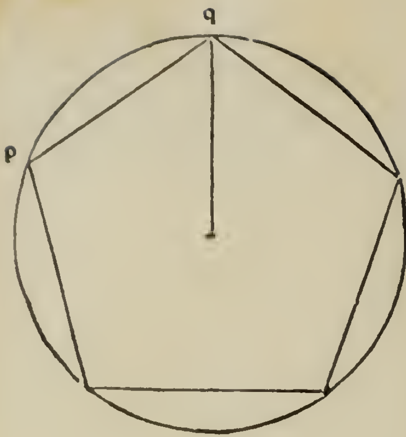
¶ Istud correlariū vere manifestum est: constat enim ex demonstratione.17.tredecimi libri q latus cubi subtenditur angulo pentagoni duodecedri cum cubū & duodecedron vna eademq3 spera circūscribit: itaq3 p hanc quartam sine obice constat correlarium.&c.

Propositio .5.

Pentagonus figure duodecim basium triangulusq3 figure viginti basium quos eadē spera circumscribit vno eodemq3 circulo circumscribuntur.

¶ Sit spera cuius diameter.a.b.circūscribens duas solidos figuras videlicet duodecedron cuius vnus ex duodecim pentagonis sit. c.et ycocedron cuius vnus ex.20.triangulis sit.d.pentagono aūt.c.& trigono.d.super duo centra.d.&.c.circumscribantˀ duo circuli huic q̄dē .f.c.ex.14.q̄rti illi vero.f.d. ex.5. eiusdē: dico itaq3 q hi duo circuli sperarū ꝓpositarū quorum alter circūscribit pentagonū.c.alter vero trigonum.d.sunt equales. Signentur enim duo latera pentagoni.c.vnū ex suis angulis cōtinentia litteris.e. f.&.f.g.& protrahanṫ linea e.g.que subtendat angulum.f.& semidiameter circuli que sit.c.f.vnūq̄ꝗ3 ex lateribus trigoni.d.signeṫ litteris.k.h.& protrahatur semidiameter sui circuli que sit.d.k.dehinc sumaṫ linea.l.m.ad quā sit linea.a.b.que ē diameter spere assignate quincupla i potentia: q̄ quidē.l.m.diuidaṫ i.n.ƒm proportionē habentem mediū duoq3 extrema sitq3 maior portio eius linea.l.n.& scđm quātitatē totius.l.m. lineetur circulus.p.q.itaq3 semidiameter circuli.p.q.sit equalis linee.l.m.eritq3 ex correlario.15.quarti linea.l.m.tanq̄3 latus exagoni equilateri circulo.p.q. inscripti. idq3 per tertiam huius linea.l.n.erit tanq̄3 latus decagoni equilateri eidē circulo inscripti: igitur ex.11.quarti inscribaṫ pentagonus equilaterus circulo.p.q. cuius vnum latus sit.p.q.eritq3 ex.10.tredecimi libri quadratū.p.q.equale quadratis duarum linearum.l.m.&.l.n.pariter acceptis.constat autem ex demonstratione.16.tredecimi q.b.k.est equalis.p.q.ergo quadratum.b. k.est equale quadratis duarum linearū.l.m.&.l.n.pit̄er acceptis. At vero ex demōstratiōe.17.tredecimi.manifestū ē q.c.g.ē latus cubi ab eadē spera circūscriptibilis: q̄re p correl'.14.tredecimi.a.b. q̄ ē diameter spere potentialiter ē tripla ad.c.g.q̄ ē latus cubi.si aūt.e.g.diuidatur ƒm ꝓportionē hn̄tem mediū duoq3 extrema p3 ex demonstratiōe.17.tredecimi q.e.f.ē tanq̄3 maior portio eius: igitur ex secunda hui⁹.e.g.ad.l.m.sicut.e.f.ad. l.n. nam vt tota ad totam sic maior portio ad maiorem.itaq3 per.21.sexti quadratum e.g.ad quadratum.l.m.sicut quadratum.e.f.ad quadratū.l.n. q̄re p.13.quinti q̄drata duarum linearum.e.g.&.e.f.pariter accepta ad quadrata duarum linearum l.m.&.l.n.piter accepta sicut quadratū.e.g.ad quadratū.l. m. ergo p.15.quinti: et



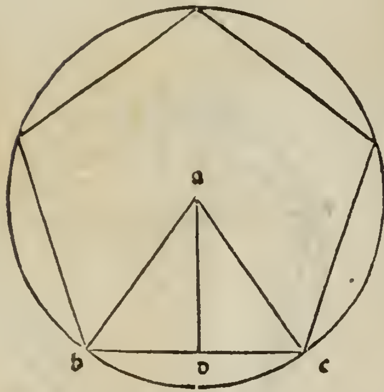


pmutatã ppoꝛtionalitate ʒ equã triplum duoꝛum quadratoꝛum duarum lineaꝝ e.g.ʒ .e.f. piter acceptoꝝ ad q̃drata duarum linearum.l.m.ʒ .l.n.pariter accepta sicut triplũ quadrati. e.g.ad quadratũ.l.m.triplũ aũt. e.g.quadrati est tãq3 quadratũ.a.b.ex coꝛel'.14.tredecimi:at quadratũ.a.b.é per ypothesim quincuplũ ad quadratũ.l.m.ergo triplũ quadrati.e.g.quincuplum quoq3 é quadrati.l.m.quare etiã triplum quadratoꝝ duaꝝ lineaꝝ.e.g.ʒ.e.f.piter acceptoꝝ é quincuplũ ad quadrata duaꝝ lineaꝝ.l.m.ʒ.l.n.piter accepta:ʒ qꝛ pbatũ é ꝙ quadratũ.b. k.é equale quadratis duaꝝ lineaꝝ.l.m.ʒ.l.n.piter acceptis.sequit̃ ex cõi scia vt triplũ quadratoꝝ.e.g.ʒ.e.f.sit quincuplũ ad quadratũ.b.k.cõstat aũt ex.8.tredecimi ꝙ quicuplum quadrati. b.k.est quindecuplum ad quadratũ.d. k.nam simplum est triplum.Et ex quarta hui⁹ cõstat ꝙ triplũ quadratoꝝ.e.g.ʒ.e. f.est quincuplũ quadrati.e.f. nam simplũ est quincuplũ.itaq3 quindecuplũ quadrati.e.f.é eq̃le quindecuplo quadrati.d.k.ideoq3 per.15.quinti quadratũ.e.f.est equale quadrato. d.k. quare etiã linea.e.f.é equalis linee.d.k.ergo ex diffinitione circuloꝝ equaliũ circulus circũscribens pentagonum.e.é equalis circulo circumscribenti trigonũ.d.quod erat ex pꝛincipio demonstrãdum.nam semidiametri hoꝛum circuloꝛum sunt equales videlicet.e.f.ʒ.d.k.

Pꝛopositio .6.



Quadratũ quoq3 qd̃ est triangulũ al' trigincuplũ tetragoni qui sub perpendiculari ducta a centro circuli circũscribentis pentagonũ figure duodecim basium ad latus pentagoni atq3 sub latere ipsi⁹ pentagoni cõtinetur omnib⁹ superficieb⁹ coꝛpoꝛis duodecim basiu3 pariter acceptis esse equale ex necessitate conuincitur.

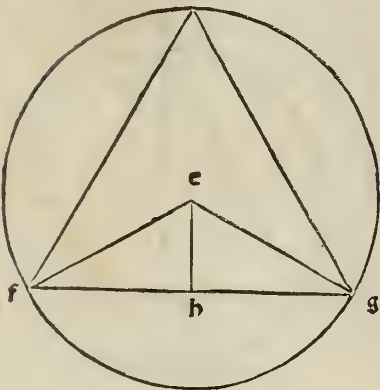


¶Sit pentagonus.a.vna ex. 12.basibus figure duodecedri ʒ vnũ ex eius laterib⁹ sit.b.c.sibiq3 ex.14.quarti circũscribat̃ circulus supꝛa centꝝ.a.ʒ ptrahant̃ linee.a. b.ʒ.a.c.ʒ.a.d. ppendicularis ad.b.c.dico ergo ꝙ trigincuplũ eius qd̃ fit ex a.d.in b.c.est equale omnibus sup̃ficiebus duodecedri piter acceptis.constat eni pentagonũ.a.eé diuisibilé in quinq3 triangulos equales triangulo.a.b.c.ex .8.p̃mi.itaq3 omnes.12.pentagoni duodecedri cum oẽs sint equales ʒ sil'es pentagono. a.diuisibiles sunt in.60.triangulos quoꝝ quisq3 p .8.pꝛimi é equalis triangulo.a.b.c. Qd̃ auté fit ex.a.d.in.b.c.est duplum p.41.p̃mi:ad triangulũ.a.b.c.ergo trigincuplum eius qd̃ fit ex.a.d.in.b.c.é sexagincuplum ad triangulũ.a.b.c.nã vt simplũ ad simplum sic duplum ad duplum.Cum itaq3 omnes duodecedri superficies pariter accepte sint etiã sexagincuplũ ad triangulũ.a.b.c.sequit̃ vt trigincuplũ ei⁹ qd̃ fit ex.a.d.in.b.c.sit equale omnibus superficiebus duodecedri piter acceptis:qd̃ é pꝛopositum.

Pꝛopositio .7.



Quadratũ quoq3 qd̃ est triangulũ al' trigincuplum tetragoni qui sub ppendiculari ducta a centro circuli ad lat⁹ sibi inscripti trianguli figure viginti basiũ atq3 sub ipso latere trianguli continetur equale est omnibus superficiebus figure viginti basiũ piter acceptis.¶ Esto eni hic trigonus.e.vna ex.20.basibus figure ycocedri ʒ vnũ ex eis laterib⁹ sit .f.g. sibiq3 ex.5. quarti circumscribat̃ circulus super centꝝ.e.ʒ ptrahant̃ linee.e.f.e.g.ʒ.e. h.ppendicularis ad.f.g. dico igit̃ ꝙ trigicuplũ ei⁹ qd̃ fit ex.e.h.i.f.g.é eq̃le oib⁹ sup̃ficieb⁹ ycocedri piter acceptis.ꝯstat eni trigonũ.e.eé diuisibilé i tres trigonos quoꝝ quil3

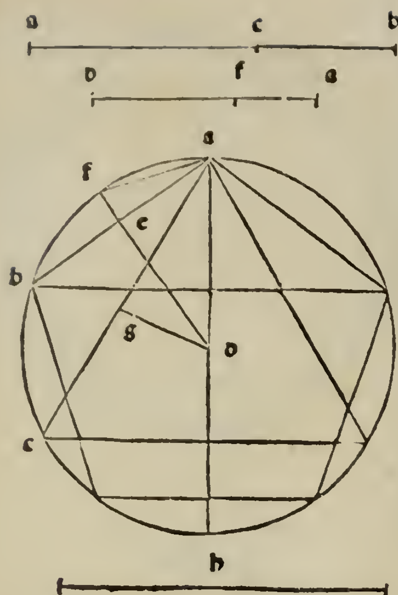


per octauā p̄mi ē equalis trigono.e.f.g itaq̄ʒ oēs.20.trigoni ycocedri piter accepti cum cuncti sint equales similes trigono.e.sūt tanq̄ʒ sexagincuplum trigoni.e.f.g. ꝛ q2 per. 14.p̄mi qō fit ex.e.b.in.f.g.est duplū trigoni.e.f.g.ideoq̄ʒ trigincuplū hui⁹ est equale sexagincuplo illi⁹:sequit̄ ut trigincuplū.e.b.in.e.f.sit equale oibus sup/ ficiebus ycocedri piter acceptis qō erat demōstrādū. ¶ Manifestū igitur ē q2 porportio superficierū figure duodecim basiū in aliqua spera ꝯtente ad sup̄ficies figure viginti basium in eadē spera cōclusē:ē tanq̄ʒ ꝓportio tetragoni contenti sub latere pentagoni ipsius figure duodeci ba/ siū ꝛ sub perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus penta goni:ad tetragonū contentū sub latere trianguli ipsius figure viginti basiū ꝛ perpendiculari ducta a centro sui circuli ad ipsū latus triangu li corporis viginti alchaidaꝝ. ¶ Qō per illud correl̄. ꝯcludit̄ veꝝ esse siue fi/ gura.12.basiū ꝛ figura.20.basiū sint ab eadē spera circūscriptibiles vt ꝓponit̄:siue etiā fuerint circūscriptibiles a diuersis speris:ꝓponit̄ autē ꝓut hee figure sint cir/ cūscriptibiles ab eadē spera qm̄ hoc modo valet ꝛ sufficit ad ꝓpositū. Ei⁹ ergo cō munis veritas sic pʒ.cōstat eni ex.6.hui⁹ q̄ trigincuplū.a.d.in.b.c.equū ē oibus superficiebus duodecedri piter acceptis cuius pentagonus.a.est vna ex.12.sup̄fici ebus ꝛ ex hac.7. ꝯstat sil'r q̄ trigincuplū.e.b.in.f.g.equū ē oibus sup̄ficieb⁹ ycoce dri piter acceptis cuius trigonus.e.est vna ex.20.basibus siue illud duodecedron ꝛ istud ycocedron eadē spera circūscribat siue diuerse.itaq̄ʒ ꝓportio trigicupli. a.d in.b.c.ad omnes sup̄ficies illius duodecedri piter acceptas ē sicut trigincupli.e.b. in.f.g.ad omnes sup̄ficies ycocedri piter acceptas:vtrobiq̄ʒ eni est ꝓportio equali tatis:quare permutatim trigincuplū.a.d.in.b.c.ad trigincuplū:e. b.in .f.g. sicut omnes superficies illi⁹ duodecedri ad omnes superficies huius ycocedri ꝛ per.15. quinti trigincupli ad trigincuplū ē sicut simpli ad simplū. Constat igit̄ p.11.quinti q̄ ꝓportio omniū sup̄ficieꝝ illius duodecedri ad oēs sup̄ficies huius ycocedri ē ei⁹ quod fit ex.a.d.in.b.c.ad id qō fit ex.e.b.in.f.g.ꝛ hoc ē qō ex corelario ꝓponit̄.

Propositio .8.

PRoportio cunctarū superficieꝝ corporis duodecim ba/ sium piter acceptaꝝ ad cūctas sup̄ficies corpis viginti ba sium piter acceptas que ab vna spera ābo circūscribunt̄ est tanq̄ʒ ꝓportio lateris cubi quē circūscribit eadē spe/ ra ad latus trianguli ipsius corporis viginti basium.

¶ Ut ab huius.8. demōstratiōis libri 14.ꝓcessu ambiguitas ois abscedat:istud prescire oportet. Qō si aliq̄ linea b̄m ꝓportionē habentē mediū duoq̄ʒ extrema fu/ erit diuisa ꝛ ex medietate eius tanq̄ʒ dimidiū sue maioris portionis detrahat̄:ipsa quoq̄ʒ medietas b̄m ꝓportionē habentē mediū duoq̄ʒ extrema diuisa erit ꝛ ei⁹ ma ior portio ē tanq̄ʒ dimidiū maioris sue duple.verbi grā sit.a.b.diuisa b̄m ꝓportio nē habentē mediū duoq̄ʒ extrema in.c.ꝛ maior eius portio sit.a.c.ꝛ sit.d.e.tanq̄ʒ dimidiū.a.b.ꝛ.d.f.tāq̄ʒ dimidiū.a.c.dico ergo q̄.d.e.diuisa ē i.f.b̄m ꝓportiōem hñtem mediuʒ duoq̄ʒ extrema ꝛ maior portio ei⁹ ē.d.f.ꝯstat eni ex.15.q̄nti q̄ ꝓ/ portio.a.b.ad.a.c.ē sicut.d.e.ad.d.f.vʒ duplum ad dupluʒ tāq̄ʒ simplū ad simplū q̄re p̄mutati.a.b.ad.d.e.sicut.a.c.ad.d.f.igit̄ p.19.q̄nti.c.b.ad.f.e. sicut.a.b. ad d.e.ē itaq̄ʒ.c.b.dupla ad.f.e.sic eni ē.a.b.ad.d.e.cū igit̄ tota.e.b.sit dupla ad to/ tā.d.e.ꝛ sig'lē ptes.a.b.ad sig'las ptes.d.e.q̄re ex.15.q̄nti ꝛ.11.ei⁹dē ꝛ diōne linee



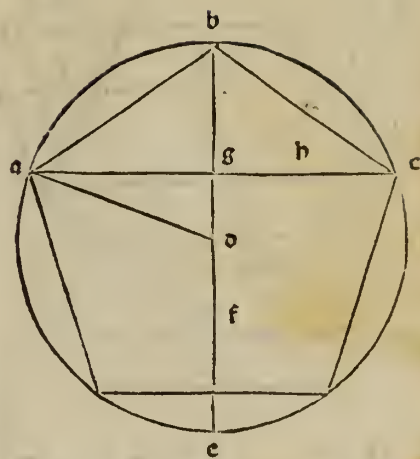
diuise s̄m ꝓportionē h̄ntem mediū duoq̃ʒ extrema erit linea.d.e.diuisa i.f.quēad modū ꝓponit̄. Nūc igit̄ demōstrationi eiꝰ qđ ꝓpositū ē instamꝰ. Ad cuiꝰ cōpositionē sit a.b.c.circulꝰ cuiꝰ centꝝ.d.circūscribēs pentagonū duodecedri ⁊ trigonū ycocedri q̄ ambo pariter eadē spera circūscribit ⁊ ꝯcludit.nā ex.5.huiꝰ manifestū ē q̄ idē circul huius pentagonū ⁊ illiꝰ trigonū circūscribit.sit aūt linea.a.b.latus pentagoni ⁊ linea.a.c.trigoni.sitq̃ʒ linea.h.tanq̃ʒ latus cubi ab eadē spera circūscripti: dico ita/ q̄ʒ q̄ ꝓportio omniū supficieꝝ duodecedri pariter acceptaꝝ ad oēs supficies ycocedri pariter acceptas ē sicut linea.h.ad lineā.a.c. ꝓducat̄ quidē a centro.d.ꝑpendicularis ad.a.b.que transeat vsq̃ʒ ad circūferentiā secans.a.b.in puncto.e.⁊ arcū eiꝰ i puncto.f.hanc autē ꝑpendicularē ꝯstat diuidere p equalia tā lineā.a.b. q̄ʒ eius arcum chordā quidē.a.b.p scđam p̄tē tertie tertij: arcū vero eiꝰ p quartā p̄mi ⁊.27.tertij.ē igit̄ arcus.f.a decima ps circūferentie.subtendat̄ itaq̃ʒ sibi chorda.a.f.q̄ erit latus decagoni equilateri eiusdē circuli.erit igit̄ ex.9.tredecimi linea constans ex.d.f.f.a diuisa s̄m ꝓportionē habentē mediū duoq̃ʒ extrema.⁊ maior portio eius erit linea d.f. At vero ex prima huius.d.e.ē equalis dimidio.d.f.dimidioq̃ʒ.f.a.i longū di/ rectūq̃ʒ coiunctis. Sit igit̄.d.g.ꝑpendicularis ad.a.c.eritq̃ʒ ex corelario.8. trede/ cimi.g.d.tanq̃ʒ dimidiū.d.f.itaq̃ʒ si a linea.d.e.q̄ est tanq̃ʒ dimidiū.d.f.a.cū.d.f ⁊.f.a.sit linea vna: detrahat̄q̃ʒ eq̄lis.d.g.q̄ ē tanq̃ʒ dimidiū.d.f.erit p illud qđ an te hoc ꝓbatū ē linea.d.e.diuisa s̄m ꝓportionē habentē mediū duoq̃ʒ extrema et maior portio erit tanq̃ʒ.g.d.ex demōstratione aūt.17.tredecimi cōstat q̄ si linea h.q̄ ē latus cubi diuidat̄q̃ʒ s̄m ꝓportionē habētē mediū duoq̃ʒ extrema maior por tio eius erit tanq̃ʒ.a.b.q̄ ē latus pentagoni figure.12.basiū. itaq̃ʒ per scđam huiꝰ ꝓportio.h.ad.a.b.est sicut.d.e.ad.g.d.quare p primā p̄te.15.sexti: qđ ꝓuenit ex h.in.g.d.equū ē ei qđ fit ex.a.b.in.d.e. Ex corelario aūt premisse manifestum est q̄ ꝓportio omniū supficieꝝ duodecedri cuius latus.a.b.pariter acceptaꝝ ad oēs su perficies ycocedri cuius latus.a.c.pariter acceptas ē sicut eius qđ fit ex.a.b.in.d.e ad illud qđ fit ex.a.c.in.g.d.igit̄ ex prima p̄te.7.quinti ⁊.11.eiusdē ꝓportio eiꝰ qđ ꝓuenit ex.h.in.g.d.ad illud qđ ꝓuenit ex.a.c.in.g.d.ē sicut omniū superficierū illiꝰ duodecedri ad oēs huius ycocedri. At vero eius qđ ꝓuenit ex.h.in.g.d.ad illđ qđ ꝓuenit ex.a.c.in.g.d.ē per primam sexti sicut.h.ad.a.c.itaq̃ʒ p.11.quinti pro/ portio omniū supficieꝝ illius duodecedri ad oēs huius ycocedri ē sicut .h.ad.a.c. quod ē ꝓpositū. Hoc ipsū aliter probare poterimꝰ.si ad ipsū huius antecedens ne cessarium p̄miserimꝰ quod est. ¶ **Si circulo cuilibet pentagonus equilate rus inscribatur rectangulū q̄ sub dodrante diametri ipsius circuli et sub dextante ipsius linee angulū ipsius pentagoni subtendentis con/ tinetur eidē pentagono equū eē ex necessitate oportet.** ¶ Maiores nos tri vnūq̄dq̄ʒ integꝝ in.12.p̄tes eq̄les intellectu ⁊ rōne diuiserūt oēsq̃ʒ eas sil.hoc ē ipm totū assem: vocauerunt vndecim vero eaꝝ dixerūt deuncē.decē aūt dextantem. nouē dodrantē.octo vero bissē.at septūcē septātē vel quicūcē.sex aūt semis: quinq̃ʒ quiquincē.q̄tuor trientē.tres aūt q̄drātē.duas vero sextātē.vnā aūt appellauerūt vnciā easq̃ʒ p ordinē talibꝰ designauere figuris q̄ sepissime iueniūt̄ i antiq̄s libris

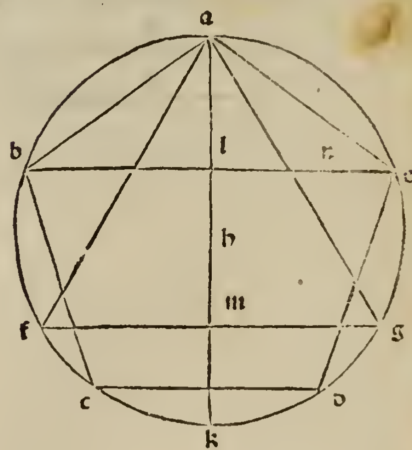
Ꝭ	ꝭꝭꝭ	ꝭꝭꝭ	ꝭꝭ	ꝭꝭ	ꝭ
As	Deunx	Dextans	Dodrans	Bisse	Septunx
ꝭ	ꝭꝭ	ꝭꝭ	ꝭ	ꝭ	ꝭ
Semis	Quauntunx	Triens	Quadrās	Sextans	Vncia

¶ Unciã quoq3 quã duodecimã ptẽ aſſis foꝛe diximꝰ i alias rurſꝰ.12.fractiões. Sʒ alia via diuiſerũt.nã medietatẽ vncie dixerũt ſemivnciã.tertiã vero duellã.quartã ſicilicũ.ſextã ſexculã.octauã dragmã.duodecimã ſemiſſiclam.decimãoctauã tremiſ ſem.vigeſimã quartã ſcrupulũ.quadrageſimã octauã obulũ. ſeptuageſimã ſecũdã biſiliquã .nonageſimã ſextã ceracẽ.Ultimã vero q̃ ẽ centeſima quadrageſima q̃r ta ps ipſius vncie ſiliquã nominauerũt.his aũt.12.fractionibus vncie poſterioꝛes adiunxere calcũ.Eſt aũt calcus centeſima nonageſima ſcđa ps vncie:cuiꝰ additio/ nis cã fuit vt vſq3 ad minimũ extremũ diateſſeron ꝛ diapente ſimphoniaꝝ tonoꝝ ſemitonoꝛũq3 interuallis diſtinctaꝝ haꝝ fractionũ denoiatio cõſcẽderet vł cõtende ret ꝛ ipſas omnes ſm oꝛdinẽ talibus annotauere figuris.

2	3	4	6	8	12	18
Semiũciã	Duella	Sicilicꝰ	Sexcula	Dragma	Emiſſecla	Tremiſſis
24	48	72	96	144	192	
Scrupulus	Obulus	Biſiliqua	Cerates	Siliqua	Calcus	

¶ Eius ergo qđ dicit:ſenſꝰ ẽ:ꝙ ſi in aliquo circulo pentagonꝰ eq̃lateris inſcribat̃ illud qđ fit ex tribꝰ q̃rtis diametri circuli i quinq3 ſextas linee ſubtẽdẽtis vnũ ex an gulis inſcripti pentagoni eq̃le ẽ pentagono.verbi grã.Sit circľs.a.b.c. ſup cẽtꝝ.d eiq3 ex.11.q̃rti inſcribat̃ pentagonꝰ equilaterꝰ cuiꝰ duo latera vnũ ex ſuis angulis ɔtinẽtia ſint.a.b.ꝛ.b.c.ꝛ anglo.b.ſubtendat̃ linea.a.c. ꝛ ꝓtrahat̃ diameter.b.d.e ſecãs lineã.a.c.p eq̃lia in puncto.g. ſitq3.d.f.medietas.d.e.ꝛ.g. b.dupla ad.h.c. eritq3.b.f.dodrãs diametri:ẽ eni tres q̃rte ipſiꝰ ꝛ.a.h.erit dextãs vel ſextãs.a.c.ẽ eni.5.ſexte eius:ꝓtrahat̃ aũt linea.a.d:dico ꝙ illud qđ ꝓuenit ex.b.f.in.a.h.ẽ e/ q̃le pẽtagono inſcripto circulo.cũ eni.a.g. ſit ꝑpendicularis ad.b.d.erit ex.41.pmi ꝛ illud qđ ꝓuenit ex.b.d.in.a.g.duplũ ẽ ad triangulũ.a.b.d.ióq3 qđ ꝓuenit ex.b. f.in.a.g.triplũ erit ad eundẽ triangulũ ꝛ qđ ꝓuenit ex.b.f.in.h.g.duplũ ꝛ ex.b. f.in totã.a.h.quincuplũ.cũ itaq3 totus pentagonꝰ quintuplꝰ ſit ad eũdẽ trianglm cõſtat ꝙ iſtud qđ fit ex.b.f.in.a.h.ẽ eq̃le pentagono ꝛ illud erat demõſtrãdũ.Qđ igit̃ ex pncipio ꝓpoſitũ ẽ nunc alia via ſicut ꝓmiſimꝰ demõſtremꝰ. ſint itaq3 circu lo cuiꝰ centꝝ.h.inſcripti pentagonꝰ figure.12.baſiũ ꝛ trigonꝰ figure.20.baſiũ q̃s eadem ſpera circũſcribit.Conſtat eni ex.5.huiꝰ ꝙ huiꝰ duodecedri pentagonꝰ ꝛ il lius ycocedri trigonꝰ ab eodẽ circulo circũdnecnt̃.ſitq3 pentagonꝰ.a.b.c.d.e. ꝛ tri gonus.a.f.g.ꝛ angulo.a.pentagoni ſubtendat̃ linea.b.e.q̃ ex demõſtratione.17. tredecimi erit latꝰ cubi quẽ eadẽ ſpera cõcludit:ꝓtrahat̃ itaq3 diameter.a.h .k.ſe/ cans oꝛthogonaliter ꝛ p equalia vtrãq3 duaꝝ lineaꝝ.b.e.ꝛ.f.g.hãc q̃dẽ i puncto.l illã vero in pũcto.m.dico ĝ ꝙ ꝓpoꝛtio oĩu3 ſupficieꝝ duodecedri ad oẽs ycocedri quoꝝ pentagonꝰ ꝛ trigonus ꝓpoſito circulo ſint inſcripti ẽ ſicut linee.b. e.que eſt latus cubi ab eadẽ ſpera concluſi ad lineam.f.g.que eſt latus trigoni ycocedri. con ſtat enim ex coꝛelario octaue tredecimi ꝙ linea.h.m.ẽ dimidiũ linee.a.h. ióq3.a. m.erit dodrans diametri.a.k.ẽ eni eius tres quarte. ſit ergo. l.n.dupla ad. n.e. eritq3 .b.n.dextans.b.e.eſt eni quita eiꝰ ſexte.itaq3 per pmiſſũ añs qđ ꝓuenit ex.a.m.in.b.n.erit equale pentagono.a.b.c.d.e.qđ autẽ ꝓuenit ex.a. m.in.m.f.ẽ equale triangulo.a.f.g. igit̃ ex pꝛima ſexti ꝓpoꝛtio pentagoni ad trigonũ eſt ſicut b.n.ad.m.f. quare duo decupli illius pentagoni ad vigincuplũ iſtius trigoni ſint duodecupli linee.b.n.ad vigincuplum linee.m.f.qđ ex.15.quinti ꝛ equa pꝛopoꝛ/ tionalitate manifeſtum eſt duodecuplum anteẽ.b.n.ẽ tanq3 decuplum. b.e.nã.12.



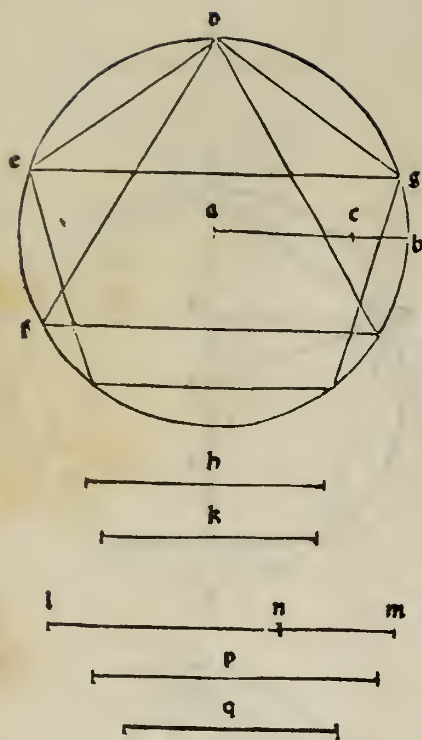


dextātes coequāt.x.asses hoc est.x.tota: vigincuplū vero.m.f.ē tanq̄ʒ decuplū.f.g nam.f.g. est dupla ad.m.f.igit̄ duo decupli istius pentagoni ad vigincuplū istius trigoni est sicut decupli.b.e.ad decuplū.f.g.ꝛ q̄ꝛ duodecuplū illiꝰ pentagoni ē oēs superficies duodecedri: vigincuplū autē huius trigoni est omnes supficies ycocedri ꝛ quia per.15.quinti decupli.b.e.ad decuplū.f.g.sicut.b.e.simple ad.f.g.simplam erit per.11.quinti ꝓportio omniū superficieꝝ duodecedri pariter acceptaꝝ ad oēs superficies ycocedri pariter acceptas sicut.b.e.ad.f.g.Et hoc ē quod oportuit nos demonstrare.

Propositio .9.



Diuisa q̄libet linea scd̄m ꝓportionē habētē mediū duoqʒ extrema erit ꝓportio linee potētis supra totā lineā eiꝰqʒ maiorē portionē ad lineā potētē supra totā eiusdēqʒ minorē portionē tāq̄ʒ ꝓportio lateris cubi ad latꝰ triāguli corpis viginti basiū vna cū cubo ipso i eadē spera ɔtenti.

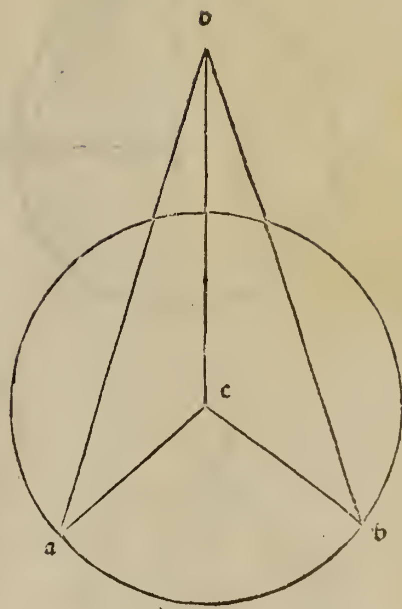


¶Sit linea.a.b.diuisa scd̄m proportionē habentē mediū duoqʒ extrema ꝛ maior portio eius sit linea.a.c.ꝛ super centꝝ.a.ſm quantitatē linee.a.b. describat̄ circulꝰ d.b.e.eiqʒ inscribat̄ ex.11.quarti pentagonus equilaterus cuius vnū latus sit. d.c. ꝛ ex secunda eiusdem triangulus equilaterus cuius vnum latus sit. d.f.ꝛ vni ex angulis pentagoni qui sit.d.subtendatur linea.e.g.Constat igit̄ ex.5.huiꝰ ꝙ spe/ra circūscribens duodecedron cuius pentagoni latus est.d.e .circūscribit ꝛ ycoce/dron cuius trianguli latus ē.d.f.ꝛ ex demōstratione. 17.tredecimi manifestum ē ꝙ eadem spera circumscribit cubum cuius latus est.e.g.sumat̄ ergo linea.b.potēs super totam.a.b.ꝛ eius maiorem portionem .a.c.ꝛ sumat̄.k.potens super totam a.b.ꝛ minorē eius portionem .b.c.dico itaqʒ ꝙ ꝓportio.e.g.ad.d.f. hoc ē lateris cubi ad latus trianguli ycocedri vna cū ipso cubo ab ipsa spera contenti: ē sicut.b. ad.k.cōstat q̄dē qō ex corelario.15.q̄rti ꝙ.a.b.ē tanq̄ʒ latꝰ exagoni equilateri cir culo.b.d.e.inscripti: igit̄ ex tertia huius.a.c.est tāq̄ʒ latus decagoni eiusdē circuli itaqʒ per. 10.13.d.c.potens ē super totā.a.b.ꝛ eius maiorē portionē.a.c.quare.d. c.est equalis.b.nā quadratum vtriusqʒ earum tantū est quantū quadrata duaꝝ li neaꝝ.a.b.ꝛ.a.c.pīter accepta: pʒ autē ex octaua.13.ꝙ.d.f.est tripla potentialiter ad.a.b.At vero ex.5. eiusdē patet ꝙ.k.quoqʒ tripla est potentialiter ad.a.c. ergo ex secunda parte.21. sexti ꝓportio.d.f.ad.a.b.ē sicut.k.ad.a.c.quare ꝑmutati.d. f.ad.k.sicut.a.b.ad.a.c.ꝛ quia ex demonstratione.17.tredecimi manifestū ē ꝙ si e.g.diuidat̄ ſm ꝓportionē habētē mediū duoqʒ extrema maior portio eius erit tā q̄ʒ .d.e.erit ꝑ scd̄am huius ꝓportio .e.g.ad.d.e.sicut.a.b.ad.a.c. q̄re ꝑ.11.quinti erit quoqʒ .e.g.ad.d.e.sicut.d.f.ad.k.ꝛ ꝑmutatim.e.g.ad.d.f.sicut.d.e.ad.k. Et q̄ꝛ per primā ptē.7. quinti.d.e.ad.k.sicut.b.ad.k.co ꝙ.d.e.ꝛ.b.sunt equales erit per.11.quinti.e.g.ad.d.f.sicut.b.ad.k.qō est propositū. Nō solū aūt est ꝓportio e.g.lateris cubi ad.d.f.latus trianguli ycocedri sicut.b.ad.k. imo simpliciter sicut quarumlibet duarum linearum vnius ad alterā: quarum altera potest sup totā quā libet lineam diuisam ſm proportionem habentem medium duoqʒ extrema ꝛ sup eius maiorem portionē: altera vero super totam ꝛ eius minorem portionē.nā sin/gulaꝝ linearum taliū ē proportio vna: verbi gratia.maneāt priores ypotheses cir/ca lineas.a.b.b.ꝛ.k. ꝛ sumatur quoqʒ quelibet alia linea q̄ sit.l.m. diuisa ſm pro/portionē habētem medium duoqʒ extrema in.n.ꝛ portio maior sit.l.n.sitqʒ linea. p. potens super totam.l.m. ꝛ eius maiorem portionem.l.n. ꝛ linea.q.sit potens

super totam.l.m.& eius minore portione.m.n.dico ergo q proportio.p.ad.q.est sicut.b.ad.k.constat enim ex secunda huius q.b a.ad.a.c.e sicut.l.m.ad.l.n.ergo p primam pte.21.sexti quadrati.b.a.ad quadratu.a. c.e sicut qdrati.m. l.ad quadratu. n.l. quare coniunctim quadrati.b.ad quadratu.a.c.sicut quadrati.p.ad quadratu.l.n & permutatim quadrati.b.ad quadratu.p.sicut quadrati.a.c.ad quadratum.l.n. Eode argumetationis genere sequit q proportio quadrati.k.ad quadratu.q .est sicut quadrati.c.b.ad quadratu.n m.& q2 ex secunda huius ex prima pte.21.sexti quadratu.a.c.ad quadratu.l.n.sicut quadratu.c.b .ad quadratu.m.n.erit ex.11.quinti quadratu.b.ad quadratu.p.sicut quadratu.k.ad quadratu.q.quare p secundam pte 21.sexti.b.ad.p.sicut.k.ad.q.Et pmutatim.b ad.k.sicut.p.ad.q.qd erat demonstrandu.& ne quisq3 dubitationis locus ea que demonstrada restant obfuscet: premittenda adhuc arbitramur queda quibus sequetia firmo demonstratiois robore incocussa permaneant.

¶ Si aliqua plana superficies speram qualibet secet cois differentia plane superficiei secantis & curue superficiei spere erit circumferentia continens circulum.

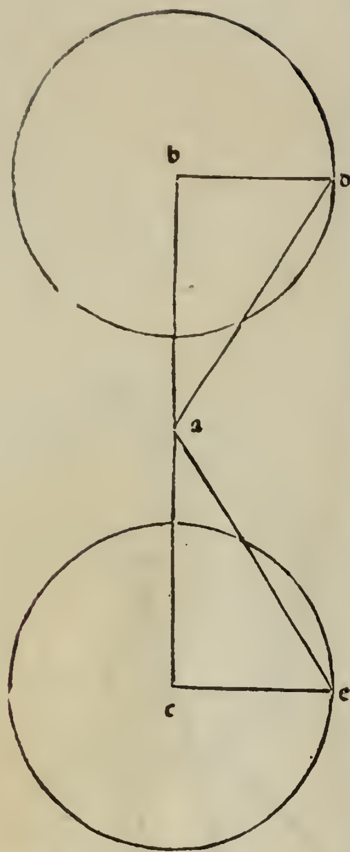
¶ Sit igit aliqua plana supficies secans speram & sit linea.a.b.cois sectio supficiei secantis & supficiei spere.dico q linea.a.b.est circuferentia circuli.aut enim centrum spere est in plana supficie secante.aut extra.Qd si fuerit in ea ponat vbicunq3 ptigerit & sit.c.Quia ergo tota linea.a.b.e in supficie spere & q2 omnes linee ducte a centro spere ad ipsius circuferentia sunt equales queadmodu constat ex diffinitione spere.sequitur vt omnes linee ducte a puncto.c.ad linea.a.b.sint equales.e igit ex diffinitione circuli superficies qua continet linea.a.b.circulus & eius centru e .c. videlicet ide q centru spere.si aut centru spere fuerit extra superficie secante: ponatur ergo vbilibet qd sit.d.a quo fm doctrina.11.vndecimi ducat linea.d.c.perpendicularis ad supficie secante & ptrahant ab eode centro.d.due linee recte quocuq3 contingat ad linea.a.b.que sint.d.a.&.d.b.& iungat.c.cu.a.& cu.b.eruntq3 due linee.d.a.&.d.b.equales eo q ipse sunt a centro spere ad superficiem eius:ex diffinitione aute linee perpendicularis ad superficie.manifestu est q anguli.d.c.a.&.d c.b.sut recti:ideoq3 ex penult.primi & ista coi scia:que equalibus sut equalia iter se sunt equalia:erunt quadrata duaru linearu.c.d.&.c.a.pariter accepta equalia quadratis duaru linearu.d.c.&.c.b.pariter acceptis :dempto itaq3 vtrinq3 quadrato.d c.erit quadratu.c.a.equale qdrato.c b.quare & linea .c.a.linee.c.b. Eode argumetationis genere necesse est omnes lineas ductas a puncto .c.ad linea.a.b.ee eqles ergo ex diffinitione circuli supficies qua continet linea.a.b.est circul⁹ & ei⁹ centru3 est.c.quod est propositum.



¶ Ex hoc itaq3 manifestum est q cum superficies secat speram super centrum eius sector pueniens in superficie spere est linea continens circulum cuius centrum est centrum spere.Cum autem superficies secat speram non super centrum eius sector quoq3 prouemens i superficie spere est linea contines circulu cuius centru e punctus ille in quo incidit ppendicularis ducta a centro spere ad superficiem secantem.

¶ Amplius autem dico q

¶ Si in spera aliqua fuerint circuli equales ppendiculares ducte a centro spere ad supficies illorum circulorum erunt adinuicem equales.



¶ Sint i spera cuius cent⁊ .a. signati duo circuli .b.⁊.c. equales ad quo⁊ supficies ꝓtrahant a centro spere videlicet a puncto .a. perpendiculares ſm ꝙ docet .11. vn decimi: ad hunc quidē .a.b. ad illū autē .a.c. dico ꝙ due linee .a.b.⁊.a.c. sūt equales: ꝓtrahant eni a punctis .b.⁊.c singule linee recte ad circūferentias illo⁊ circulo⁊ ꝓut libuerit: in hoc quidem .b.d. in illo aūt .c.e. ⁊ iungat .a. cū .d. ⁊ cum .e. erit qꝫ ex diffinitione linee supra superficiē ꝑpendiculariter stantis vtriqꝫ duo⁊ angulo⁊ .a.b.d.a.c.e. rectus. At vero ex scḋa pte pmissi corelarij. Manifestū ē ꝙ duo puncta .b.⁊.c. sunt centra circulo⁊ .b.c. ideoqꝫ due linee .b.d.⁊.c.e. sunt semidiametri co⁊: qui circuli cū ponant equales sequit ex diffinitione equaliū circulo⁊ has semidiametros esse equales: ⁊ quia due linee .a.d.⁊.a.e. sunt equales q: sunt ducte a centro spere ad eius supficiē: erunt ex penul. primi due ꝑpendiculares .a.b.⁊.a.c equales qḋ oportebat demonstrare. Nunc igitur ad propositum redeamus.

Propositio .10.



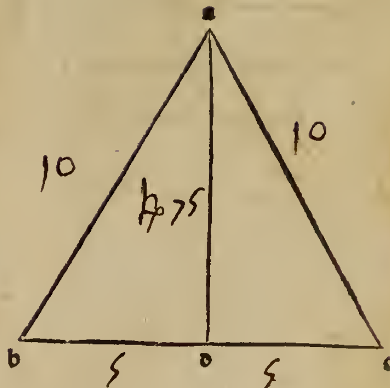
Proportio corporis duodecedri ad corp⁹ ycocedri q̄ ambo vna eadēqꝫ spera icludit: est sicut omniū superficierū eius piter accepta⁊ ad oēs supficies illius piter acceptas ¶ hoc est qḋ superius post demonstrationē prime huius auctoritate Aristei ⁊ apollonij cōmemorauimus cui⁹ demonstratio ex his q̄ premissa sunt euidenter elicit. Ex quinta quidē huius manifestū ē ꝙ circuli quorꝫ alter circūscribit pentagonū duodecedri: reliqu⁹ vero trigonū ycocedri que ambo corpora spera vna cohercet sunt adinuicem equales: itaqꝫ erunt perpendiculares a centro spere ad superficies omnium circulo⁊ circūscribentium pentagonos huius duodecedri ⁊ trigonos illi⁹ ycocedri i co⁊ centra cadentes adinuicem equales sicut ex premissis manifestū ē nam omnes hi circuli teste .5. huius sicut dictū ē eq̄les sunt sibi adinuicē piramides: igitur qua⁊ sunt bases pentagoni duodecedri coni autē ca⁊ sunt cent⁊ spere atqꝫ piramides qua⁊ bases sūt trigoni ycocedri: ⁊ coni ea⁊ similiter centrū spere sunt eque alte cuncta⁊ quidē piramidū altitudinē mēsurant vel determinant a conis ad bases ꝑpendiculares cadentes: piramides autē eque altas suis basibus ꝓportionales esse oportet queādmodum in .6. duodecimi probatū est: itaqꝫ proportio piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad piramidē cuius basis trigoni ycocedri ē sicut istius pentagoni ad hunc trigonū .iōqꝫ per .24. quinti ꝓportio duodecupli illius piramidis cuius basis pentagonus duodecedri ad piramidē cuius basis trigonus ycocedri sicut duodecupli illius pentagoni ad hunc trigonū. hec aūt .12. piramides qua⁊ sunt bases .12. pentagoni duodecedri sunt tanq̄ꝫ totū corpus ipsius duodecedri. At .12. pentagoni tanq̄ꝫ oēs superficies eius: itaqꝫ ꝓportio corporis duodecedri ad piramidē cuius basis est trigonus ycocedri ē sicut ꝓportio omniū supficie⁊ duodecedri ad trigonū ycocedri. quare rursus ex .24. quinti ꝓportio corporis duodecedri ad vigincuplū illius piramidis cuius basis est trigonus ycocedri ē sicut omniū supficie⁊ duodecedri ad vigincuplū trigoni ycocedri. cū igit vigincuplū huius piramidis sit tanq̄ꝫ totū corp⁹ ycocedri ad vigincuplū istius trigoni tanqꝫ omnes superficies ipsi⁹ ycocedri erit ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eadēqꝫ spera concludit sicut ꝓportio omniū supficie⁊ corpis duodecedri piter accepta⁊ ad omnes superficies corporis ycocedri piter acceptas. hoc aūt est predicto⁊ philosophorum de proportione ho⁊ duo⁊ corpo⁊ sententia fixa solidaqꝫ demōstratiōe roborata.

cui quoq3 adijciendū est hoc. nam cum ꝓportio lateris cubi ad latus trianguli corporis ycocedri vna cū ipso cubo ab eadē spera cōclusi sit sicut ꝓportio omniū superficierum corporis duodecedri pariter acceptarum ad omnes superficies ipsius ycocedri in eadem spera cōclusi sicut ex.8. huius demonstratū est: erit ex.11.quinti proportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo spera vna circūuoluit tāq̄3 proportio lateris cubi eidēq3 spere inscriptibilis ad latus ipsius trigoni ycocedri. Amplius aūt q̄r diuisa qualibet linea ſm proportionē habentē mediū duoq3 extrema est proportio linee potentis super totā ⁊ eius maiorē portionē ad lineā potentē super totā ⁊ eius minorē portionē sicut lateris cubi alicuiꝰ spere inscripti ad latus trigoni corporis ycocedri ab eadē spera circūducti sicut ex.9. huius demonstratum ē erit etiā ex.11.quinti vt diuisa qualibet linea ſm ꝓportionē habentē mediū duoq3 extrema sit ꝓportio linee potentis super totā ⁊ eius maiorē portionē ad lineā potentē super totā ⁊ eius minorē portionē veluti ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna atq3 eadē spera circūscribit. Ex dictis igitur manifestum est ꝙ ꝓportio lateris cubi alicui spere inscripti ad latus trigoni ycocedri ab eadem spera circūscripti. itemq3 ꝓportio cunctarum superficierum duodecedri ad cunctas superficies ycocedri que ambo sup eadē spera circūscribit. Et rursus ꝓportio linee potentis super quālibet lineā diuisā ſm proportionē habentē mediū duoq3 extrema et super eius maiorē portionē ad lineā potentē super eandē ⁊ super eius minorē portionē atq3 iterum ꝓportio corporis duodecedri ad corpus ycocedri que ambo vna eademq3 spera coherceet est proportio vna. Mirabilis itaq3 est potentia linee ſm proportionē habentē mediū duoq3 extrema diuise: cui cū plurima pholosophātiū admiratione digna cōueniāt hoc principiū vel precipuū ex superiorum principiorum inuariabili ꝓcedit natura vt tā diuersa solida tū magnitudine tum basiū numero tū etiā figura irrōnali quadam simphonia rōnabiliter conciliet. Quippe demonstratum est ꝙ proportio duodecedri corporis ad ycocedron corpus q̄ ambo spera vna coambit est quasi ꝓportio linee potentis sup quālibet lineā ſm prefatā proportionē diuisā ⁊ super eius maiorē partem ad quālibet lineā potentē super eandem ⁊ eius minorē partem. quoniā vero de tribus ceteris corporibꝰ regularibus nō habemꝰ aliquid dictū studeamꝰ de ipsis aliquid dicere.

Propositio .11.



In omni triangulo equilatero si ab vno angulorum eius perpendicularis ad basim ducatur latus eiusdem trianguli ad ipsā perpēdicularē potentialiter sexquitertiū eē conueniet. ¶ Sit eni triangulus equilaterus. a. b. c. ducaturq3 ab angulo. a. linea a. d. perpendicularis ad basim: dico ꝙ. a. b. ē potentialiter sexquitertiū ad. a. d. sunt quidē ex. 5. primi duo anguli. b. ⁊. c. eq̄les ⁊ quia anguli ad. d. sunt recti erit per. 26. primi linea. b. c. diuisa per equalia in pūcto. d. itaq3 ex quarta scdi quadratū b. c. q̄druplū ad q̄dratū. b. d. idq3 etiā q̄dratū. a. b. q̄druplū ē ad q̄dratū. b. d. Est eni triangulꝰ equilaterꝰ q̄re per penult. primi q̄drata duarum linearum. a. d. ⁊. b. d. pariter accepta quadruplū sūt ad q̄dratū. b. d. itaq3 q̄dratū. a. d. triplū ē ad q̄dratū. b. d. cōstat ergo ꝓpositū.



Propositio .12.



Omnis trigonus equilaterus cuius ē latus rōnale superficies medialis eē probatur. ¶ Sit vt prius triangulus. a. b. c. equilaterus ⁊ sit latus eius. a. b. rōnale siue in longitudine siue in potentia tm̄ dico itaq3 ꝙ ipse triāgulus ē superficies medialis: ducatur eni perpēdicu-

laris.a.d.ab angulo.a.ad basim:eritq; ex premissa et ex.6.decimi ꝛ dione super/ficiei rõnalis quadratũ linee.a.d.rõnale ꝛ linea.a.d.rõnalis in potentia:ipsa autẽ ex vltima parte..decimi mediante premissa erit incõmensurabilis linee.a.b.ideo/q; ꝛ linea .b.d.que est tanq̃; eius dimidiũ.sunt itaq; due linee.a.d.ꝛ.b.d.rõnales potentialiter tantũ cõicantes.igiṫ ex.19.decimi suꝑficies vnius eaꝝ in alteram est medialis.cunq; superficies vnius earum in alterã sit equalis trigono.a.b.c. ꝯstat verũ esse quod diximus.

Propositio .13.



Cuncte suꝑficies vtriuslibet duoꝝ solidoꝝ quoꝛũ; alterũ est piramis quatuoꝛ basium triangularium ꝛ equilateraꝝ reliquum vero est coꝛpus octo basium triangularium et equilateraꝝ pariter accepte:si diameter spere ea circumscribentis rõnalis fuerit componũt superficiẽ medialem.

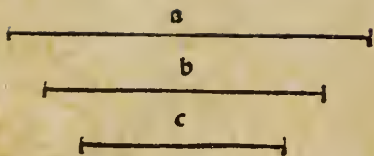
¶Nam si diameter spere alteꝝ duoꝝ propositoꝝ coꝛpoꝛum circũscribentis fuerit rõnalis siue in longitudine siue in potentia tm̃:erit ex coꝛelario.13.tredecimi libri latus piramidis rõnale in potentia ꝛ ex coꝛelario.15.eiusdem latus quoq; coꝛpo/ris octo basium rõnale in potentia.quare per premissam trianguli qui sunt bases vtriuslib; coꝛpis erũt suꝑficies mediales.ꝛ q꞉ trianguli vtriuslib; coꝝ sibi adinuicẽ sunt equales:erunt ex.21.decimi omnes suꝑficies vtriuslib; coꝝ pariter accepte cõ/ponentes superficiẽ medialem queadmodũ ꝓponitur.ꝛc.

Propositio .14.



Si tetracedron ꝛ octocedron vna eademq; spera circum/scribat erit vna ex basibus tetracedri sexquitertia ad vnã ex basibus octocedri:oẽs aũt bases octocedri ꝑiter acce/ptas ad omẽs bases tetracedri pariter acceptas sexquial/terã ꝓpoꝛtionẽ habere necesse est.

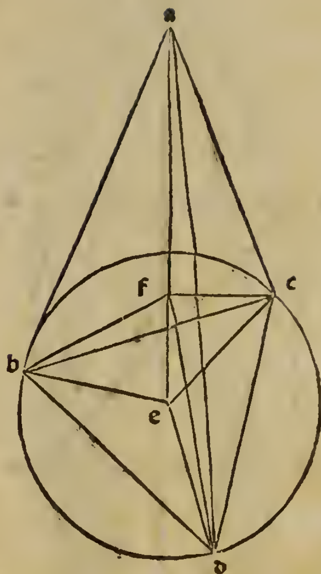
¶Sit aliqua spera cuius diameter.a.circũscribens piramidem cuiꝰ latꝰ.b.ꝛ octo/cedron cuius latus.c.dico itaq; ꝙ triangulus equilaterꝰ cuius latus.b. sexquiter/tius ẽ ad triangulũ equilateꝝ cuius latus.c.ꝛ ꝙ suꝑficies quã ꝯponũt octo trian/guli equilateri cuiusq; quoꝝ ẽ latus.c.sexquialtera ẽ ad suꝑfic em quã componunt quatuoꝛ trianguli equilateri cuiusq; quoꝝ est latus.b.cõstat eni ex coꝛeł.13.trede/cimi ꝙ quadratũ.a.ad quadratũ.b.sicut.6.ad.4.igiṫ ecõuerso quadratũ.b.ad q̃/dratũ.a.sicut.4.ad.6.Ex coꝛelario vero.15.eiusdẽ manifestũ est ꝙ quadratum.a. ad quadratũ.c.sicut.6.ad.3.itaq; per equã ꝓpoꝛtionalitatẽ quadratũ .b. ad qua/dratũ.c.sicut.4.ad.3.quadratũ aũt.b.ad quadratũ.c.ẽ sicut trigonus equilaterus cuius latus.b.ad trigonũ equilaterũ cuius latus.c.Vtrobiq; eni est sicut.b.ad.c. ꝓpoꝛtio duplicata ex secunda ꝑte.18.sexti:igitur trigonus equilaterus cuius latus b.ad trigonũ equilateꝝ cuiꝰ latꝰ.c.sicut.4.ad.3.quare cõstat prima ꝑs ꝓpositi. Ex quo euidenter eliciṫ scd̃a:erit eni ꝑ ꝯuersã ꝓpoꝛtionalitatẽ trigonꝰ equilaterus cuiꝰ latus .c.ad trigonũ equilateꝝ cuius latus.b.sicut tria ad quatuoꝛ. ideoq; octuplum trigoni eq̃lateri cuiꝰ latꝰ.c.ad q̃druplũ trigoni eq̃lateri cuiꝰ latꝰ.b.est.sicut octuplũ ternarij ad q̃druplũ q̃ternarij. hoc aũt sicut.24.ad.16.ꝛ q꞉ octuplum trigoni eq̃la/teri cuiꝰ latꝰ.c.ẽ omẽs bases octocedri cuiꝰ latꝰ.c. ꝛ q̃druplũ trigoni eq̃lateri cuiꝰ latꝰ.b.ẽ oẽs bases piramidis cuiꝰ latꝰ.b.ꝛ q꞉ ꝓpoꝛtio.24.ad. 16.ẽ sexq̃altera seq̃tur vt suꝑficies quã cõponunt oẽs bases octocedri cuiꝰ latꝰ.c.ad suꝑficiẽ quã cõpo nũt oẽs bases piramides cuiꝰ latꝰ.b.sexq̃altera sicut diximꝰ i ꝓpoꝛtione respiciat.



Propositio .15.



Piramide quatuor basium triangulariū atq3 eqlaterarū intra sperā quālibet collocata si a quolibet angulorꝫ eius per centrum spere recta linea ad basim ducatur in centrū circuli basim circūscribentis eam cadere atq3 eidem basi perpendiculariter insistere necessario comprobatur.

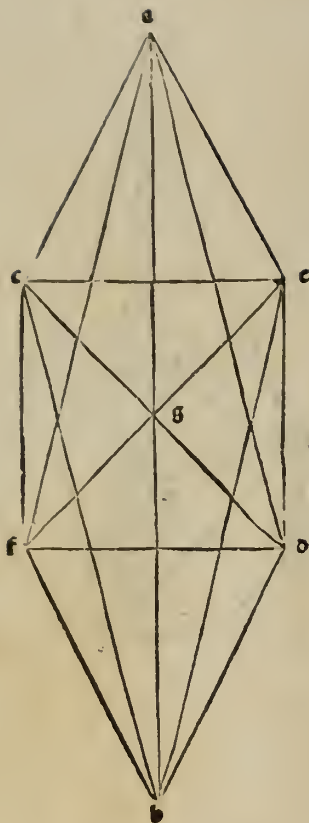


¶Sit piramis .a.b.c.d.4. basium triangulariū atq3 eqlaterarꝫ intra sperā aliquā cuius centrū sit f.collocata ⁊ cū quilibet quatuor angulorꝫ istius piramidis possit esse conus eius at qlib3 qruor triangulorꝫ basis Imaginemur nūc eius solidū āgulum.a.esse conū ⁊ triangulū .b.c.d.imaginemur esse basim atq3 huic basi intelligamus circūscriptū esse circulū.b.c.d.dehinc a puncto.a.quē imaginati sumus conum piramidis ducamus ad basim.b.c.d.lineā rectā transeuntē per punctū.f.qui est centrū spere circūscribentis piramidē de qua disputamus ⁊ occurrat hec linea superficiei .b.c.d. quā imaginati sumus basē piramidis sup punctū.e. dico igit᷑ ꝙ punctū.e.ē cētrū circuli .b.c.d.⁊ ꝙ linea.a.f.e.ē perpendicularis ad supficiē.b.c.d producam enim lineas.f.b.f.c.f.d.⁊ q: quatuor puncta.a.b.c.d.sunt in superficie spere cuius centꝝ.f.ꝓpter hoc ꝙ illā speram positū est circumscribere hanc piramidem erunt omnes quatuor linee.f.a.f.b.f.c.f.d.adinuicem equales sunt enim ducte a centro spere ad eius superficiem:ergo q: duo latera.a.f.⁊.f.b.trianguli. a.f.b sunt equalia duobus lateribus.a.f.⁊.f.c.trianguli.a.f.c.⁊ basis.a.b. basi.a. c.nā piramis posita est equilatera:erit ex octaua primi angulus.a. f.b. equalis angulo a.f.c.ideoq3 p.13.primi āgul⁹ quoq3.b.f.e.erit eq̄lis āgulo.c.f.e.Eodē modo ꝓbabis angulū .d.f.c.esse equalē angulo.c.f.e.necesse est eni ex octaua primi ut angulus.a.f.e.sit equalis angulo.a.f.d.quare p.13.primi angulus quoq3.c.f.e.erit eq̄lis angulo .d.f.e.sunt igitur tres anguli.b.f.e.c.f.e.d.f.c.adinuicē equales.protractis igit᷑ lineis.c.b.e.c.⁊.e.d.sequit᷑ ex quarta primi bis assumpta eas esse adinuicem equales.ideoq3 per.9. tertij punctus.e.ē centrū circuli.b.c.d. ⁊ q: perpendicularis ducta a centro spere ad superficiē cuiuslibet circuli eam secantis cadit sup centrū eiusdē circuli sicut ex his que p̄missa sūt videlic3 ex his q̄ decimā hui⁹ immediate p̄cedunt didicisti cōuincit᷑ lineā.a.f.e.eē ꝑpēdicularē ad supficiem circuli.a.b.c. quēadmodū ꝓponit᷑.Sin aūt erūt eiusdē circuli duo cētra qd̄ natura tanq3 ipossibile exhorruit.

Propositio .16.



Solidum octo basiū triangulariū atq3 equilaterarꝫ qd̄ ab aliqua spera circūscribitur diuisibile est in duas piramides eque altas quarꝫ altitudo equalis ē semidiametro spere:basis autē vtriusq3 quadratū qd̄ est sub duplū quadrato diametri spere.¶Esto corpus octo basiū triangularium atq3 equilaterarꝫ cuius sex anguli sint.a.b.c.d.e.f.circūscripta a spera cuius centrum.g constat itaq3 ꝙ sex puncta .a.b.c.d.e.f.sunt in superficie spere cuius centrum.g. si igit᷑ centrū.g.iungatur cū quolibet horꝫ sex punctorꝫ erūt due linee iūgentes ipsū eis adinuicē equales cū ipse sint a centro spere ad superficiē:cū aūt ex corel᷑.15.tredecimi sit diameter spere potentialiter dupla ad lat⁹ hui⁹ corpis erit ex quarta scdi latus huius corporis potentialiter duplū ad semidiametꝝ spere.quadratū ergo.e. f. duplū ē ad quadratū.c.g.idq3 eq̄le duobus quadratis duarꝫ linearꝫ .c.g .⁊.g.f. itaq3 p penul᷑.primi angulus .c.g.f.ē rectus.eadem rōne quisq3 triangulorꝫ.f.g.d.



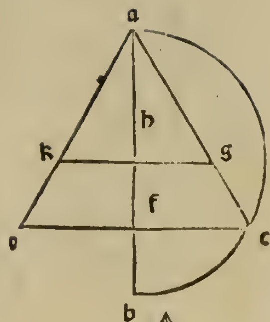
d.g.c.⁊.c.g.c.est rect⁹ quare ꝑ.14. p̃mi ⁊.c.g.d.⁊.f.g.c.ē linea vna: igit̃ ex scd̃a.11 quinqꝫ puncta.c.f.d.e.g.sunt in supficie vna. Manifestū ē aūt ex quinta primi: ⁊ 32.eiusdē ꝙ quilibet quatuor anguloꝝ.c.e.d.f.ē rectus: igit̃ ex diffinitione quadrati supficies.c.e.d.f.ē quadrata.⁊ qr latus eius ē latus ꝓpositi corporis.constat ex corelario.15.tredecimi istud quadratū esse subduplū q̃drato diametri spere. cō/sili quoqꝫ rōcinatiōne ɔstat vtrāqꝫ duaꝝ lineaꝝ.a.g.⁊.g.b.cū q̃libet q̃tuor lineaꝝ c.g.f.g.d.g.e.g.continere angulū rectū: iōqꝫ ex.4.vndecimi vtrāqꝫ eaꝝ ēe perpendicularē ad superficiē.c.e.d.f.⁊ ambas scꝫ.a.g.⁊.g.b.ꝑ.14.p̃mi componere lineā vnā: diuisum ē igit̃ ꝓpositū corpus in piramidē.a.c.f.d.e.cuius basis quadratū.c e.d.f.quod est subduplū quadrato diametri spere ⁊ etiā altitudo linee.a.g.que est semidiameter spere ⁊ in piramidē.b.c.f.d.e.cuius basis est predictū quadratum ⁊ eius altitudo linea.g.b.quod est semidiameter spere: ⁊ hoc ē qd̍ oportebat ōndere.

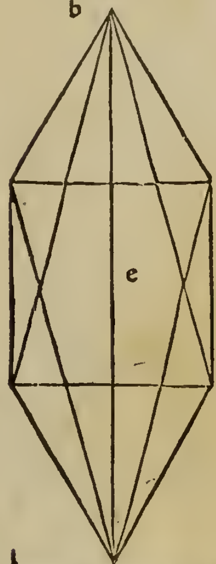
Propositio .17.



Piramidē quatuor basium triangulariū atqꝫ equilateraꝝ spera aliqua circūscribente erit proportio tetragoni qui sub linea potentialiter sub sexquitertia ad dodrantē lateris ipsius piramidis ⁊ sub linea super quinqꝫꝑtiente vicesimasseptimas eiusdē dodrantis cōtinetur ad quadratum diametri spere sicut corporis ipsius piramidis ad corpus octo basiū triangulariū atqꝫ equilateraꝝ que ambo eadem spera circūducantur ¶ Sit spera cuius diameter.a.b.⁊ centrū.b.circūscribens piramidem quatuor ba/sium triangulariū atqꝫ equilateraꝝ.a.c.d.⁊ corpus octo basiū triangularium atqꝫ equilateraꝝ qd̍ sit.e.sitqꝫ linea.l.m.potētialiter sub sexquitertia ad dodrantem li/nee.a.c.que ē latus piramidis ⁊ linea.n.m.cōtineat dodrantē predictū ⁊ ei⁹ quinqꝫ vicesimasseptimas sitqꝫ.p.quadratū diametri.a.b.dico itaqꝫ ꝙ ꝓportio pira/midis.a.c.d.ad octocedron.e.ē sicut supficiei.l.m.in.m.n.ad quadratū.p. imaginemur eni solidū angulū.a. esse conū piramidis ⁊ basiꝫ piramidis cuius vnū lat⁹ est.d.c.secare diametrū spere in puncto.f.eritqꝫ queadmodū ex rōcinatiōe.13.tredecimi manifestū ē.a.f.dupla ad.f.b.cumqꝫ etiā.a.b.sit dupla ad. b.b. erit ex.19. quinti.b.f.dupla ad.b.f.iōqꝫ.a.f.quadrupla ad.f.b.imaginemur igit̃ superficiem secantem piramidē.a.c.d.super centrū spere equidistanter basi ipsius. sitqꝫ linea g.k.cōis sectio huius supficiei ⁊ triāguli.a.c.d.eritqꝫ ex.17.vndecimi ꝓportio.c.a ad.a.g.sicut.f.a.ad.a.b.igit̃.c.a.ad.a.g.sicut.4.ad.3.sic eni est ex euersa propor/tionalitate.f.a.ad.a.b.constat etiā ex scd̃a pte.29.primi ⁊.16.vndecimi ⁊.10.eius/dem ⁊ prima pte scd̃e sexti ⁊ diffinitione similiū supficieꝝ ⁊ similiū corpoꝝ ꝙ pi/ramis.a.g.k.ē silis piramidi.a.c.d.ideoqꝫ ex.8.duodecimi ꝓportio piramidis.a c.d.ad piramidē.a.g.k.est sicut.c.a.ad.a.g.triplicata quare sicut.4.ad.3.triplicata.constat autem ex secunda octaui ꝙ ꝓportio quatuor ad tres triplicata est sicut 64.ad.27.itaqꝫ proportio piramidis.a.c.d.ad piramidē.a.g.k. est sicut.64.ad.27 fiat ergo triangulus equilaterus.q.r.s.ex linea equali.a.g.quā cōstat ēē dodrantē linee.a.c.⁊ producatur linea.q.t.perpendicularis ad. r.s. eritqꝫ ex.11.huius linea q.t.potentialiter sub sexquitertia ad lineam.q.r.ideoqꝫ equalis.l.m.adijciat̃ quoqꝫ linee.r.s.linea.s.x.ita ꝙ proportio.r.x. ad.r.s. sit sicut.64.ad.27.diuidaturqꝫ

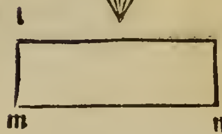
r.x.per equalia in.v.vt sit.r.v.32.de partibus illis de quibus.r.s.est.27.aut.r.x.64.eritq3.r.u.equalis.m.n.Et ducantur linee.q.u.⁊.q.x.eritq3 ex prima sexti proportio trianguli.q.r.x.ad triangulum.q.r.s.sicut.64.ad.27.cumq3 per eandē triangulus.q.r.x.sit duplus ad triangulū.q.r.u.at ex.41.primi qđ fit ex.q.t.in.r.u.duplum quoq3 sit ad triangulū.q.r.u.erit qđ fit ex.q.t.in.r.u.⁊ ipsū ē equale superficiei.l.n.eq̄le triangulo.q.r.x.q̄re ꝓportio superficiei.l.n.ad triangulū.q.r.s.ē sicut 64.ad.27.ideoq3 sicut piramidis.a.c.d.ad pirmiadē a.g.k.manifestū ē aūt ex.15.hꝰ ꝙ linea.a.f.ē ꝑpēdicularis ad basi3 piramidis.a.c.d.ideoq3 p.19.undecimi linea a.h est etiā perpendicularis ad basim piramidis.a.g.k.igit̄ altitudo.a.g.k.piramidis est semidiameter spere.diuidat̄ itaq3 octocedron.e.queadmodū ꝓponit̄ premissa:erit itaq3 vtraq3 duaꝝ piramidū in quas ipsū.e.diuidit̄ eq̄ alta piramidi a.g.k.nam singulaꝝ altitudo est semidiameter spere.q2 igitur oēs laterate piramides eque alte suis basibus sunt ꝓportionales vt in.6.duodecimi demōstratum est erit proportio piramidis.a.g.k.ad vtrāq3 eaꝝ in quas diuidit̄ octocedron.e.sicut basis eius ad bases eaꝝ:q̄re per.24.quinti ꝓportio piramidis.a.g.k.ad totū octocedron.e.est sicut sue basis quā cōstat esse equalem triangulo.q.r.s.ad bases ambarum piramidū in quas diuidit̄.e.pariter acceptas quas constat esse eq̄les quadrato diametri spere per premissam videlicet.p.qm̄ ergo ꝓportio piramidis.a.c.d.ad piramidem.a.g.k.est sicut trigoni vel tetragoni.l.n.ad trigonū.q.r.s.videlicet.64.ad.27.⁊ piramidis.a.g.k.ad octocedron.e.sicut trigoni.q.r.s.ad quadratum.p.erit per equā proportionalitatē ꝓportio piramidis.a.c.d.ad octocedron.e sicut tetragoni.l.n.ad quadratum.p.⁊ hoc erat demonstrandum.

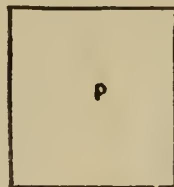




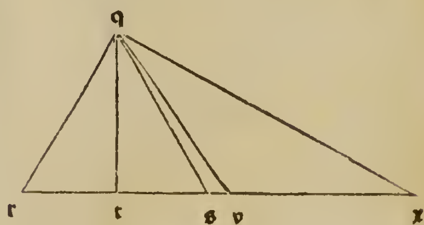
¶Ex premissis igitur manifestum est ꝙ perpendicularis veniens a centro spere piramidē quatuor basiu3 triangulariū atq3 equilateraꝝ circumscribentis ad quālibet basim ipsius piramidis equalis est sexte parti diametri spere.

¶Cum enim cuncti trianguli piramidem ambientes sint siles ⁊ equales erūt quoq3 circuli ipsos circūscribentes equales.ideoq3 ꝑpendiculares a centro spere ad eosdem circulos in eoꝝ cētra erūt etiā eq̄les:ꝑpendiculares autē cadentes ad circl'os sunt ꝑpendiculares ad bases piramidis itaq3 perpendiculares ad bases sunt adinuicē equales.linea aūt.h.f.est ꝑpēdicularis ad basim piramidis.a.c.d.quā.h.f q2 constat ex predictis esse sextā partē diametri.a.b.relinquitur ergo esse veru3 qđ per correl'.concluditur.Ide3 aliter demonstrare contingit si prius hoc antecedens fuerit stabili ratione firmatum.

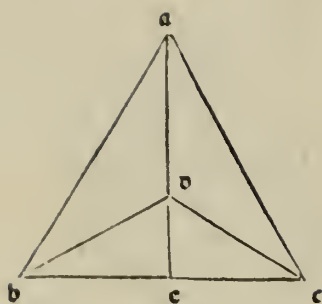




¶In omni triangulo equilatero linea descendens ab vno angulorū eius orthogonaliter supra basim tripla est ad perpendicularē que a centro circuli trigonum ipsū circūscribentis ad quodlibet latus eius protrahitur.



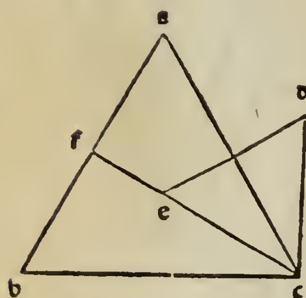
¶Sit enim triangulus.a.b.c.equilaterus sitq3.d.centrum circuli ipsum circumscribentis a quo ducantur linee ad singulos angulos quas manifestum est esse equales cum sint a centro circuli ad circumferentiam.Sint enim tria puncta.a.b.c.in circumferentia circuli ipsum trigonum circumscribentis.protrahatur autem.a.d.in continuum ⁊ directum quousq3 obuiet lateri.b.c.super punctum.e.constat igitur ex octaua primi ꝙ angulus.a.d.b.est equalis angulo.a.d.c.ideoq3 ex.13.p̄mi



angulus.b.d.e.ē equalis angulo.c.d.e.quare per quartā primi.b.e.ē equalis.e.c. ꝛ anguli qui sunt ad.e.recti:itaqꝫ.d.e.perpendicularis ē ad.b.c.veniens a centro circuli circūscribentis trigonum .a.b.c.ꝛ.a.e. perpendicularis est etiā ad.b.c.veni ens ab vno angulorꝫ predicti trigoni:dico ergo ꝙ.a.e.tripla est ad.e.d.cōstat enī ꝙ tetragonus qui fit ex.d.e.in.e.b.equalis est trigono.b.d.c.tetragon⁹ quoqꝫ qui fit ex.a.e.in.e.b.equalis ē trigono.a.b.c.at quia trigonus.a.b.c.triplus ē ad tri/ gonū.d.b.c.eritqꝫ tetragonus qui fit ex.a.e.in.e.b.triplus ad eum qui fit ex.d.e: in.e.b.cum igitᷣ ex prima sexti sit ꝓportio tetragoni.a e.in.e.b.ad tetragonū.d.e in.e.b.sicut.a.e.ad.e.d.erit:a.e.tripla ad.e.d.quēadmodū proponitur.

¶ Necesse est ergo vt perpendicularis cadens ab aliquo angulo ali/ cuius trigoni equilateri super latus oppositum transeat per centrum circuli trigonum ipsum circumscribentis.

¶ Nunc itaqꝫ qđ promisimus absoluamus ad hoc aūt imaginemur piramidē qua tuor basium triangulariū atqꝫ equilaterarꝫ cuius vna ex quatuor basibus eius sit trigonus .a.b.c.circumscriptā esse a spera cuius centrum.d.ꝛ protrahatur linea.d e.ꝑpendicularis ad superficiē trianguli.a.b.c.quā constat cadere in centrū circuli dictū trigonū circūscribentis.dico igitur lineā.d.e.esse sextā ptē diametri spere ꝓ/ positā piramidē circūscribentis:producā enī lineā.d.c.ꝛ lineam.c.f.perpendicula rem ad lineā .a.b.quā.c.f. ex proximo correlario cōstat transire per punctū.e.ꝛ ex premisso antecedente triplā esse ad.e.f. Constat autem ex quarta secundi ꝙ scōm ꝙ quadratū diametri spere cuius centrū.d.est.36.ē quadratū semidiametri .d.c. 9.ex correl̄.aūt.13.tredecimi est quadratum.b.c.24.ꝛp.11.huius quadratū.c.f.18. ꝛ per premissum antecedens quadratum.c.e.8.qr igitur ex penul̄.primi quadratū d.c.ē equale quadratis duarꝫ linearꝫ.d.e.ꝛ.c.e.ē aūt quadratū.d.c.9. ꝛ quadratūꝫ c.e.8.ꝓut quadratū diametri spere est.36.relinquitur quadratū.d.e. vnum prout quadratū diametri spere ē.36. itaqꝫ linea.e.d.est vnū ꝓut diameter spere est.6.qđ oportebat probare.Eodem demonstrationis genere demonstrabitᷣ nobis ꝙ semi diameter spere circumscribentis corp⁹ .8.basium triangulariū atqꝫ equilaterarum tripla ē in potentia ad perpendicularē a centro spere circūscribentis ipsū ad quāli bet suarum basium descendentē:cōstat quidē quēadmodū dictum ē pri⁹ ꝙ cū oēs bases huius corporis sint equales ꝛ silēs erunt circuli ipsas circūscibentes equales ideoqꝫ perpendiculares a centro spere i ipsorꝫ circulorꝫ centra cadentes erunt ad/ inuicē equales.cunqꝫ perpendiculares ad circulos basiūm sint quoqꝫ perpendicu/ lares ad bases sequitur vt perpendiculares a centro spere ad singulas bases adin/ uicē sunt equales.Si ergo qđ dicimus de perpendiculari ad vnā suarꝫ basiū probe betur:relinquetur verū eē qđ proponitᷣ.Sit itaqꝫ ut prius triangulus.a.b.c.vna ex basibus octocedri circūscripti a spera cuius centrū.d.ꝛ cetera quoqꝫ fiant vt prius cū igitur ex correl̄.15.tredecimi diameter spere sit potentialiter dupla ad lat⁹ octo/ cedri.sequitur vt latus octocedri sit potentialiter duplū ad semidiametrꝫ spere.iō/ qꝫ cum quadratū linee.b.c.est .12.erit quadratū linee.d.c.que ē semidiameter spe re.6.ex.11.autē huius cum quadratū.b.c.ē.12.quadratū.c.f.ē.9.Et ex premisso an tecedente quadratum.c.e.est.4.itaqꝫ cū q̄dratū.d.c.que est semidiamiter spere est .6.quadratum .c.e.est .4. ꝛ quia ex penultima primi quadratum.d..c.est equale quadratis duarꝫ linearū .c.e.ꝛ.e.d. sequitur ut quadratū.e.d.sit duo ꝓut quadra tum.d.e.est .6. constat ergo qđ diximus.



Propositio .18.

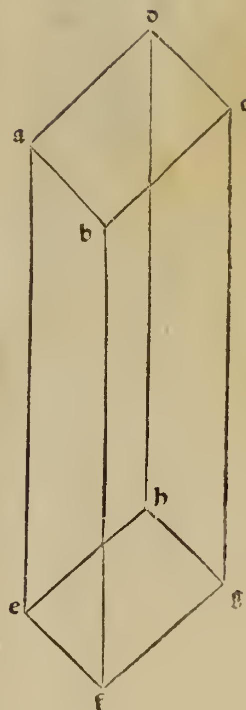

Uplum quadrati quod ex diametro spere cubum circũ/scribentis describitur equũ ē omnib⁹ superficiebus ipsi/us cubi pariter acceptis: perpendicularis quoque que a centro spere ad quālibet ex superficieb⁹ cubi ꝑducit̄ me/dietati lateris cubi eiusdē eq̄lis eē ex necessitate cōuincit̄

¶ Manifestũ ē eni ex correlario. 14. tredecimi ꝙ diameter spere cubum includens tripla est in potentia ad latus cubi. cum igitur quadratum diametri spere triplũ sit ad quadratum lateris cubi ꝛ ita triplum: duplũ quadrati diametri spere equum sit sexcuplo quadrato lateris cubi. Sunt autē oēs superficies cubi sex quadrata que ex latere cubi in se producuntur. itaqȝ duplum quadrati diametri spere equum est omnibus superficiebus cubi. Constat igitur prima ps: scḋam autem partem ex. 18. ꝛ. 19. ꝛ. 40. vndecimi libri facile probabis.

¶ Ex his ergo euenire necesse est vt ex medietate lateris cubi i bisse quadrati producti ex diametro spere ipsũ cubũ ābientis cubi soliditas ꝑducatur. ¶ Explicit liber decimusquartus Incipit liber Decimusquintus.

Propositio .1.

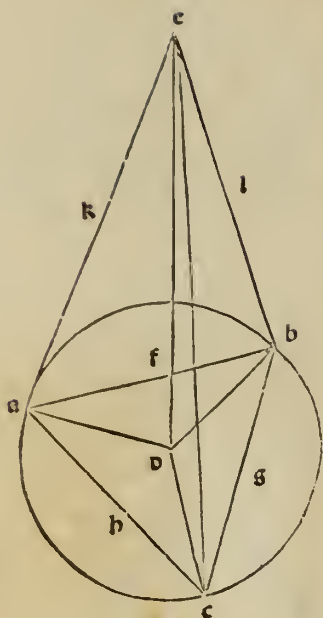

Intra propositum cubum corpus habens quatuor bases triangulas equalium lateruȝ designare. ¶ Sit cubus cuius basis est quadratuȝ a.b.c.d. suprema vero eius sup̄ficies quadratũ .e.f.g.h. Ipsum aūt hac arte fabricare conueniet q̄dra/to basis ſm quālibȝ lineā ex. 45. primi descripto sup singulos angulos eius ex. 12. vndecimi cathecus ſm mensurā lateris ipsius quadrati erigatur quos ex. 6. vndecimi constat esse equidistantes. Quiqȝ ergo eorum bini ꝛ bini coraustо eis imposito equidistanter lateri quadrati continuent̄. Constat igitur esse cōpositum cubũ: nā quatuor ei⁹ laterales sup̄ficies sunt quadrate ex. 33. primi ꝛ ex. 34. eiusdem ꝛ diffinitione quadrati: de suprema autē superficie. manifestum est quoqȝ ꝙ ipsa ē quadrata ex. 10. imo. 24. vndecimi ꝛ hac cōi scia que equalib⁹ sunt equa/lia sibi quoqȝ sūt equalia: ꝛ ex diffinitione quadrati. Si itaqȝ huic cubo libeat corpus quatuor basium triangulariũ ꝛ equilateraꝝ inscribere: in basi ꝛ in ei⁹ sup̄ficie suprema protrahantur due diametri quaꝝ vna cōtinuet duas extremitates infimas duoꝝ cathecoꝝ ꝛ alia cōtinuet supremas alioꝝ duoꝝ quas aio intelliges esse a.c.ꝛ.b.f. dehinc a duobus punctis. b. ꝛ. f. terminantibus diametrum sup̄ficiei supreme demitte ypothemisaliter binas ꝛ binas diametros q̄ q̄uor laterales super/ficies diuidant quas imaginaberis esse ab. b. quidem .a.h.ꝛ.b.c. at vero. ab. f. f.a ꝛ.f.c. has aūt diametros in hac plana figura ꝓtrahere cōtempsi ne multitudo li/neaꝝ cōfunderet intellectũ. si igit̄ figurā hāc ut oportet actu vel aio cōpleueris vi/debis ex sex diagonalibus lineis sex superficies ipsius cubi diuidentibus pirami/dem quatuor basium triangularium esse perfectam q̄ȝ cubo proposito ex diffinitio/ne constat esse inscriptam: huius autem piramidis bases equilateras esse constat eo ꝙ ex quarta primi omnes iste sex diagonales sunt adinuicem equales.



Propositio .2.

Intra datum corpus habens quatuor bases triangulas atq; equilateras corpus octo basium triangularium equalium laterum distinguere.

Si itra piramidē quatuor basiū triangulariū ⁊ equilaterarꝫ octocedron libeat inscribere prius cōuenit piramidē ipsa; fabricare q̄ rōne certa hoc modo cōponitur. Statuat̄ scdm cuiuslibet linee quātitatē trigonus equilaterus qui sit .a.b.c. cui circūscribat̄ circulus supra centꝫ .d. ⁊ excat .d.e. ppendicularis ad superficiem ipsius trigoni ex .12. vndecimi: que ponat̄ dupla esse in potencia ad semidiametrꝫ circuli circūscribentis trigonū .a.b.c. ⁊ a puncto .e. cadāt tres ypothemise super tria puncta .a.b.c. Est itaq; cōpleta piramis quatuor basiū trilaterarꝫ ⁊ equilaterarꝫ ptrahant̄ eni .d.a.d.b.d.c. cū igit̄ anguli quos cōtinet linea .e.d cum singulis lineis .d.a.d.b.d.c. sint recti ex diffinitione perpendicularis ad superficiē. cumq; quadratū linee .e.d. sit ex ypothesi duplū ad quadratum semidiametri circuli .a.b.c. erit ex penultima primi quadratū vniuscuiusq; triū ypothemisarium lineaꝝ .e.a.e.b.e.c. triplum ad quadratū semidiametri circuli .a.b.c. sed ex octaua tredecimi quadratum quoq; cuiusq; triū lateꝝ trianguli .a.b.c. triplum ē ad quadratū semidiametri eiusdē circuli: igit̄ oia latera statute piramidis sunt adinuicem equalia quare ipsa est equilateraꝝ basiū. Cum itaq; sibi octocedron includere volucrim⁹ diuidemus vnūqdq; sex lateꝝ eius in duo media equalia ⁊ cōtinuabimus mediū punctū cuiusq; lateris cū medijs punctis cunctoꝝ reliquoꝝ lateꝝ cū quibus ipsū continet ⁊ angulū superficialē. verbi gratia diuidā latera basis in punctis .f.g h. ⁊ ypothemisas cadentes ab .e. i pūctis .k.l.m. ⁊ ptinuabo pūctū .f. cū pūcto .g. ⁊ cū .h. ⁊ cū .k. ⁊ cū .l. pūctūq; .m. cū eisdē .g.h.k.l. ⁊ .g. cū .h. ⁊ cū .l. ⁊ .k. cū eisdē .h. ⁊ .l Ecce itaq; perfectū est corpus octo basiū triangulariū bis duodecim lineis media puncta laterum fabricate piramidis iungentibus cōtentum: has aūt octo bases ex quarta primi quotiens oportet repetita equilatera esse manifestū est: ipsum quoq; corpus statute piramidi ex diffinitione inscriptum quemadmodum iussi eramus efficere.



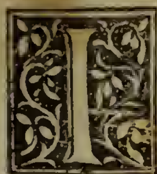
Propositio .3.

Intra cubum assignatum figuram octo basium triangularium equalium laterum constituere cubo intendimus inscribere octocedron.

Qualiter aūt cubū cōponere oporteat i prima hui⁹ sufficienter dictū est. igitur fabricato cubo piramis quatuor basiū triangularium ⁊ equalium lateꝝ in eo ex prima huius designet̄. ac intra ipsam piramidem expremissa octocedron distiguatur. quo facto simul etiā factū erit quod voluimus. Constat enim ex ratiocinatione prime latera cuncta ipsius inscripte piramidis esse diagonos basium cubi ⁊ ex rōcinatione premisse liquet cunctos angulos octocedri in hac piramide distincti esse in lateribus ipsi⁹ piramidis: quare manifestū ē omnia angularia puncta hui⁹ octocedri esse i basib⁹ assignati cubi. igit̄ ex dione habem⁹ ppositum. Aliter idem centris cunctaru; basiū cubi quēadmodū i nona quarti sit reptis a cētro supreme superficiei ei⁹ ad cētra quatuor lateraliū superficieꝝ quatuor ypothemisas demitte ⁊ a cētro infime ⁊ ad earūdem lateraliū superficierum cētra quatuor alias ypothemisas eleua centra quoq; quatuor lacraliū quatuor rectis lineis cōtinua ita videlicet ꝙ centra earum tantū que seinuicem secant continuos

Uerbi grã. iungas centꝝ anterioꝝ cũ centro dextre ꝛ cũ cẽtro finiſtre: centꝝ quoqꝫ vltime iunges cũ eiſdẽ. hoc eni cũ centro dextre ꝛ cũ centro ſiniſtre. habes itaqꝫ corpus octo baſiũ triangularium bis. 12. lineis que centra ſupficieꝝ cubi cõplexũ continuant. Si igitur has baſes equilateras eſſe pbare volueris: a centris baſium cubi ad cuncta ipſius latera ppendiculares ꝓtrahe quas neceſſariũ ẽ oia latera ipſius cubi p equalia diuidere ex ſcõa pte tertie tertij: quod planũ ẽ ſi vnicuiqꝫ baſiũ cubi circulũ circũſcripſeris atqꝫ iõ binas ꝛ binas ſuper idem punctũ in lateribus baſiũ cubi cõſtat cõcurrere eaſqꝫ ex ſcõa pte. 13. tertij patet adinuicẽ eẽ equales ꝛ equidiſtantes lateribus cubi ex ſcõa pte. 28. primi. iõqꝫ etiã ſingulas eſſe equales dimidio lateris cubi. igif ex. 10. vndecimi manifeſtũ eſt binas ꝛ binas eaꝝ ſup idẽ latus cubi in medio eius puncto cõcurrentes rectũ angulũ continere: eo ꝙ omnes ſuperficies cubi ſunt quadrate. Quare igitur ille. 12. linee centra ſupficieꝝ cubi cõtinuantes ꝛ anguli quos hee linee ſuper media puncta laterũ cubi cõcurrentes bine ꝛ bine cõtinent ſubtendũtur ipſe erunt ex quarta primi vl' etiã ſi maius ex penultima primi adinuicẽ equales: ergo eſt in ꝓpoſito cubo deſignatũ corpus octo baſiũ triangulariũ ꝛ equilateraꝝ. qꝺ oportebat facere. ꝛc.

Propoſitio .4.



Intra datum corpus octo baſium triangulariũ atqꝫ equilaterarum cubum figurare.

Non dubites qnin corp⁹ octo baſiũ triãgulariũ atqꝫ equilateraꝝ certo dogmate fabricabis hoc modo qualibet recta linea ſuper aliqꝺ planũ ſurſũ orthogonaliter erecta eã p equalia diuide ꝛ a puncto ei⁹ medio duas lineas hincinde ppendiculares extrahe que cõponant lineã vnã erunt qꝫ hee due linee ſeinuicẽ ſecantes videlicet prima que ſuper poſitũ planũ ẽ orthogonaliter erecta ꝛ alia que ipſã ſup eius mediũ punctũ orthogonaliter ſecat i eadẽ ſupficie ſite ſunt p primã ptẽ ſcõe vndecimi. Ad ſuperficiem igitur in qua ipſẽ ſite ſunt ſuper cõem punctũ ſectionis earum quẽadmodũ. 12. docet vndecimi perpendicularem erigere quã facias eandẽ ſupficiẽ in vtrãqꝫ ptem penetrare: ꝛ pone cuncta. ſex portiones haꝝ trium linearum a puncto in quo ſeinuicẽ ſecant equales. ſic eni quelibet quãlibet p eq̃lia ꝛ orthogonaliter diuidet. ita ꝙ cum ſint tres q̃qꝫ due eaꝝ ſalutifere crucis venerandũ ſignũ ad angulos rectos cõtinebũt a ſupremo igitur erecte linee ſup poſitũ planũ puncto quatuor ypothemiſas ad extremitates duaꝝ lineaꝝ ipſã ſecãtium demitte: deinde ab infimo eiuſdẽ erecte pũcto: q̃tuor alias ypothemiſas ad eaſdẽ duaꝝ ſecantiũ lineaꝝ extremitates eleua: poſtremo quoqꝫ harũ ypothemiſaꝝ extremitates quatuor rectis lineis quadratum cõtinentibus cõtinua. Erũt enim hee duodecim linee videlicet q̃tuor ypothemiſe a ſupmo puncto erecte ppendicularis deſcẽdẽtes: quatuor que poſtreme ab eius infimo puncto ſurſũ eleuate ꝛ relique quatuor linee haꝝ ypothemiſaꝝ extremitates continuantes ex penul'. primi ſine iunctionis puncto pluries repetita adinuicem eq̃les: q̃re conſtat corpus ab eiſdẽ terminatũ octo baſibus triangularib⁹ equilaterisqꝫ contineri Si igitur huic corpori cubum inſcribere delectat centra octo triangulorum ipſum ambientium inuenire ex quinta quarti labora. eaqꝫ reperta. 12. lineis rectis hac lege cõtinua vt centꝝ cuiuſqꝫ hoꝝ trianguloꝝ cũ cẽtro cuiuſqꝫ triũ ad ipſi⁹ latera terminatoꝝ p rectã lineã copuleſ. nõ ẽ aũt h⁹ rei idoneũ figuram i plano depingere. ideoqꝫ reſtat vt quod dicitur mente cõcipias ipſũqꝫ ſi placet actu ꝛ ope conpleas

videbis eni.12. lineis hoꝝ trianguloꝝ centra posita lege cōtinuantes cubū conti/ nere quē restat vt equilateris rectangulisq; superficiebus demonstres esse conclu. sum.nō eni erit cubus nisi omnes eius supficies sint quadrate.ducito ergo a quo/ libet angulo trigonoꝝ superficieꝝ octocedri perpendicularem ad latus illi angulo oppositū.has autē ppēdiculares ex.11. q̄rtedecime cōstat eē adinuicē eq̄les ⁊ diui dere latera quibus ppendiculariter insistunt per equalia.ideoq; binas ⁊ binas sup idem punctū lateris cui superstant conuenire:easdēq; cōstat ex his que i.17.quar tidecimi demonstrata sunt transire per centra trianguloꝝ.ideoq; p extremitates laterū inclusi corporis transire ac eaꝝ portiones que intra centra trigonoꝝ ⁊ late/ ra ipsoꝝ intercipiunt̄ ex his etiā in eadē demonstrata sunt constat esse equales an gulos quoq; ab his ppēdicularibꝰ binis ⁊ binis coeūtibꝰ cōtētos ex.8.primi patet esse equales.Et quia hec perpendiculares sueq; portiones inter centra ⁊ latera in tercepte eosdem angulos ambiunt:erunt quoq; anguli quos linee a centris trigo/ noꝝ ad latera perpendiculariter cadentes hinc ⁊ hinc cōtinēt adinuicē equales.cū/ q; latera illius corporis de quo disputamus hos angulos subtendunt. sequitur ex quarta primi frequenter sumpta corpus inclusū esse equilateꝝ at quoq; rectangulū protrahant̄ eni diagoni in singulis superficiebꝰ hos diagonos ex quarta p̄mi oēs adiuuicem equalēs eē conuinces mediantibus angulis a duabus perpendiculari/ bus per ipsaꝝ diagonoꝝ extremitates transeuntibus contentis si prius hos angu los ex.8.primi equales sibi inuicē esse probaueris.cū igitur diameter tetragonarū basium corporis huius sint adinuicem equales:latera quoq; earundē basiū equa lia esse necesse est ex.8. primi multotiens repetita ipsas tetragonas bases eē equi/ angulas.atq; ex.32.primi oēs anguli cuiusq; eaꝝ sunt equales quatuor rectis. se/ quitur eas esse rectangulas:itaq; ex diffinitione quadrati ipse sunt quadrate:igit̄ inscriptum corpus manifestum est esse cubum sicut intendimus.

Propositio .5.



Piramidem quatuor basium triangularium atq; equilate rarum assignato corpori octo basiū triangularium quo/ q; atq; equilaterarum inscribere.

¶Assignato corpori octo basiū inscribe ꝑm precepta premisse cubū cuboq; inscripto inscribe.vt docet prima piramidē huiꝰ q̄lis ꝓponit̄ cum igitur huius piramidis anguli sint etiā anguli cubi quēadmodū ex demōstra/ tione prime manifestum ē.cuncti autem anguli cubi sunt ex premisse in supficiebꝰ assignati octocedri:erunt quoq; cuncti anguli piramidis huius in superficiebꝰ cor/ poris octo basium cū eam iubemur inscribere:quare ex diffinitione manifestum ē nos fecisse quod queritur.

Propositio .6.



Intra datū corpus viginti basiū ⁊ equaliū lateꝝ corpus duodecim basiū pētagonaliū eq̄liū lateꝝ atq; equalium anguloꝝ figural'r cōponere.¶Corpꝰ.20.basiū nō docemꝰ hic fabricare quoniā ex.16.tredecimi qua cōuenit arte hoc fieri satis eui dens est eo igitur ut ibi docet̄ cōposito.si sibi corpꝰ.12.basiū pētago naꝝ atq; equilateraꝝ includere delectat hac via procedendum ē.Manifestum eni est:20.triangulos.60. superficiales angulos hr̄e.⁊ q2 ad ↄstitutionē vniuscuiusq; solidi āguli corpis ycocedri quiq; supficiales conueniūt sicut ex demratione.16. tre decimi colligitur.constat illud corpꝰ duodeci solidis angulis cōpleri.inuenis igit̄ ut

in ante p:emissa centris cunctorũ triangulorũ totũ ycocedron terminantiũ ea.30. rectis lineis cõtinua ita q cuiusq3 centr centris omniũ circũiacentiũ cũ quibus cõ municat in latere per rectas lineas iungas.cũ ergo hoc feceris videbis ex illis.30. lineis duodecim pentagonis constitui.12.angulis solidis dati ycocedri:oppositos hos itaq3 pentagonos queadmodũ in antep:emissa fecisti de basibus cubi equila teros esse p:obabis.Necesse est eni vt duo:ũlibet triangulor duor idem latus ha bentium centra eodem spatio distant.restat ergo vt eos etiã equiangulos esse silo gises.Manifestũ est autẽ ex rõcinatione.16.tredecimi datum co:pus viginti ba/ sium ab eadẽ spera cuius diameter est tanq3 diameter hui9 co:pis videlicet lineas que duos eius angulos oppositos cõtinuat esse circũscriptibile .Si igit̃ hec diame ter per mediũ secet̃ punctus sectionis erit centrũ spere ipsum circũscribentis ab eo. itaq3 ad superficies cunctor pentagonor perpendiculares ex.11. vndecimi ducto z a puncto in quo singulis pentagonis obuiauerint ad singulos cor angulos re/ ctas lineas dirigito.deinde centrũ spere cum singulis angulis ipsor pentagonor continuato:age ergo eos pba eẽ equi angulos hoc modo. Cum eni omnes circuli circumscribentes trigonos ycocedri sunt equales erunt omnes perpendiculares a centro spere ad ipsos venientes z in cor cẽtra cadentes eq̃ales:omnes ergo linee a centro spere ad angulos cuiuslibet pentagoni venientes sunt equales. nam an/ guli pentagonor sunt cẽtra circulo:um trigonos ipsos ycocedri circumscribentiu3 ex ypothesi igitur ex penultima p:imi eodem argumentationis genere quo supius in.14.silogisauimus secto:ẽ p:oueniẽtẽ in superficie spere cum aliqua plana super ficies sperã secat nõ super centrũ eius esse circũferentiã cõtinentẽ circulũ:necesse ẽ quinq3 lineas venientes a concursu perpendiculariter ducte a centro spere ad sup ficies omnium pentagonor ad quinq3 angulos cuiusq3 pentagoni esse adinuicem equales.itaq3 omnib9 his duodecim pẽtagonis ẽ circulus circũscriptibilis.cũ igit̃ ipsi sint eq̃lateri cõuincit̃ eos esse etiã equiangulos qõ opo:tebat ostendere.

Propositio .7.



Intra datũ co:pus duodecim basium pentagonar equi/ laterarum atq3 equiangularũ co:pus viginti basium tri/ angularium atq3 equilaterarum fab:icare:

Qualiter co:pus duodecim basium petagonor equilaterar atq3 equiangular cõponere opo:teat ex.17.tredecimi require.Sed quali/ ter co:pus viginti basium triangularium z equilaterarum sibi conueniat inscribi hic addisce suo:um pentagonor centris vt in.14.quarti fit repertis ea adinuicem 30.lineis hac lege continua vt vniuscuiusq3 pentagoni centrum centro cuiusq3 pẽ/ tagoni secum in latere cõicantis iungatur ita videlicet q vniuscuiusq3 pentagoni centrum centris quinq3 pentagono:um terminantiũ vel circũiacentium contineat̃. cum igitur hoc feceris obuient tibi viginti trianguli ab his.30.lineis centra pen/ tagono:um continuantibus contenti.eruntq3 hi viginti trianguli viginti solidis gulangulis ipsius duodecedri oppositi amplectentes co:pus viginti basium trian arium quas equilateras eẽ demonstrabimus z erũt.12.solidi anguli huius co:pis 20.basiũ in cẽtris.12.pentagono:um co:pus dati duodecedri terminantium:hos itaq3.20.triangulos equilateros eẽ sic p:oba.a cẽtris pentagonor ducito ppẽdicu lares ad latera erũtq3 oẽs ppẽdiculares equales binas ergo z binas p:obabis ex

octaua primi equos angulos continere, et quia linee continuantes centra pentagonorum bis angulis a binis et binis perpendicularibus contentis subtenduntur: cum omnes perpendiculares sint equales: erunt ex quarta primi omnes linee continuantes centra pentagonorum equales: quod est propositum: Perpendiculares autem binas et binas equales angulos continere et omnes eas adinuicem esse equales sic collige. Ex quinta primi et .26. eiusdem constat singulas earum diuidere latera pentagonorum super que cadunt per equalia: easque esse adinuicem equales ductis lineis a centris pentagonorum ad singulos angulos eorum: quare bine et bine super idem latus cadentes in eodem ipsius lateris puncto coibunt eo quod vtraque diuidit illud latus duobus pentagonis a quorum centris veniunt commune per equalia: has igitur perpendiculares binas et binas vsque ad angulos quibus commune latus in quo coeunt oppositum per centra penthagonorum producito et eisdem angulis duas lineas subtendito quas ex demonstratione. 17. tredecimi manifestum est esse tanquam latus cubi ab eadem spera cum proposito duodecedro circumscriptibili. ideoque patet eas esse equales eo quod omnia latera cubi sint equalia. easdemque liquet ex nona vndecimi esse equidistantes propter hoc quod ambe equidistant communi latere in quo bine et bine perpendiculares conueniunt. At vero ipsas easdem constat ex his perpendicularibus per equalia diuidi. itaque per. 33. primi cuncte linee continuantes puncta in quibus bine et bine perpendiculares super has lineas quas tanquam cubi latera fore diximus concurrunt sunt adinuicem equales. Nam omnes sunt tanquam latus cubi. igitur ex octaua primi anguli contenti a binis et binis perpendicularibus sunt equales: quare per quartam eiusdem linee quoque continuantes centra pentagonorum sunt sibi inuicem equales: inscriptum ergo est proposito duodecedro corpus viginti basium triangularium et equalium laterum sicut iussi eramus

Propositio .8.

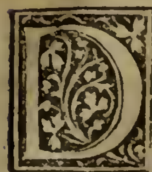


Solido duodecim basium pentagonarum atque equilaterarum proposito intra ipsum cubum distinguere.

Cum duodecedron super cubi latera fabricetur ut constat ex. 17. tredecimi minimum eo fabricato sibi conuenit cubum inscribi. nam cum duodecim sunt pentagoni si vniuscuiusque eorum vni angulo prout cubi figuram videbis exigere chordam vnam subtenderis ex eis duodecim chordis sex equilateras rectangulasque superficies cubi et corpus amplectentes perficies Equilateras quidem eas esse constat ex quarta primi: rectangulas autem eodem argumentationis genere quo id sexta huius bases duodecedri dato ycocedro inscripti demonstrauimus esse equiangulas: constat quidem ex decimaseptima tredecimi propositum duodecedron spere esse inscriptibile: igitur a centro: illius spere ad omnes has quadrilateras superficies perpendiculares: ut docet vndecima vndecimi protrahe et a puncto concursus ad singulos angulos illarum quadrilaterarum superficierum rectas lineas dirige. Ac eosdem angulos quadrilaterarum superficierum cum centro spere iunge: eruntque hee linee centrum spere cum angulis quadrilaterarum superficierum continuantes semidiametri spere de quarum quadratis quia dempto quadrato perpendicularis remanent ex penultima primi quadrata linearum continuantium punctum concursus perpendicularium cum angulis quadrilaterarum superficierum necesse est omnibus his quadrilateris superficiebus circulos esse circumscriptibiles

ióq3 necesse ē eas esse equiangulas cum sint equilaterę. Et q2 ex. 32. primi anguli cu iusq3 caꝝ pariter accepti sunt equales quatuo2 rectis angulis. sequitur eas eē rectā gulas nihil ergo deest inscripto co2po2i de ratione cubi.

Propositio .9.


Ato duodecedro sibi demum octocedron includere.

Composito duodecedro ut in. 17. ꝛ 18 decimi sex latera suarum superficierū ea videlicet que catbecos sup sex lineas opposita latera superficierum cubi per equalia secantes erectis tanq̄3 co2um co2autsti iungunt per equalia diuide: eaq3 bina ꝛ bina adinuicē composita cō tinua per tres lineas qui seinuicem super medium punctum diametri cubi ex. 48. vndecimi per equalia secabunt: eruntq3 vt quoq3 due eaꝝ trium seinuicem quoq3 ad angulos rectos diuidant. Si igitur harum trium linearum extremitates per. 12 lineas rectas continuaueris perueniet tibi co2pus octo basiu3 triangulariū ꝛ equilaterarum ꝛ quarta p̄mi vel si mai⁹ ex penultima p2imi: qd̄ opo2tebat ostendere.

Propositio .10.


Ntra assignatum duodecedron piramidem quatuo2 basium triangularium atq3 equilaterarum adhuc restat distinguere.

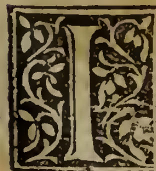
Assignato duodecedro inscribe cubum ex octaua huius cuboq3 piramidem ex p2ima. cum igitur anguli piramidis sint in angulis cubi vt patet ex rōcinatione p2ime ꝛ anguli cubi in angulis duodecedri ex rōcinatione octaua: erunt quoq3 anguli piramidis in angulis duodecedri. itaq3 cōstat quod volumus.

Propositio .11.


Roposito ycocedro in eo cubum figurare.

Ycocedro inscribi duodecedron ex sexta ac duodecedro cubum ex octaua: constat autē ex demonstratione sexte ꝙ omnes anguli duodecedri cadunt super centrum basium ycocedri ꝛ anguli cubi sunt in angulis duodecedri: itaq3 anguli cubi sunt i centris basium ycocedri habemus ergo p2opositum.

Propositio .12.


Cocedron datum piramidem quatuo2 basium triangularium atq3 equilateraꝝ sibi postulat inscribi

Si in dato ycocedro ex p2emissa cubum inscripseris cuboq3 ex p̄ma piramidem incluseris quin postulationi ycocedri satisfeceris hesitandum non erit. Scire autem opo2tet quod cum sint quinque regularia co2pora de quorum mutua abinuicem inscriptōe in hoc. 15. lib2o determinet si vnūqdq3 eoꝝ quilib3 cētroꝝ eēt inscriptibile. 20. eo2ūdē inscriptōes acciderēt Quippe quil3 eoꝝ quinq3 eēnt cetera q̄tuo2 inscriptibilia. ióq3 q̄ter quiq3 inscriptōes qd̄ ē. 20. necessario ꝑuenirēt. at vero piramidi solū octocedron ꝓueniēs est inscribi. Non enim sūt in piramide bases aut anguli aut latera in quib⁹ anguli cubi aut ycocedri aut etiam duodecedri possint extrema ipsi⁹ piramidis ꝯtingere.

Cubum quoqȝ soli⁹ piramidis ⁊ octocedri vt octocedron solius piramidis et cubi receptioni sunt apta qualiter eni in eorum alterutro. 12. angulos ycocedri. Aut. 20. angulos duodecedri. ita vt singuli in corꝝ singulis cadant collocabis: ycocedron au tē cū cetera couenienti ambitione possit cōplecti soli⁹ ycocedri nequit esse recepta culum. nam octocedri sex anguli semidiametrali seinuicē bini ⁊ bini oppositione respiciunt lineeqȝ eos continuantes sese per equalia orthogonaliter diuidunt. itaqȝ illud glo͛sū signū ad cuius intuitū cōsternant͛ demones sub rectis āgulis triplicatū reddant. hos itaqȝ triangulos neqȝ bases neqȝ anguli neqȝ latera ycocedri possunt sub suo situ recipere neqȝ eni in eo reperies sex bases aut sex angulos aut sex latera hac diametrali orthogonaliqȝ oppōne se cōtinentes: duodecedron autē nulli ceteroꝝ sue ambitionis denegauit hospiciū imo cunctoꝝ receptator existit. vnde nō incōuenienter duodecedri figurā antiqui platonis discipuli ascribere vel ascripsere celo queadmodū piramidis formā igni eo ꝙ sursum sub piramidali figura euoler. ac octocedri aeri. Quippe sicut aer ignem motus puitate sequitur sic octocedri forma piramidis. formā ad motū habilitate comitat͛. Uiginti vero basium figuram atqȝ dictauerunt. nā cum ipsa basium pluralitate plus ceteris circulet͛ in sperā fluentis rei motui magis q̄ȝ scandentis conuenire visa est. Cubon vere figurā quidaȝ dedere terre. quid eni in figuris maiori ad motū violentia indiget quam thessera. At in elementis quid fixius constantiusqȝ reperit͛ terra. si igitur ex. 20. inscriptionibus. 3. quas piramis nō substinet binasqȝ a quibus naturā cubi ⁊ octocedri aliena est. Rursusqȝ vnā cui ꝛepugnat ycocedri figura reieceris erūt relique tm̄. 12. inscriptiones piramidis quidem sola cubi vero octocedrique bine: ycocedri autem tres duodecedri autem quatuor de quibus omnibus vt arbitror sufficienter alias disputatum est. Propositio .13.



Fabricato quouis quinqȝ regulariuȝ corpoꝝ sibi speram inscribere.

Ex tertiodecimo libro itaqȝ manifestū est vnūq̄dq̄ȝ q̄nqȝ hoꝝ corporum esse spere inscriptibile. nūc itaqȝ cōstabit viceuersa sperā vnicuiqȝ ipsoꝝ esse inscriptibilē. a circūscribentis eni spere centro ad bases vniuersas cuiuslibet eorum perpendiculares exeant quas intra centra circuloꝝ bases ipsas circumscribentium cadere necesse est. cumqȝ omnes circuli eas circumscribentes sint equales eruntqȝ hec perpendiculares equales. itaqȝ si ꝑm quantitatem vnius earum circulum super centrum circumscribentis spere descripseris eiusqȝ semicirculum quousqȝ ad locum vnde moueri ceperit redeat circūduxeris quia ipsum per extremitates cunctaꝝ perpendicularium necesse est transire conuinces ex conclario. 15. tertij speram istius semicirculi motu descriptam vniuersas bases assignati corporis in concursibus perpendicularium contingere. Non enim plus potest spera de basibus corporis cōtingere quā circūductus semicirculus dū mouebatur contingit: quare assginato corpori constat nos speram quemadmodū ꝓpositum erat inscripsisse.

Opus elementorū euclidis megarensis in geometriā artē In id quoqȝ Campani ꝑspicacissimi Cōmentationes finiūt. Erhardus ratdolt Augustensis impressor solertissimus. venetijs impressit. Anno salutis. M. cccc. lxxxij. Octauis. Calen. Iun. Lector. Uale.


A
B
C

Repaired 10/1/[illegible]

Nov 1930

ERHARD RATDOLT

EUCLIDES. Elementa. [With notes by Campanus Novarensis.] 25 May. 1482.

Hain *6693; B.M.C., part V, p. 285.

Printed with gothic type, the "propositions" in larger and the "demonstrations" in smaller size. A complete copy has 138 leaves, the last blank. In the Library's copy the first leaf, containing Ratdolt's dedicatory letter to the Doge Mocenigo, is missing; in its place a vellum leaf is inserted, covered with writing in a fifteenth-century hand. The size of a leaf is 302 × 206 mm., and the text measures 206 × 118 mm. There are many decorative initials and marginal diagrams. The binding is contemporary: oak boards half-covered with sheepskin.

This is the first printed edition of Euclid's "Elements." The Latin translation was made about 1120 by Adelard (Aethelard) of Bath, an early English scholastic philosopher. It was based on the Arabic version of the work. However, it is probable that Adelard, who lived for a time in the Norman kingdom of Sicily and knew Greek, used also the Greek original. His translation was revised about 1260 by Campanus of Novara, a chaplain to Pope Urban IV, who, following the Greek text more closely, rendered the "demonstrations" clearer and more complete.

The first translation made directly from the Greek text was by Bartolomeo Zamberti, and was published in 1505 at Venice. Zamberti had the worst opinion of Campanus's style and scientific observations; the first he described as "barbarous" and the latter he called "scarecrows, nightmares, and phantasies." His own translation, in its turn, was severely criticised by the defenders of Campanus. The Greek original of the "Elements" was first printed in 1533.

The Library has several of the sixteenth-century editions of the work, among them the one published by Henri Étienne in 1516 in Paris, containing both Campanus's and Zamberti's versions. But of the greatest interest to us is the first English edition in the translation of Sir Henry Billingsley, printed in 1570 by John Daye. This monumental work of 464 leaves, with its hundreds of illustrations, is one of the finest products of the early English press.

The 1482 Venice edition of the "Elements" was the first important printed mathematical book. As the German printer pointed out in his dedicatory letter to the Doge, "although books by ancient and modern authors were published at Venice every day, little or nothing mathematical had appeared." But the volume is remarkable also from a typographical point of view. The letters are well-cut and the printing is neat. Beautiful initials decorate almost every page and, placed on the wide margins, hundreds of diagrams illustrate the text. There has been a considerable controversy among bibliographers about these diagrams. Ratdolt refers to them in his dedicatory letter: "After much labor I had discovered," he wrote, "a method by which geometrical figures may be as easily reproduced as letters printed." According to some, this means that Ratdolt cut his figures in soft metal instead of wood; that he used "clichés" and not woodcuts. The use of metal would also account for the perfection of his initials and border ornaments, in which he attained a delicacy of line unknown to any previous printer.

Ratdolt was born about 1443 at Augsburg, where he lived till 1474. His whereabouts during the next two years are unknown. He may have worked at Nuremberg with Regiomontanus, who had a private press there, thus acquiring a taste for the publishing of mathematical books by the side of the great mathematician and astronomer. In 1476 he established himself at Venice, where some fifty German printers were already at work. For two years he was in partnership with two of his countrymen, Bernhard Maler and Peter Löslein, then continued alone till 1486. After these ten years at Venice he returned to his native city. Enjoying a high reputation as a craftsman and a prosperous business man, he worked steadily till his death in 1528.

There is no need of commenting here on Euclid or the "Elements." Euclid lived in Alexandria, during the reign of the first Ptolemy. In the early editions of his work he is often called "Megarensis," confusing him with another Euclid, a disciple of Socrates, who was born at Megara in Greece. Even to-day little is known about the life of the great Alexandrian mathematician. The "Elements," on the other hand, is known to every schoolboy. The geometry, both plane and solid, that is taught in the secondary schools is nothing else but Euclid's work as he wrote it. The arrangement of the axioms, postulates, theorems, problems, and propositions in the modern text-books on geometry largely follows the work of the old Alexandrian.

It is difficult to determine now to what extent Euclid was a discoverer and to what extent a compiler. Geometrical knowledge in Egypt and in Greece was considerable before his time. Possibly, his main share in the work was the logical arrangement of the material and the clearer development of the proofs. But even if he was merely an editor, he deserves his fame. He succeeded in making geometry — within limits, of course — an attractive science.

Bought in April, 1916.